



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
SISTEMAS DE CONTROLE II - ELE0522

Docente:

Gabriel Pereira de Oliveira

Discente:

Douglas Wilian Lima Silva
Gutembergue Ferreira da Silva
Jeffet Matheus Cardoso da Silva
Pedro Artur Fernandes Varela de Lira
Roger José Zacarias da Conceição

Implementação de controles - Circuito Eletrônico

Natal - RN
Dezembro de 2023

Resumo

Em dispositivos eletrônicos, é comum a necessidade de controlar a tensão ou corrente em pontos específicos do circuito. Portanto, este projeto visa controlar a tensão de saída de um circuito para 1V, atendendo aos requisitos de duas maneiras diferentes: realimentação de saída e realimentação de estados. Para este primeiro, o projeto foi realizado com um controlador PD cuja função de transferência teórica é $G_{c,teo}(s) = 3s + 16$ e que, quando implementada na prática laboratorial, foi adaptada para $G_{c,pra}(s) = 3s + 10$, a fim de obter uma maior adequação. Na segunda maneira, o controlador foi construído teoricamente com um ganho de estado de $\begin{bmatrix} 3 & 16 \end{bmatrix}$, e este, por sua vez, foi adaptado para $\begin{bmatrix} 3 & 16.21 \end{bmatrix}$ com um ganho de 16 na saída, no intuito de corrigir problemas de atenuação e transitório. Para ambos os casos, obteve-se um *overshoot* abaixo de 16.31% e um tempo de estabilização menor que 2 segundos.

Sumário

Resumo	2
1 Introdução	5
2 Desenvolvimento	6
2.1 Apresentação do Problema	6
2.2 Modelagem do Sistema	6
2.3 Realimentação de Saída	7
2.4 Realimentação de Estados	10
2.5 Montagem do sistema de controle com componentes	13
2.5.1 Simulação em LTSpice	14
2.5.2 Simulação Laboratorial	15
3 Considerações Finais	18
Referências	20

Lista de Figuras

1	Sistema Eletrônico Proposto	6
2	Resposta do sistema.	9
3	Resposta do sistema com ajustes.	10
4	Diagrama de Blocos do Sistema com Realimentação de Estados	11
5	Resposta Temporal do Sistema com Realimentação de Estados ($k_1 = 3$ e $k_2 = 16$)	12
6	Resposta Temporal do Sistema com Realimentação de Estados ($k_1 = 3$, $k_2 = 16.21$ e ganho 16)	13
7	Controle PD com AMPOP.	13
8	Montagem em LTSpice	14
9	Simulação em LTSpice.	15
10	Circuito em laboratório.	15
11	Tensão na saída.	16
12	Resposta em regime permanente.	17
13	Resposta em regime transitório.	17

1 Introdução

A eletrônica desempenha um papel fundamental em inúmeras áreas da vida moderna e é crucial para o desenvolvimento de tecnologias que impactam nossa sociedade de várias maneiras. É comum na construção de um dispositivo eletrônico ter a necessidade de uma determinada tensão ou corrente em um ponto específico do circuito. Esse trabalho tem como objetivo controlar a tensão de saída de um circuito eletrônico em $1V$ preenchendo os pré-requisitos estabelecidos no projeto de duas maneiras distintas por meio da realimentação de saída e realimentação de estados.

Além desse tópico introdutório este relatório está repartido em mais 3 tópicos, o desenvolvimento onde é mostrado a modelagem da planta e os caminhos traçados para solucionar o problema na teoria e prática, a conclusão onde será apresentado e discutido os resultados obtidos e problemas encontrados ao longo do trabalho por fim temos o referencial teórico onde será encontrado todos os materiais científicos que foram tomados como base para execução deste relatório.

2 Desenvolvimento

2.1 Apresentação do Problema

O problema proposto consiste no controle da tensão de saída de um sistema eletrônico composto, principalmente, por dois Amplificadores Operacionais em cascata. Para tanto, são considerados dois cenários distintos, com seus respectivos requisitos de projeto, a saber:

Cenário 1: regular a tensão de saída em 1 V, mediante realimentação de saída, com erro em regime nulo, $T_{s2\%} = 2s$ e $PO\% = 16,31\%$;

Cenário 2: regular a tensão de saída em 1 V, mediante realimentação de estado, com erro em regime nulo, $T_{s2\%} = 2s$ e $PO\% = 16,31\%$;

Ademais, a figura a seguir apresenta o sistema a ser controlado.

