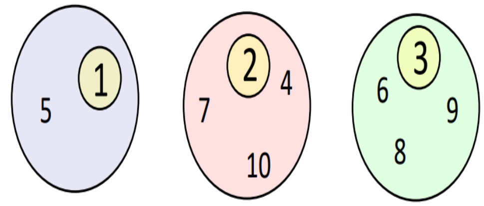
ESTRUTURA DE CONJUNTOS DISJUNTOS

A estrutura de conjuntos disjuntos é uma estrutura de dados que, aplicada a um grafo não dirigido, identifica se dois vértices estão conectados direta ou indiretamente e determina os componentes conexos do grafo.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	1	2	3	2	1	3	2	3	3	2

Funcionamento:

- Representa o grafo como um conjunto de componentes disjuntos inicialmente **MAKE-SET**.
- Utiliza dois operadores principais: **FIND-SET**(para identificar o componente de um vértice) e **UNION**(para unir dois componentes).
- Ao final do processamento, vértices que compartilham o mesmo componente pertencem ao mesmo conjunto conexo.

```
CONNECTED-COMPONENTS(G)
for each vertex v ∈ V[G]
    do MAKE-SET(v)
for each edge(u,v) ∈ E[G]
    do if FIND-SET(u) ≠ FIND-SET(v)
        then UNION(u,v)
```

Desejo saber se o servidor 1 consegue mandar uma mensagem para um servidor 6 por exemplo, para verificar se eles estão conectados usamos a estrutura de conjuntos disjuntos, se eles estiverem no mesmo componente ao fim da execução do algoritmo, então sim conseguimos, caso contrario nao, pois eles seriam desconexos.

GOODMAN

O algoritmo de Goodman (Rabuske, 1992), é um algoritmo que aplicado a um grafo não dirigido, vai reduzir o nosso grafo sequencialmente, unindo os vértices conexos, e removendo arestas redundantes, mantendo o grafo equivalente em termos de conectividade.

Funcionamento:

- Iterativamente combina vértices conectados, eliminando as arestas entre eles.
- Opcionalmente, adiciona novas arestas para preservar conexões entre componentes distintos.
- O processo termina quando o grafo é reduzido a componentes independentes.

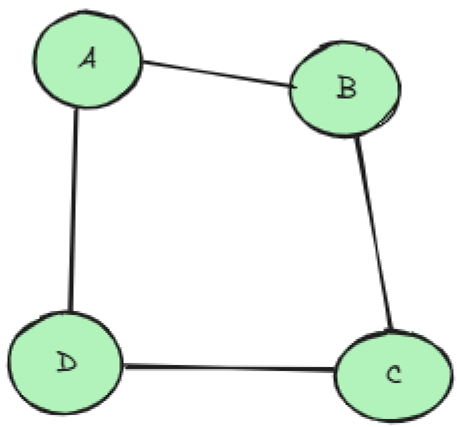
Desejo saber se a rua A é acessível a partir da rua Z por exemplo, então aplico o algoritmo de Goodman, e ao fim teremos seus componentes conexos, caso só exista um componente conexo, ou A e Z estiverem no mesmo componente, é acessível, caso contrário não.

```
[Inicialização]
01. H = G;
02. C = 0;

[Gere a próxima componente conexa]
03. Enquanto ( H ≠ Ø )
04.     Selecione um vértice v pertencente a H
05.     Enquanto ( v for adjacente a algum vértice u ∈ H)
05.         w = grafo resultante da fusão de u com v
06.     Remova v, isto é, faça H = H - w
07.     c = c + 1

[Teste de conexidade]
08. Se ( c > 1 ) G é não conexo
09. Senão G é Conexo
```

GRAFO 1 ciclo 4: V = { A,B,C,D } E = { AB, BC, CD, AD}



EDC:

Aqui primeiramente separei todos os vértices {A,B,C,D} em conjuntos unicos inicialmente, e ordenei as arestas por ordem alfabética, já que as arestas não tem peso, resultando em um componente conexo na terceira iteração sobre as arestas, e na última iteração vemos que o como processamos uma aresta que liga dois vértices do mesmo conjunto, temos um grafo ciclo.

