📚 Estudo Dirigido

Slide 1: Capítulo 1

Por que?
Para entender a base da discretização de problemas contínuos em problemas computáveis.

Onde?
Em simulações numéricas de fenômenos físicos (engenharia, física, finanças).

Como?
Estudando a discretização, diferenças finitas, estabilidade, consistência e convergência.

> **Substituir derivadas por razões incrementais é criar aproximações discretas que permitem resolver numericamente problemas contínuos.**
>
> Essa substituição é a base de toda a construção de métodos numéricos que você está estudando!

Slide 2: Discretização do Problema

Por que?
Computadores só trabalham com informações discretas — é preciso transformar EDOs e EDPs em sistemas numéricos.

Onde?
Modelagem computacional de escoamentos, transferência de calor, dinâmica populacional.

Como?
Através de aproximações por diferenças finitas — uma solução contínua é amostrada em pontos.

Slide 3: Derivada: Série de Taylor; Fórmulas Progressiva, Regressiva e Central

Por que?
A Série de Taylor fundamenta a construção de aproximações numéricas para derivadas.

Onde?
Simulações que precisam derivar numericamente funções conhecidas apenas em pontos discretos.

Como?
Usamos:

- **Fórmula Progressiva**: ideal quando só conhecemos valores anteriores.
- **Fórmula Regressiva**: útil quando temos dados à frente.
- **Fórmula Central**: mais precisa, porque reduz o erro de truncamento (ordem h2h^2h2).

(Relação com o tema: Tudo depende de como discretizamos — a escolha da fórmula impacta a estabilidade e precisão posteriormente.)

Slide 4: Erro Associado: Ordem Local e Global; Similaridade Ordem x Potência

Por que?
Saber quanto erro cometemos ao aproximar é crucial para confiar na solução.

Onde?
Qualquer simulação que exija precisão controlada (aeronáutica, biomatemática, etc).

Como?

- **Erro Local**: erro por passo.
- **Erro Global**: erro acumulado.
- A **ordem** está relacionada à **potência de hhh**: por exemplo, erro O(h2)\mathcal{O}(h^2)O(h2) diminui quadraticamente.

(Relação: escolher método de maior ordem reduz erro global.)

Slide 5: Combinação Linear dos Coeficientes

Por que?
Para construir fórmulas de diferença com alta ordem de precisão.

Onde?
Criação de esquemas numéricos personalizados para resolver equações diferenciais complexas.

Como?
Montamos sistemas de equações para determinar coeficientes que anulam o erro até certa ordem em Taylor.

(Relação: precisamos de combinações para criar métodos mais precisos que progressivas/regressivas simples.)

Slide 6: Observação 1.3.4

Por que?
Alguns métodos numéricos têm propriedades específicas que afetam consistência e estabilidade.

Onde?
Em projetos de algoritmos eficientes e confiáveis.

Como?
Analisamos cuidadosamente propriedades como simetria e cancelamento de termos no desenvolvimento de Taylor.

(Relação: reforça necessidade de atenção ao montar esquemas.)

Slide 7: Alta Ordem: Sistema Tridiagonal e Método de Thomas

Por que?
Muitos problemas levam a sistemas tridiagonais — resolvê-los eficientemente é essencial.

Onde?
Discretização de derivadas de segunda ordem (equação do calor, Laplace).

Como?
Usamos o **Método de Thomas**: eliminação direta eficiente para matrizes tridiagonais (O(n)\mathcal{O}(n)O(n) operações).

(Relação: discretização inteligente + solução rápida garantem viabilidade computacional.)

Slide 8: PVI: Vetorização e Existência de Unicidade (Teorema de Picard)

Por que?
Problemas de valor inicial (PVI) são onipresentes — garantir unicidade evita interpretações erradas.

Onde?
Modelagem de sistemas dinâmicos (química, biologia, engenharia).

Como?

- **Vetorização**: representar sistemas como vetores/matrizes.
- **Teorema de Picard**: garante solução única se f(x,y)f(x,y)f(x,y) é Lipschitz.

(Relação: sem unicidade, métodos numéricos podem divergir para soluções falsas.)

Slide 9: Método de Euler: Explícito e Implícito

Por que?
É o primeiro método prático de integração — base para entender estabilidade.

Onde?
Em todos os cursos de métodos numéricos, simulações iniciais.

Como?

- **Explícito**: rápido, mas pode ser instável para problemas stiff.
- **Implícito**: mais estável, exige resolver equação a cada passo.

(Relação: inicia a análise de estabilidade e escolha de métodos conforme rigidez do problema.)