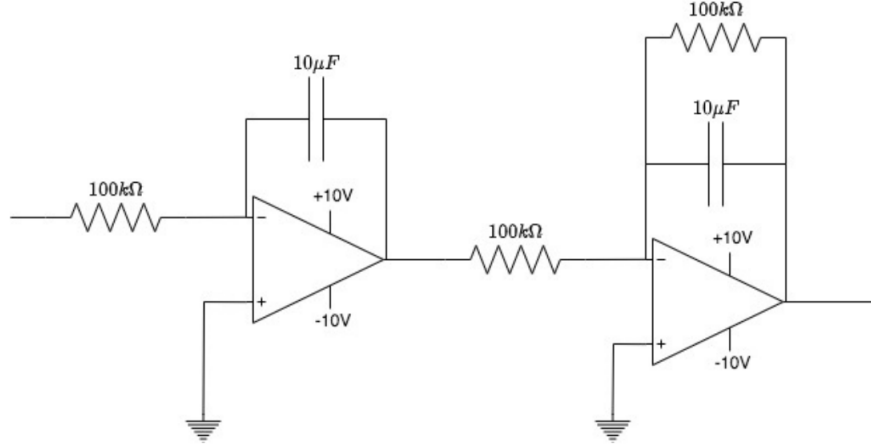


Figura 1: Sistema Eletrônico Proposto

2.2 Modelagem do Sistema

Observa-se, inicialmente que, ao analisar este circuito da figura 1 no domínio da frequência, tem-se impedâncias na realimentação negativa dos AMPOP's e em seu terminal de entrada. Assim, o AMPOP A está configurado como um amplificador inversor, no qual é possível relacionar a tensão de entrada com a tensão de saída pela seguinte equação.

$$V_{OA} = -\frac{X_c}{R_A} V_{IA}$$

Nota-se que o sinal de saída do AMPOP A é o sinal de entrada do AMPOP B, configurado, também, como um amplificador inversor, em que pode-se determinar a impedância de realimentação negativa como o resultado das impedâncias R_{B2} e X_B em paralelo.

Então, tem-se o seguinte desenvolvimento.

$$V_{OB} = -\frac{\frac{R_{B2}X_B}{R_{B2} + X_B}}{R_{B1}}V_{IB} \quad (1)$$

Mas, como $V_{IB} = V_{OA}$, faz-se:

$$V_{OB} = -\frac{\frac{R_{B2}X_B}{R_{B2} + X_B}}{R_{B1}}\left(-\frac{X_c}{R_A}V_{IA}\right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow V_{OB} = -\frac{\frac{R_{B2}X_B}{R_{B2} + X_B}}{R_{B1}}\left(-\frac{X_c}{R_A}V_{IA}\right) \quad (3)$$

$$\Rightarrow V_{OB} = -\frac{R_{B2}X_B}{(R_{B2} + X_B)R_{B1}}\left(-\frac{X_c}{R_A}V_{IA}\right) \quad (4)$$

$$\Rightarrow V_{OB} = \frac{100 \times 10^3 \times \frac{1}{jw10 \times 10^{-6}}}{(100 \times 10^3 + \frac{1}{jw10 \times 10^{-6}}) \times 100 \times 10^3} \times \frac{1}{100 \times 10^3} \times V_{IA} \quad (5)$$

Observa-se que $V_{OB} = V_{OUT}$, ou seja, a saída do AMPOP B é a própria saída do sistema. Ademais, desenvolvendo a expressão anterior, manipulando-a matematicamente e substituindo jw pelo domínio complexo s , nota-se o seguinte.

$$V_{OUT} = \frac{1}{s^2 + s}V_{IA} \quad (6)$$

Finalmente, é possível de determinar a função de transferência como o ganho do sistema, obtido acima. Logo:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s} \quad (7)$$

2.3 Realimentação de Saída

Para o estabelecimento de um controlador utilizando realimentação de saída, torna-se essencial a verificação dos critérios que já estão sendo atendidos naturalmente pela planta do sistema. É notório que, como a planta referida trata-se de um sistema do tipo 1, para uma entrada degrau seu erro de regime é nulo. Logo, os únicos requisitos que serão

analisados são o tempo de estabilização e o percentual de overshoot.

Fechando a malha do sistema é possível obter a função de transferência na forma padrão que torna mais simples a visualização dos parâmetros. Assim, a equação 8 apresenta o desenvolvimento.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s} \implies G_{MF}(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (8)$$

Dessa maneira, é possível identificar $\xi = 0,5$ e $\omega_n = 1$. Fazendo com que:

$$T_{s2\%} = \frac{4}{\xi\omega_n} \implies T_{s2\%} = 8 \text{ s} \quad (9)$$

$$\text{PO } (\%) = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \implies \text{PO } (\%) = 16,3033 \% \quad (10)$$

Observando os resultados obtidos 9 e 10, percebe-se que apenas o critério do tempo de estabilização não está sendo atendido pela planta. Isso indica que para o controle do sistema de amplificadores o controlador PD já supre todas as necessidades de implementação.