Aresta processada	Coleção de conjuntos disjuntos			
Conjuntos iniciais	{A}	{B}	{C}	{D}
AB	{A,B}		{C}	{D}
AD	{A,B,D}		{C}	
BC	{A,B,D,C}			
CD	{A,B,D,C}			

Resolução:

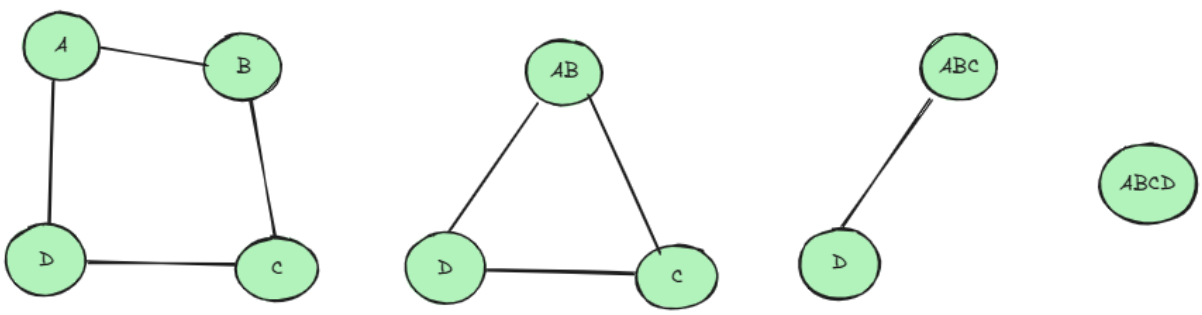
Grafo **conexo.**

Goodman para o grafo 1:

Espelhamos nosso grafo inicial em h, declaramos c = 0, vamos escolher um vértice aleatoriamente, nesse caso vamos escolher o vértice A e guardá-lo em w:

h = {A,B,C,D}
c = 0
w = {A}

Então vamos juntar os vértices conexos com A 1 por um 1, até termos somente um conjunto ou nao termos mais conexões para A e vamos colocando os vértices unidos em w.



Ao final vamos ter:

h = {A,B,C,D}
c = 0
w = {A,B,C,D}

E somente 1 vértice, ou seja, hora de remover w de h,

h = h - w

h = vazio

c = c + 1

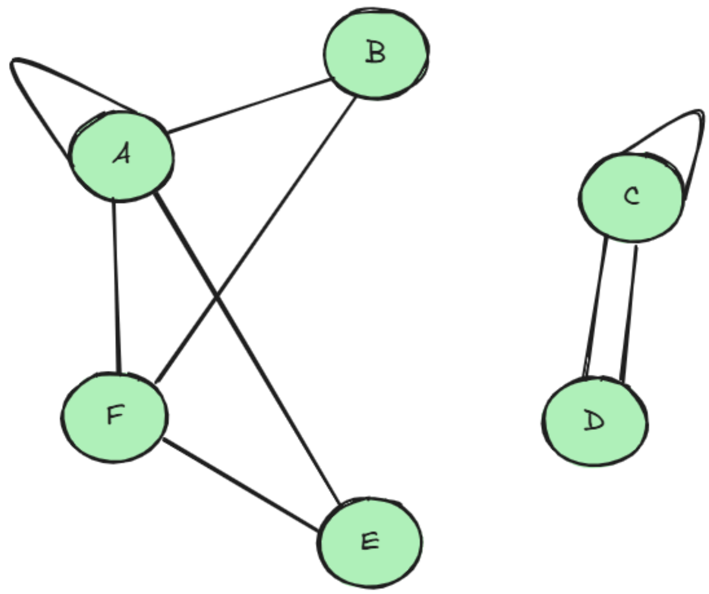
c = 1

Como h está vazio, e hora de fazer o teste final:

c é maior que 1? Aqui não é o caso, então temos um grafo conexo.

Resolução:
c = 1, h = vazio, w = {A,B,C,D}
Grafo **conexo.**

Grafo 2 V = { A,B,C,D,E,F } E = { AA, AB, AE, AF, BF, CC, CD, CD, EF }:



EDC:

Novamente separei todos os vértices {A,B,C,D,E,F} em conjuntos únicos inicialmente, e ordenei as arestas por ordem alfabética, já que as arestas não tem peso, resultando nos nossos dois componentes conexos finais somente na sétima iteração, apesar de só termos 6 vértices, isso se dá por conta de termos alguns ciclo e arestas paralelas, e ao fim, podemos relatar que o grafo **não** é conexo, pois temos dois conjuntos disjuntos.