Slide 10: Método dos Trapézios; Estabilidade; Explosão; Equação Stiff

Por que?
Precisamos de métodos que não "explodam" para passos maiores.

Onde?
Modelagem de fenômenos lentos e rápidos simultaneamente (reações químicas, fluidos não-newtonianos).

Como?

- **Domínio de Estabilidade**: região no plano complexo onde o método é estável.
- **Explosão**: erro numérico cresce exponencialmente.
- **Stiff**: equações com escalas de tempo muito diferentes.
- Preferimos métodos implícitos ou semi-implícitos.

(Relação: problemas stiff precisam de métodos absolutamente estáveis, como Euler Implícito.)

Slide 11: Definição 1.2 - Método Numérico Convergente; Consistência e Zero-Estabilidade

Por que?
Sem convergência, não podemos confiar nos métodos.

Onde?
Todos os métodos de solução numérica dependem dessa propriedade básica.

Como?

- **Consistência**: erro local tende a zero com $h \to 0$.
- **Zero-Estabilidade**: perturbações pequenas nos dados iniciais não crescem descontroladamente.
- **Teorema Fundamental**: Consistência + Zero-Estabilidade $\Rightarrow$ Convergência.

(Relação: garante que discretizar corretamente levará a boas soluções.)

Slide 12: PVF: Diferenças Finitas; Consistência; Convergência; Unicidade; Estabilidade

Por que?
PVFs são a versão estacionária dos problemas de valor inicial.

Onde?
Problemas estacionários (temperatura em equilíbrio, deformações).

Como?

- **Diferenças Finitas**: aproximação de derivadas.
- **Consistência + Estabilidade**: garantem convergência.
- **Unicidade**: assegura solução física válida.

(Relação: análise para PVI e PVF tem paralelos diretos.)

Slide 13: Condição de Fronteira: Linear ou Não Linear; Métodos Restritivos

Por que?
Fronteiras mal tratadas levam a soluções erradas.

Onde?
Problemas de engenharia, meteorologia, física computacional.

Como?

- **Cond. Linear**: resolvida diretamente.
- **Cond. Não Linear**: exige iteração (Newton-Raphson, por exemplo).
- Métodos Restritivos: estabilizam fronteiras complexas.

(Relação: é a última peça para resolver PVFs corretamente.)

Slide 14: Capítulo 2

Por que?
Expandir de ODEs para PDEs: muito mais poder de modelagem.

Onde?
Simulações de fenômenos 2D e 3D.

Como?
Ampliação do raciocínio de discretização para múltiplas variáveis.

Slide 15: EDP: Modelagem; Condições Iniciais e de Fronteira; Dependência

Por que?
Sem modelagem adequada, não resolvemos problemas reais.

Onde?
Transferência de calor, elasticidade, hidrodinâmica.

Como?
Definimos o problema: equação + condições de contorno + iniciais para ter problema bem posto.

Slide 16: Classificação: Autovalores, Equilíbrio e Propagação

Por que?
A natureza da EDP muda conforme o tipo.

Onde?
Projeto de sensores, vibrações de estruturas, propagação de ondas.

Como?

- **Autovalores**: problemas estacionários.
- **Equilíbrio**: ausência de dinâmica.
- **Propagação**: dinâmico (ex.: ondas).

Slide 17: Tipos de EDP: Elíptica, Parabólica, Hiperbólica

Por que?
O tipo dita as propriedades da solução (suavidade, propagação, etc.).

Onde?
Cada fenômeno físico é modelado por um tipo diferente.

Como?
Classificação feita pela análise das raízes do polinômio característico.

Slide 18: Modelos Básicos

Por que?
São modelos protótipos usados em milhares de aplicações.

Onde?

- Calor: transferência térmica.
- Laplace: eletrostática, equilíbrio térmico.

- Onda: acústica, terremotos, vibrações.

Como?
Cada um leva a diferentes condições e esquemas numéricos.

Slide 19: Discretização de EDPs; Teorema de Lax

Por que?
A discretização precisa convergir à solução correta.

Onde?
Implementação de métodos numéricos confiáveis.

Como?
Usamos o Teorema de Lax: para métodos consistentes e estáveis, a solução converge.

Slide 20: Domínios e Transformações de Variáveis

Por que?
Tornar o problema mais simples de resolver.

Onde?
Problemas em domínios complexos (cascas, asas de avião).

Como?
Mudamos de variáveis para domínios regulares ou para simplificar a equação.

Slide 21: Obrigado

(Finalização.)