Por esse viés, serão encontrados os parâmetros do controlador PD, dados pela expressão 11, através da equação diofantina que modela o controlador através da igualdade de polinômios. Para isso, é necessário modelar o polinômio $a^*(s)$ que contém os parâmetros que atendem os requisitos do cenário estudado.

$$G_c(s) = K_c(1 + T_D s) \quad (11)$$

Dessa forma a equação diofantina é dada por:

$$s(s+1) \cdot 1 + 1 \cdot K_c(1 + T_D s) = a^*(s) \implies s^2 + s(1 + K_c T_D) + K_c = a^*(s) \quad (12)$$

Como já citado, o polinômio $a^*(s)$ é dado através dos requisitos do cenário. Como o overshoot já está atendido é preciso manter o $\xi = 0,5$ e através dele encontrar o ω_n desejado.

$$T_{s2\%} = 2 = \frac{4}{0,5\omega_n} \implies \omega_n = 4 \quad (13)$$

Por fim, através da forma padrão $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$ define-se o polinômio desejado.

$$a^*(s) = s^2 + 4s + 16 \quad (14)$$

Assim, através da igualdade dos termos da equação diofantina, encontra-se os parâmetros

do controlador proporcional derivativo.

$$K_c = 16 \quad (15)$$

$$1 + K_c T_D = 4 \implies T_D = 0,1875 \quad (16)$$

Logo, o sistema de controle será dado pela expressão 17 abaixo.

$$G_c(s) = 3s + 16 \quad (17)$$

Através da expressão acima, foi realizada a simulação do sistema utilizando a biblioteca control disponível em Python para a visualização do comportamento temporal da saída. A figura 2 apresenta o resultado, em que a linha tracejada mostra o sistema apenas realimentado e a linha sólida o sistema controlado.

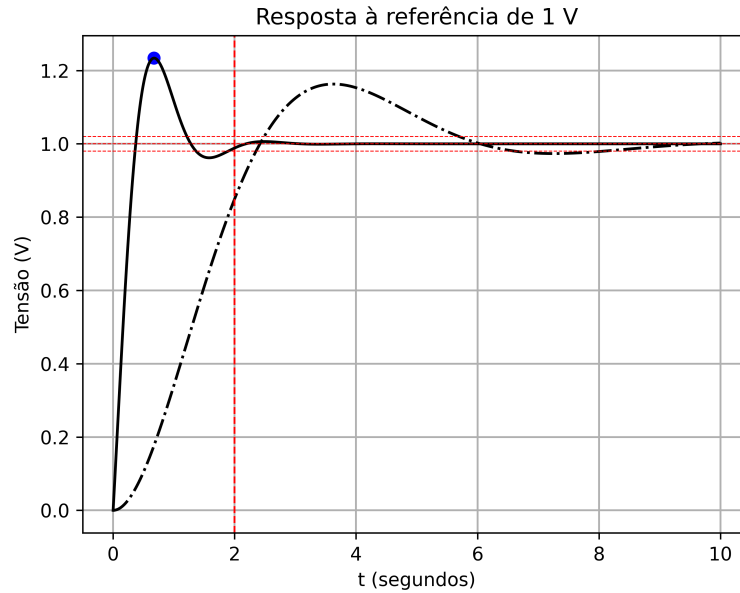


Figura 2: Resposta do sistema.

Observando o ponto máximo destacado em azul, obtêm-se um percentual de overshoot de 23,38%, o que não atende os requisitos desejados. No entanto, como os demais itens estão atendidos tranquilamente é necessário apenas um "ajuste fino" nos parâmetros do controlador.

Assim, modificando o K_c e o T_D levemente de forma a manter a multiplicação igual a 3, foram obtidos os novos parâmetros para o sistema de controle. A expressão 18 apresenta o novo PD.

$$G_c(s) = 3s + 10 \quad (18)$$

Com essa implementação, foi plotada a resposta do sistema e observado que todos os parâmetros de projeto foram atendidos, agora com um overshoot de 15,44%.

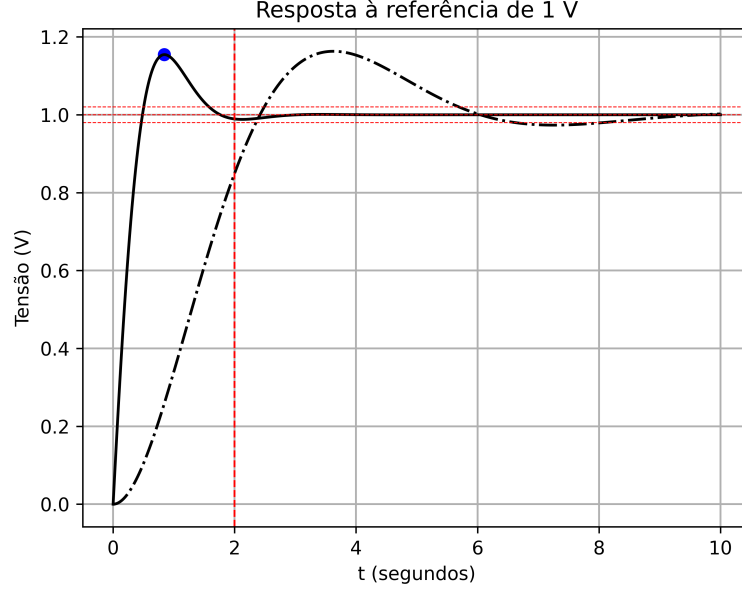


Figura 3: Resposta do sistema com ajustes.