Aresta processada	**Coleção de conjuntos disjuntos**					
Conjuntos iniciais	{A}	{B}	{C}	{D}	{E}	{F}
AA	{A}	{B}	{C}	{D}	{E}	{F}
AB	{A,B}		{C}	{D}	{E}	{F}
AE	{A,B,E}		{C}	{D}		{F}
AF	{A,B,E,F}		{C}	{D}		
BF	{A,B,E,F}		{C}	{D}		
CC	{A,B,E,F}		{C}	{D}		
CD	{A,B,E,F}		{C,D}			
CD	{A,B,E,F}		{C,D}			
EF	{A,B,E,F}		{C,D}			

Resolução:

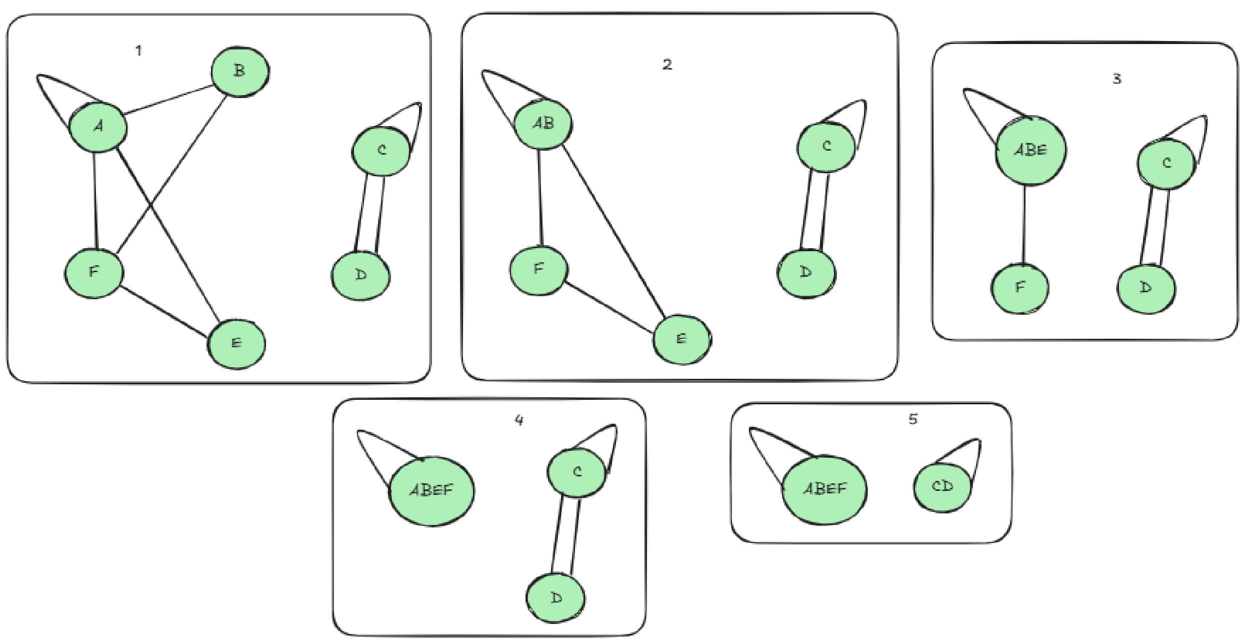
Grafo **não conexo.** Componentes conexas: [{A,B,E,F}, {C,D}]

Goodman para o grafo 2:

Espelhamos nosso grafo inicial em h, declaramos c = 0, vamos escolher um vértice aleatoriamente, nesse caso vamos escolher o vértice A e guardá-lo em w:

h = {A,B,C,D,E,F}
c = 0
w = {A}

Então vamos juntar os vértices conexos com A 1 por um 1, até termos somente um conjunto ou não termos mais conexões para A e vamos colocando os vértices unidos em w.



Aqui acabou os vértices conexos a A na 4 iteração, então vamos remover o w de h:
h = {A,B,C,D,E,F}
c = 0
w1 = {A,B,E,F}

h = h - w1

h = {C,D}

c = c + 1

c = 1

Porém diferente do grafo anterior, nosso h ainda contém vértices {C,D} então escolhemos um destes vértices aleatoriamente, e então juntamos todos os vértices conexos ao mesmo, e vamos ter ao fim o grafo da imagem 5:

h = {C,D}
c = 1
w1 = {A,B,E,F}
w2 = {C,D}

h = h - w2

h = vazio

c = c + 1

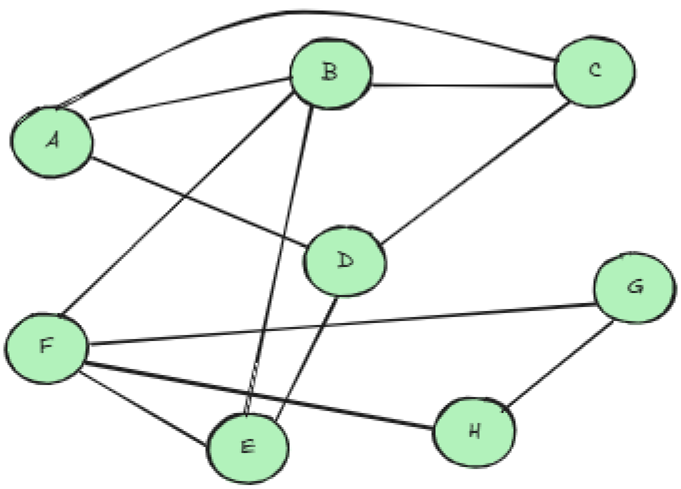
c = 2

Como h está vazio, e hora de fazer o teste final:

c é maior que 1? Sim, então nosso grafo não é conexo.

Resolução:
c = 2, h = vazio, w1 = {A,B,E,F}, w2 = {C,D}, sendo w1 e w2 nossas componentes conexas.
Grafo **não conexo.**

Grafo 3 V = { A,B,C,D,E,F,G,H } E = { AB, AC, AD, BC, BE, BF, CD, DE, EF, FG, FH, GH }:



EDC:

Mais uma vez separei todos os vértices {A,B,C,D,E,F,G,H} em conjuntos únicos inicialmente, e ordenei as arestas por ordem alfabética, já que as arestas não têm peso.

Aresta processada	Coleção de conjuntos disjuntos							
Conjuntos iniciais	{A}	{B}	{C}	{D}	{E}	{F}	{G}	{H}
AB	{A,B}		{C}	{D}	{E}	{F}	{G}	{H}
AC	{A,B,C}			{D}	{E}	{F}	{G}	{H}
AD	{A,B,C,D}				{E}	{F}	{G}	{H}
BC	{A,B,C,D}				{E}	{F}	{G}	{H}
BE	{A,B,C,D,E}					{F}	{G}	{H}
BF	{A,B,C,D,E,F}						{G}	{H}
CD	{A,B,C,D,E,F}						{G}	{H}
DE	{A,B,C,D,E,F}						{G}	{H}
EF	{A,B,C,D,E,F}						{G}	{H}
FG	{A,B,C,D,E,F,G}							{H}
FH	{A,B,C,D,E,F,G,H}							
GH	{A,B,C,D,E,F,G,H}							

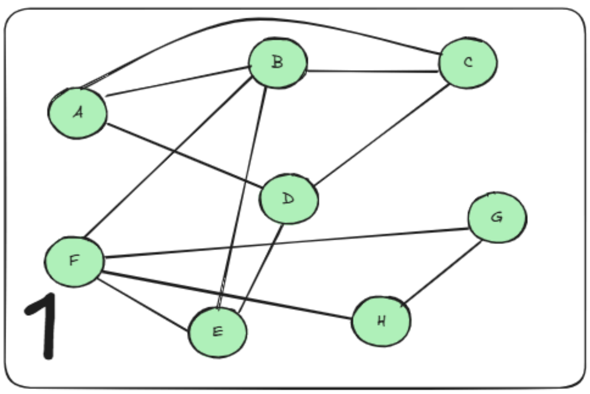
Resolução:

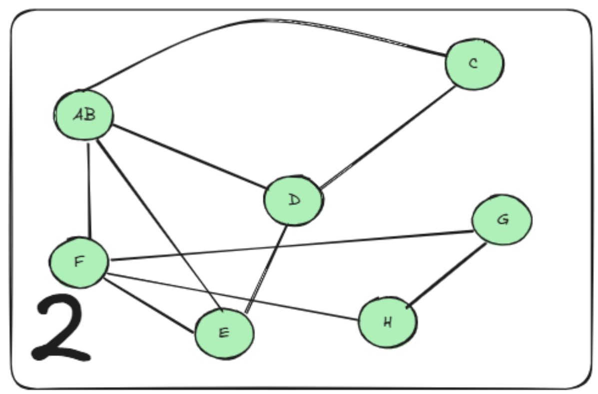
Grafo **conexo** e com ciclo.

