

VERIFICAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO NEWTONIANO EM UMA EXPANSÃO 1:4 POR MEIO DA FORMULAÇÃO CORRENTE-VORTICIDADE

Pedro Henrique Visentini Pantarotto, Irineu Lopes Palhares Junior

Faculdade de Ciências e Tecnologia – Câmpus de Presidente Prudente

Introdução: A alta demanda industrial requer conhecimento e estudos aplicados sobre o escoamento de fluidos, tornando a análise da expansão em dutos e canais relevante no campo da hidrodinâmica. Esse tipo de escoamento está associado à separação de fluxo e à perda de carga, características que o inserem no contexto da hidrodinâmica dos escoamentos internos. Dessa forma, a expansão planar é frequentemente considerada um problema fundamental para a investigação de recirculações e singularidades. O estudo numérico de expansão, em que o alargamento súbito do canal induz regiões de recirculação e alterações significativas no campo de pressão e vorticidade é a motivação para descrever o comportamento do fluido em torno dos cantos de expansão e no desenvolvimento dessas zonas.

Material e Métodos: Representado abaixo, a equação (1) é a forma simplificada da equação de Navier-Stokes em 2D para o sistema e em (2) a equação de Poisson para a função corrente e definição das componentes da velocidade:

$$(1) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\mathcal{R}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)$$

$$(2) \quad \nabla^2 \psi = \omega, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{e} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Onde \mathcal{R} é o número adimensional de Reynolds, ψ a função corrente e ω a vorticidade, como a velocidade é um vetor, pode ser decomposta em suas componentes u e v . A geometria considerada é um canal bidimensional com uma descontinuidade de altura, caracterizando uma expansão 1:4 (Figura 1). No trecho estreito, impõe-se um perfil de entrada parabólico; as paredes são modeladas com condição de não deslizamento (no-slip) e, na saída, aplica-se condição de Neumann homogêneo. A vorticidade é atualizada explicitamente pelo método de Euler, enquanto o potencial de corrente (ψ) é obtido via iteração de Jacobi. Os resultados numéricos foram exportados em formato VTK, para visualização no ParaView, e em arquivo TXT, utilizado para a plotagem dos Gráficos (Figura 2).

Resultados e Discussão: A geometria do problema de escoamento, como a expansão 1:4 estudada, é conhecida por apresentar comportamentos assintóticos r^λ próximos aos cantos, onde r é a distância radial a quina da expansão. Essa previsão teórica vem da análise assintótica das equações de Stokes em regiões de reentrância, e estabelece que o expoente λ caracteriza a taxa de decaimento ou crescimento das variáveis perto da singularidade geométrica.

Observa-se que, para a componente u , as curvas seguem de maneira consistente a inclinação teórica assintótica ($\lambda \approx 0.5445$), capturando corretamente a tendência esperada. Já para a componente v , o ajuste ao comportamento assintótico mostra maior sensibilidade ao número de Reynolds: para $\mathcal{R} = 0.1$ e $\mathcal{R} = 1.0$ a concordância é boa, mas em $\mathcal{R} = 10.0$ percebe-se uma maior dispersão dos pontos, especialmente próximos ao canto da expansão.