2.4 Realimentação de Estados

Para se estabelecer um controlador baseado em realimentação de estados, é necessário representar a dinâmica dada pela função de transferência $G(s)$ em espaços de estados dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (19)$$

Onde $y(t)$ é a saída, $x(t)$ é o vetor de estado e $u(t)$ é a entrada.

As matrizes A, B e C podem ser encontradas através da função `scipy.signal.tf2ss(numerator, denominator)` do Python, sendo as variáveis *numerator* e *denominator* uma lista que armazena os coeficientes do numerador e do denominador, respectivamente, da função de transferência $G(s)$ modelada. Aplicando essa função com base na planta obtida na equação 7, é retornado as seguintes matrizes de estado:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Portanto, considerando a realimentação de estados, o sistema é representado pelo diagrama de blocos da figura 4.

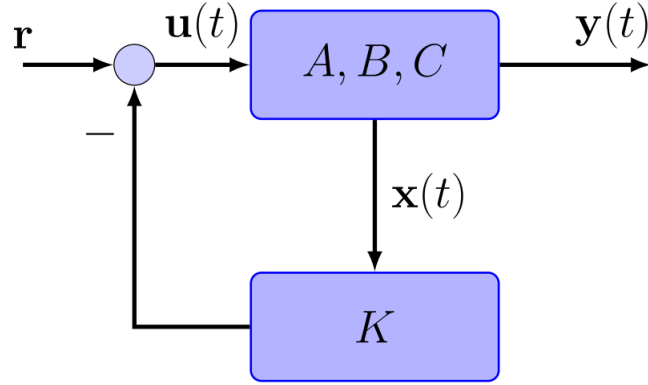


Figura 4: Diagrama de Blocos do Sistema com Realimentação de Estados

Sendo a dinâmica de caminho fechado tal que:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{cl}x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (23)$$

Com o controlador K utilizado para impor um A_{cl} que possua as propriedades desejadas, já que $A_{cl} = (A - BK)$, então:

$$A_{cl} = (A - BK) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - k_1 & -k_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Para a estabilidade ser mantida:

$$\det(sI - A_{cl}) = s^2 + (k_1 + 1)s - k_2 = 0 \quad (25)$$

Anteriormente, mostrou-se q necessidade de $a^*(s) = s^2 + 4s + 16$ para atender as especificações de $T_{s2\%} \leq 2s$ e $PO(\%) = 16,3033\%$.

Então, têm-se:

$$s^2 + (k_1 + 1)s + k_2 = s^2 + 4s + 16 = 0 \quad (26)$$

Portanto, através da resolução do sistema de equações: $k_1 = 3$ e $k_2 = 16$.

Implementando o esse vetor de ganho K na realimentação de estado, obtêm-se a

resposta temporal mostrada na figura 5.

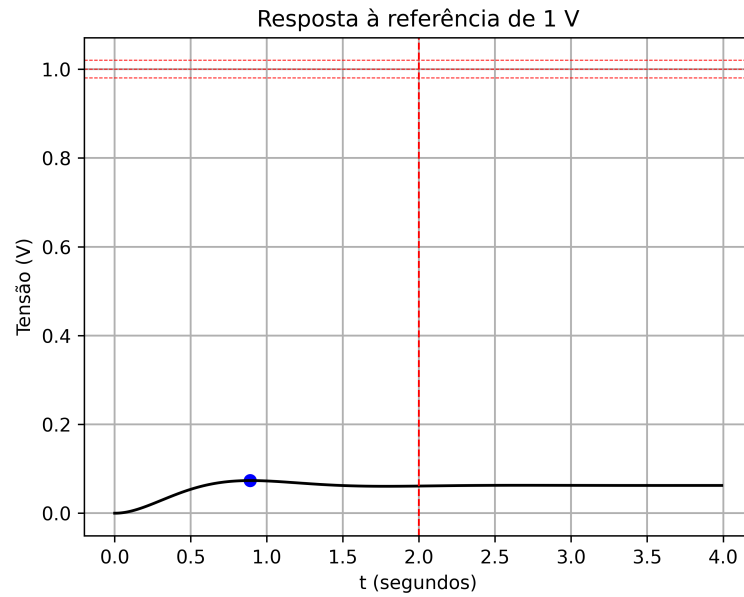


Figura 5: Resposta Temporal do Sistema com Realimentação de Estados ($k_1 = 3$ e $k_2 = 16$)

Observa-se um comportamento aceitável mas atenuada do sistema. Como solução, é necessário fazer um pequeno ajuste em k_2 dado por meio de teste, resultando em: $k_1 = 3$ e $k_2 = 16.21$. Além disso, implementou-se um ganho de 16 na saída devido à atenuação cuja correspondência prática é um AMPOP Não Inversor de ganho 16 logo após a planta do sistema da figura 4. Com todas as adaptações, o comportamento temporal do sistema mostrado na figura 6 está dentro dos padrões especificados.