Goodman para o grafo 3:
Espelhamos nosso grafo inicial em h, declaramos c = 0, vamos escolher um vértice aleatoriamente, nesse caso vamos escolher o vértice A e guardá-lo em w:

h = {A,B,C,D,E,F,G,H}
c = 0
w = {A}

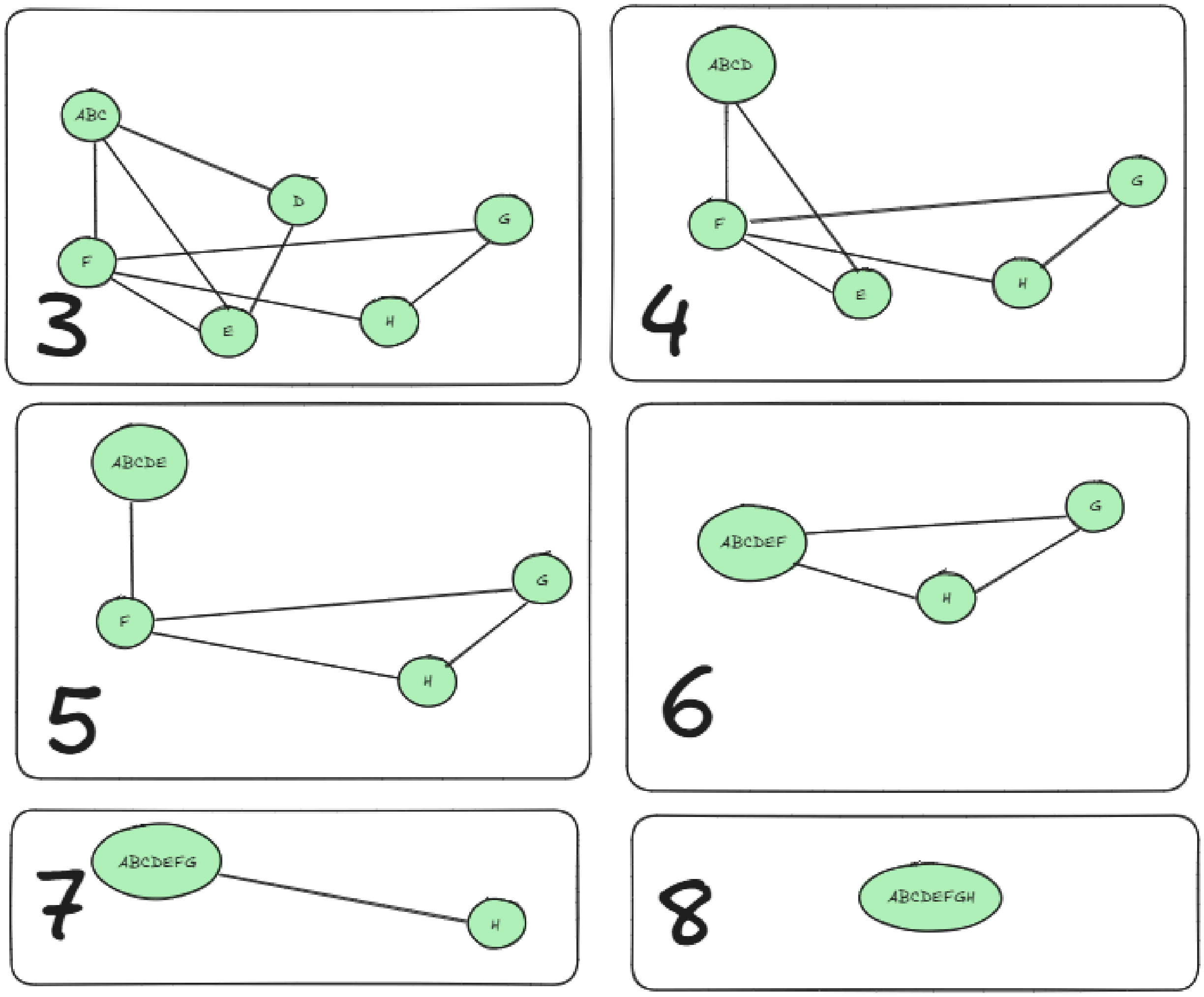
Então vamos juntar os vértices conexos com A 1 por um 1, até termos somente um conjunto ou não termos mais conexões para A e vamos colocando os vértices unidos em w.





Um ponto interessante aqui na imagem 2, repare que o vértice A inicialmente não tinha adjacência direta aos vértices E e F, porém o vértice B tinha, então ao juntarmos A e B no novo vértice AB, temos que passar essas arestas para AB.

Continuando:



E depois de conectarmos todos os vértices conexos a A, vamos ter o grafo da imagem 8, então vamos as operações já que não temos mais possíveis reduções:

h = {A,B,C,D,E,F,G,H}
c = 0
w = {A,B,C,D,E,F,G,H}

h = h - w

h = vazio

c = c + 1

c = 1

Como h está vazio, e hora de fazer o teste final:

c é maior que 1? Não, então nosso grafo é conexo.

Resolução:
c = 1, h = vazio, w = {A,B,C,D,E,F,G,H},
Grafo **conexo.**