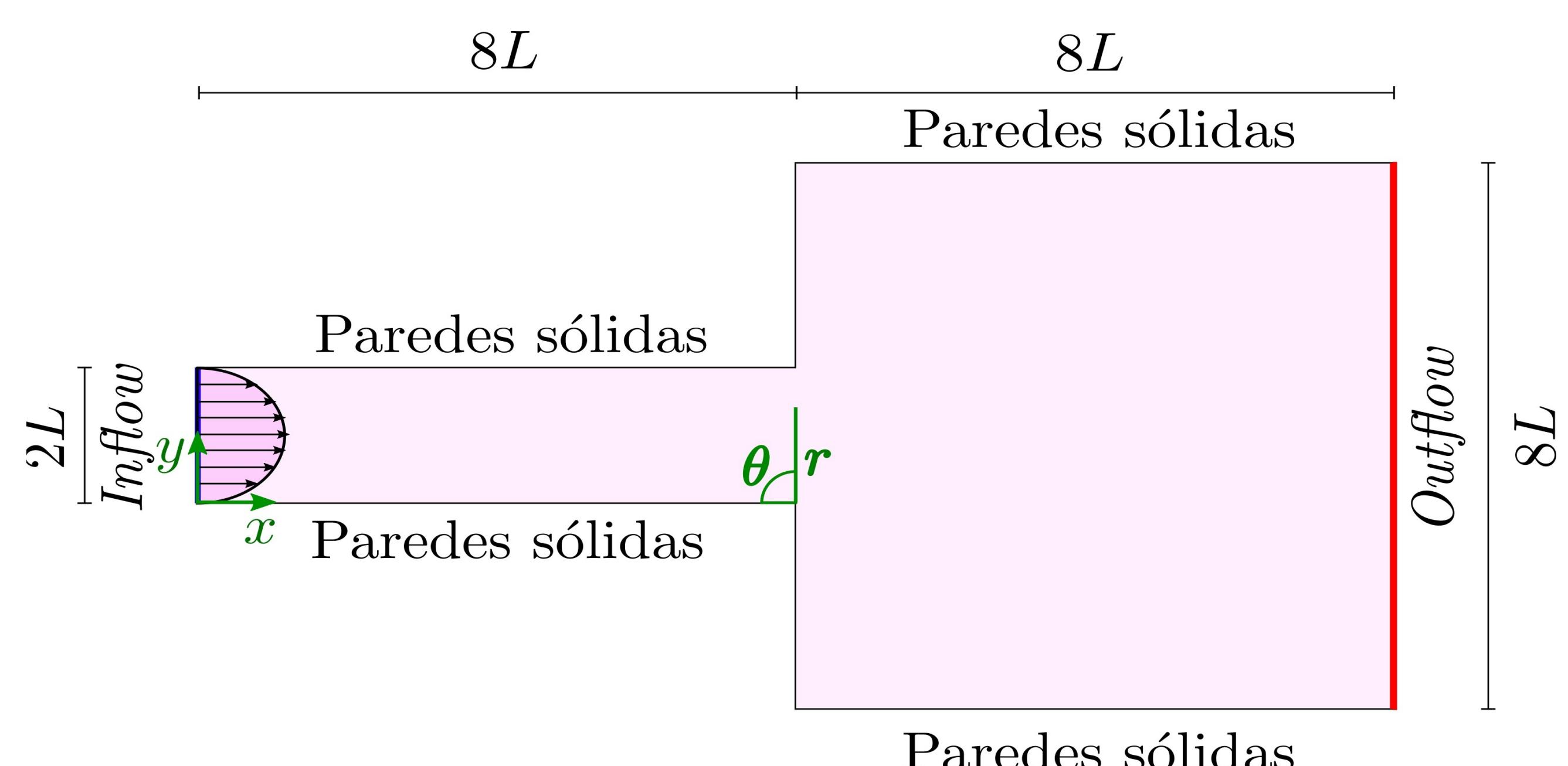


Figura 1. Ilustração da geometria do escoamento em uma expansão 1:4.

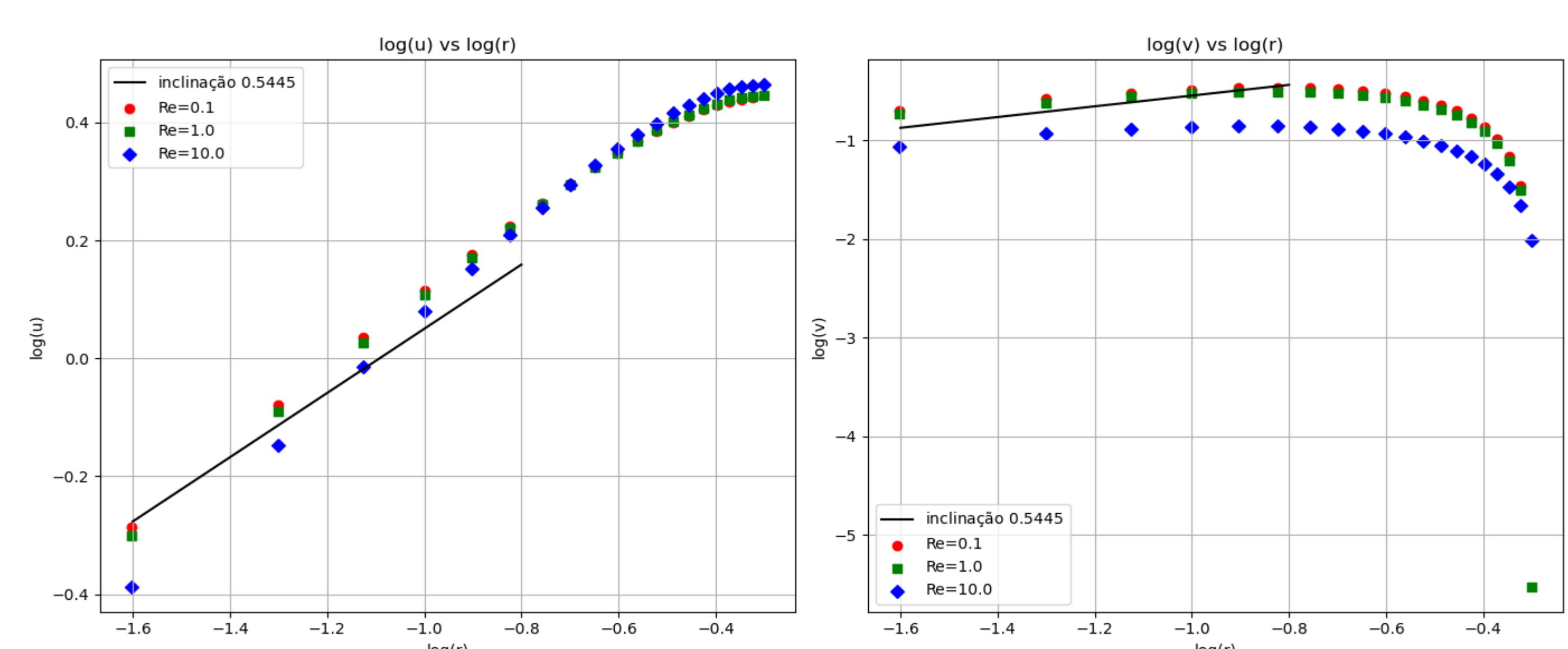


Figura 2. Pós-processamento

Conclusões: A simulação mostrou que os componentes da velocidade seguem o comportamento assintótico previsto. Esse resultado se manteve para diferentes números de Reynolds, indicando que a lei assintótica é robusta em condições viscosas e permitindo identificar a região radial onde o regime teórico se confirma.

Referências:

- DEAN, W. R.; MONTAGNON, P. E. On the steady motion of viscous liquid in a corner. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 45, no. 3, Cambridge University Press, 1949.
- FORTUNA, Armando de Oliveira. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. São Paulo: Edusp, 2000.
- MOFFATT, H. Keith. Viscous and resistive eddies near a sharp corner. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 18, n. 1, p. 1-18, 1964.