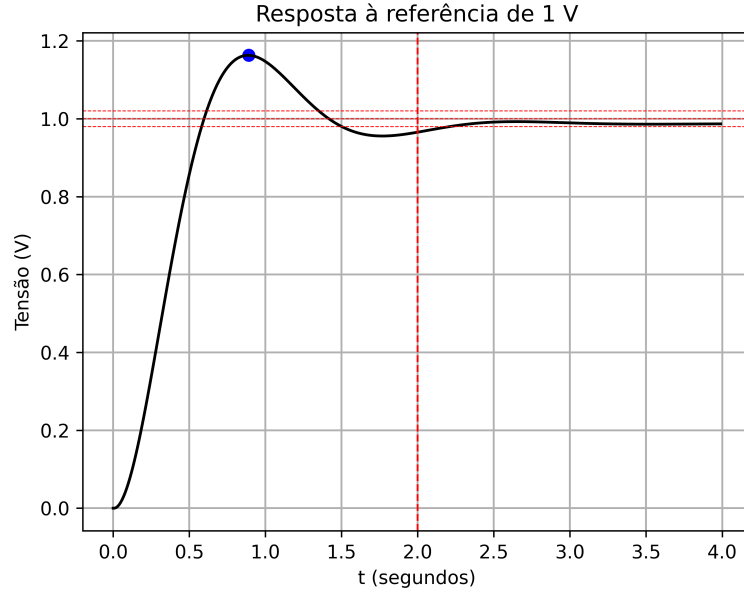


Figura 6: Resposta Temporal do Sistema com Realimentação de Estados ($k_1 = 3$, $k_2 = 16.21$ e ganho 16)

2.5 Montagem do sistema de controle com componentes

Para a modelagem do sistema de controle utilizando equipamentos eletrônicos é necessário desenvolver a expressão da planta de controle do PD ($3s + 10$) através amplificadores operacionais.

Para isso, foi utilizada a referência disponível no Ogata que modela diretamente a representação do PD através dos AMPOPs. Com isso, a necessidade será apenas o dimensionamento dos capacitores e resistores utilizados no modelo. A figura 7 mostra a disposição dos elementos para a construção do controle.

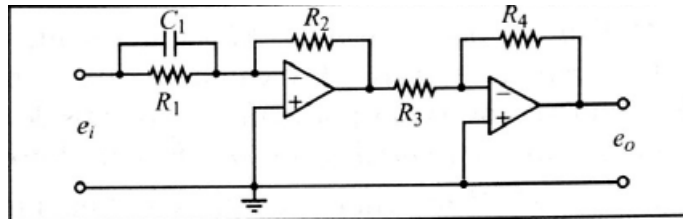


Figura 7: Controle PD com AMPOP.

Essa configuração apresenta a seguinte expressão.

$$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} (R_1 C_1 s + 1) \quad (27)$$

Para o dimensionamento é necessário que a expressão 27 seja igual ao controlador, logo.

$$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} (R_1 C_1 s + 1) = 3s + 10 \implies \begin{cases} \frac{R_2 R_4 C_1}{R_3} = 3 \\ \frac{R_3}{R_2 R_4} = 10 \end{cases} \quad (28)$$

Visando manter a semelhança da planta, pode-se escolher o resistor $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ e o capacitor $C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$. Assim, uma solução possível para os resistores restantes é: $R_1 = R_4 = 30 \text{ k}\Omega$ e $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$. Dessa forma, torna-se possível a simulação do experimento.

2.5.1 Simulação em LTSpice

A montagem do circuito foi realizada no LTSpice conforme dimensionado acima. Os únicos equipamentos adicionais utilizados dizem respeito à um AMPOP configurado como um subtrator para realizar o ramo de realimentação negativa e um configurado como amplificador inversor de ganho 1 na saída, com o intuito de inverter o sinal de saída. A montagem pode ser observada na figura 8.

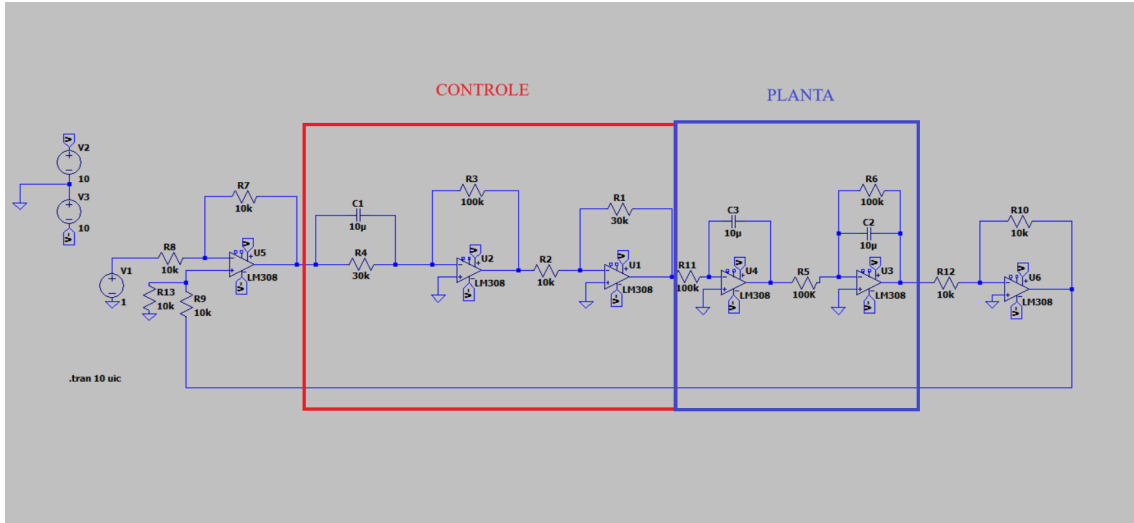


Figura 8: Montagem em LTSpice

Com base no circuito apresentado acima, foi realizada a simulação da tensão de saída visando a obtenção do resultado teórico calculado nos tópicos anteriores. Assim, a figura 9 mostra que o resultado da simulação foi justamente conforme o descrito pela análise teórica: Estabilização em 1 V sem erro de regime e percentual de overshoot menor que 16,31%.

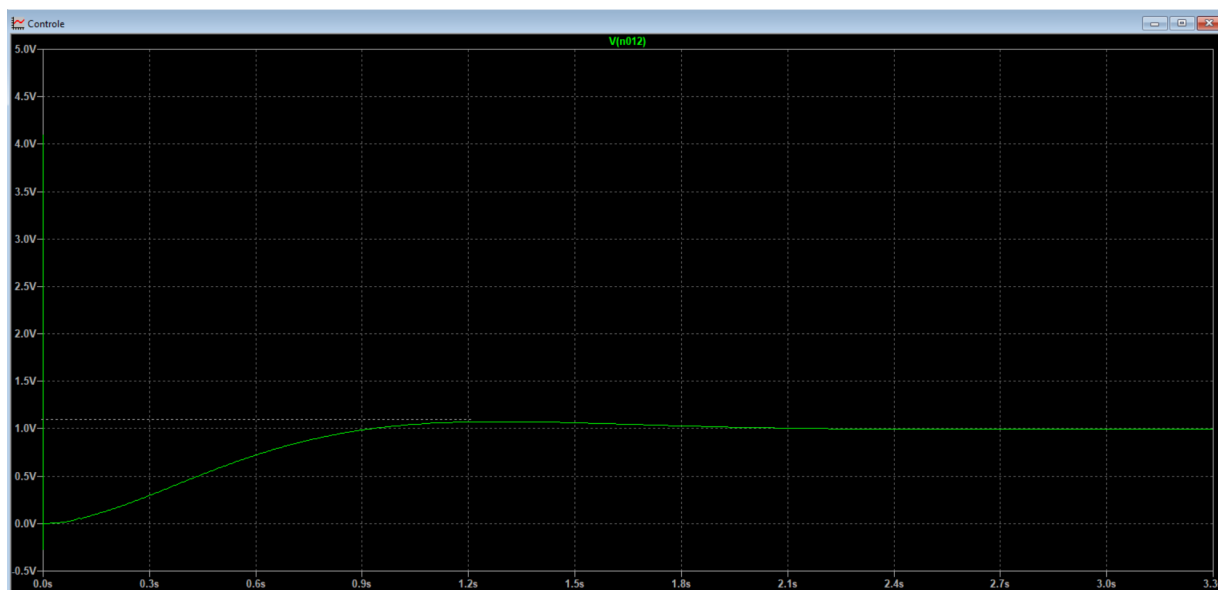


Figura 9: Simulação em LTSpice.

2.5.2 Simulação Laboratorial

De mesma maneira, o circuito foi montado em laboratório, seguindo a mesma topologia apresentada no LTSpice. A única modificação realizada se deu acerca dos dois resistores de $30\text{ k}\Omega$ pela indisponibilidade destes no laboratório. Assim, foram escolhidos resistores de $27\text{ k}\Omega$ já que a modificação de valores não seria tão acentuada. Assim, a figura 10 apresenta a montagem.

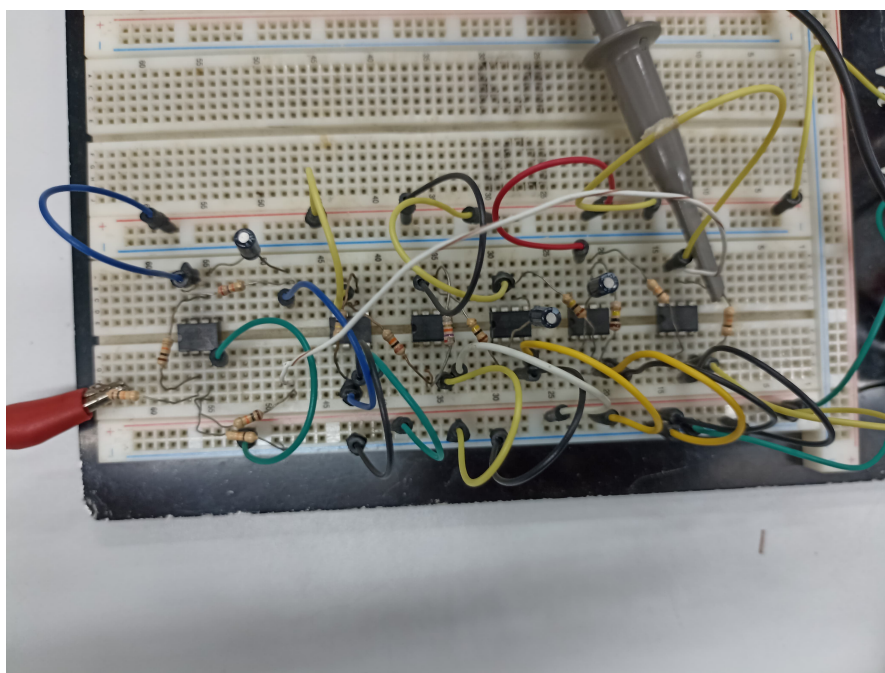


Figura 10: Circuito em laboratório.

Simulando o circuito acima usando uma tensão de entrada de 1 V, foi possível obter o controle da tensão de saída também em 1 V conforme apresentado nas figuras 11, 12 e 13. A resposta do circuito apresentou um breve overshoot, mas respondeu muito bem em regime permanente, mesmo considerando a mudança dos resistores já citada.



Figura 11: Tensão na saída.

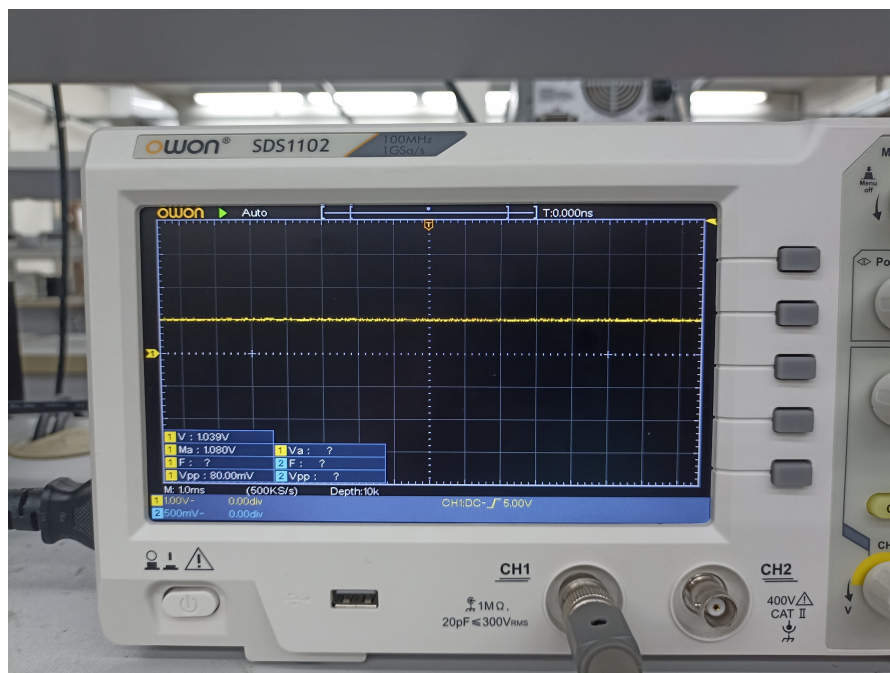


Figura 12: Resposta em regime permanente.

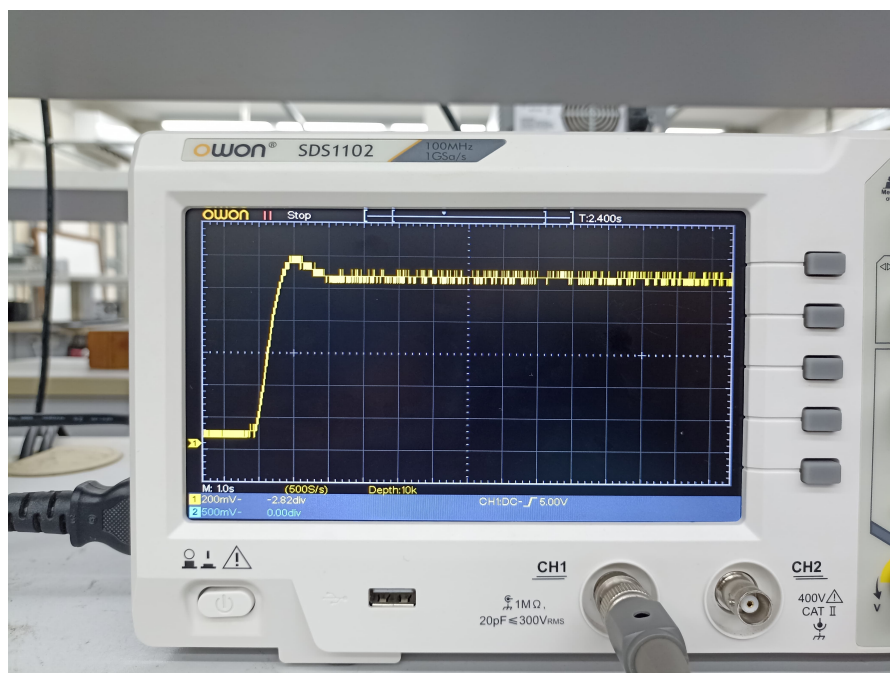


Figura 13: Resposta em regime transitório.

3 Considerações Finais

Ao longo deste relatório, que fez uma abordagem sistemática, explorou-se de maneira abrangente as técnicas de controle eletrônico aplicadas a uma cascata de amplificadores, composta por um integrador ideal seguido por um integrador passa baixa, sendo o objetivo principal do trabalho controlar a tensão de saída desse circuito em 1V de amplitude, obedecendo todos os pré-requisitos estabelecidos no projeto. Esse controle foi feito de duas maneiras distintas, sendo a primeira feita através da realimentação de saída e a segunda por meio da realimentação de estados. Essa configuração revelou-se não apenas desafiadora, mas também estrategicamente significativa na amplificação e filtragem de sinais, podendo ser útil em diversas aplicações.

Partindo para a análise do primeiro cenário, o qual visava regular a tensão de saída em 1V através da realimentação de saída, com um erro em regime nulo, $Ts2\%$ de 2 segundos e $PO\%$ de 16,31%, inicialmente confrontou-se desafios relacionados ao tempo de estabilização, que não estava sendo atendido, conforme as especificações exigidas no projeto. Contudo, durante a análise crítica do sistema, identificou-se que a implementação de um controlador PD se apresentava como uma solução eficaz para resolver esse problema de controle. A introdução desse componente proporcionou melhorias notáveis, garantindo uma resposta mais rápida e precisa, se alinhando adequadamente com os requisitos de estabilidade. Desta forma, a experiência no Cenário 1 destacou não apenas os desafios iniciais, mas também a capacidade de adaptação do sistema por meio de estratégias de controle apropriadas, demonstrando a importância da flexibilidade e do refinamento contínuo durante a implementação de sistemas de controle eletrônico.

Adiante, já na análise do segundo cenário, notou-se um comportamento do sistema que, embora aceitável, apresentava uma atenuação que necessitava de ajustes para a sua otimização. Logo, a solução adotada para esse viés envolveu um refinamento no parâmetro k_2 , por meio de testes, resultando em valores ajustados de $k_1 = 3$ e $k_2 = 16.21$. Além disso, para compensar a atenuação, implementou-se um ganho de 16 na saída, efetuado por um amplificador operacional não inversor, logo após a planta do sistema. Essas adaptações foram cruciais para harmonizar o comportamento do sistema, garantindo que o desempenho temporal, conforme apresentado na figura 6, estivesse em conformidade com os padrões especificados. Este processo de ajuste e a incorporação estratégica do amplificador operacional não inversor demonstram a importância da flexibilidade na implementação de sistemas de controle, destacando a capacidade de adaptação para atender aos requisitos específicos e alcançar um desempenho otimizado do sistema.

Por fim, o êxito no desenvolvimento do projeto e o alcance das metas estabelecidas foram viabilizados graças à aplicação dos conceitos fundamentais aprendidos na disciplina de Sistemas de Controle II. A compreensão aprofundada desses princípios possibilitou enfrentar desafios específicos, como a regulação da tensão de saída e a otimização do

comportamento do sistema em diferentes cenários. A capacidade de adaptar e empregar estratégias de controle, como a introdução de controladores PD e ajustes nos parâmetros do sistema, evidencia não apenas a assimilação do conhecimento teórico, mas também a habilidade prática de implementar soluções eficazes. Dessa forma, a disciplina não apenas forneceu uma base sólida, mas também se revelou crucial para o sucesso na consecução dos objetivos propostos no projeto, consolidando a importância do aprendizado teórico na resolução de desafios práticos em sistemas de controle eletrônico.

Referências

- [1] OGATA, Katsuhiko. **Modelagem Matemática de Sistemas Dinâmicos**. In: OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno. 5. ed. [S. l.]: Pearson, 2015. cap. 3, p. 81-85.
- [2] QUEIROZ, Kurius Iuri Pinheiro de Melo. **Projeto de controladores PD através da igualdade de polinômios**, 2023. Apresentação de slides. Acesso em dez. 2023.