Mycles Tennered & Configuras Exercicion - Tolha to

El. Consider a contegicia Colyonde pelo diagrama

Leguinte 7 3 3 4 6

indique, auc existe.

(a) Tem monomorphisms de C The code Xcolyle), the um monomorphisms de (O matismo p & também um acomplo de um mono mustismo de (De facto, prose queisques Comertis. mus a, 5 x - sil, lenn- ie

PC7 = 705 = 18 = 10 A = 5

- (b) lem majorne de Coquence seja um epimajomo. O motismo of new a um epimonismu, pois 809= 109 4 841.
- (1) lim lama home de (O omorfismo ja svernplo de um bimorfismo de C, pois i simultaneament um monancitismo e em epimorfismo. Pera queusques oncipsmes 7,5 X-7A

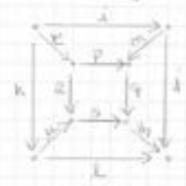
100 : 10 % - 7 7 : WA = 5 logo & a um monomostismo. Ruc quaisqua 1,5: F-17, tem-18 7:3-104. logo, troc gurasques c-mortismos Tis: F-> Y, Aigeton Universal & Categorica Exercicios - Telha 10

67 (c) tem-se

noj= sej => 2= idp = 5 logo je um epimortismo There qued ques XCahj(c), idx é um monomorfismo e um epimortismo, logo de eum bimortismo

67.(d) Tem isomorpsmo do C. Place code XcObj(C), idx & am isomortismo de C [A categoric C now tem cutures isomortismes (um mortismo s. X - x diz- se um isomortismo se existe um C mortismo f. Y-> > tol que fof dy e fof de Note - & que, pour querisques x, Ye (b)(C), & existe um mustismo de X em Y, nos existe um mortismo CX max ub

or Consider o diagrams sequente



Sabendo que os quatro trapezios deste diagrame soc comutation, mostra que

(a) de a guadrada mais poqueno e comutativo, entore o quadrado mua, tembem camutatro.

Maritando que es quetro trapezas sos comutativos, tem de Dove per Doneson . L. Back nek, Bonogo on Considerande que o quadrado mais poquero a comutativo,

Aigebac Universal & Categorius Exercicio. Folke 10

by (a) Assim.

lok = [mosoulok = moso (uok)

mosoliter) = mo (soulet mosoliter) = moso (por) mosoliter) = moso (por)

lugo o quadrado maior fambém é comutativo.

62 (b) Se exum epimorfismo, ma um momomorfismo e o quadrado maior é comutativo, entre o que diado pequeno também é amulatro.

Admitames que e é um epinosfismo, mé um monomos fismo e que o quadrado maios é amukito

Je o suadacido maior é amutetro, enteu joi-lok.

logo imogomloi: imosoulok.

Como gom lo i = (m o so m) o K

consuciativide de di o) stano(gomoi)= me 60 moh)

=> gomoi = SULLOK

(m e monomorpsmu)

=> qopox = sonul

(por DOG)

=> gop = soit

(e = epimon (smo)

anchi-10 que o quadrado mais pequeno e amutito.

Algebra Verniversal e Categorias Exercicios - Folha 10

69. Lyan Cuncategoric & f. A = 13, g. 3 = C mas

entai got e invertiset à esquerde (nespetise/, dinoite).

Admitamos que teg sai mientieis à esquade. Enteu existem comortismos 1: B-2A eg'ic-3B tais que 101-101 e g'og: 101. logo 109'- C-2A é um Conortismo e

(4'og') o (qof) = f'o (q'og) o f (associativatedo de a)

= f'o ida o f (g' invento esquedo de g)

= fo f (ida o f f)

(f'e invento esquedo de).

logo fog's mierso esquendo de got

enter 1 e miertiel à esquede (asspetie), direit)

Admitamos que que : A-oc é inventrel à enquende. Entai existe um comortismo h: C-o A tel que ho (que)=idA.

Entre hog: B -> A Eam Comortismo a (hog) of = ho (gof) = 1dA.

logo f é mientirel à esquerde l nog à similares

rigebra lemiensal & Categorias Exercicion - Folha to



to. Legam Cuma categoria e f: A-28 um montismo

ca) le 4 è mientirel à enquente, entai 4 è um momomontismo.

Admitamos que f é inventirel à esquesde. Entére existe um Comortismo 1': Bosh tal que fofzida. Partende-e provas que, para quaisques Comortismos 10: Cos A.

toi-foj => i=j.

De parto, poac querisquez C-martismes ini: C -> A,

foi-foj => fo(foi)-fo(foj)

=> (fof)oi-(fof)oj

=> idnoi-idnoj

=> idnoi-idnoj

=> idnoi-idnoj

logo fe um momomos fismo.

41. Sejam C uma categorit & fit + 38 e g: B = C mortismo em C thothe que le get à un monomos tieme e f é inventivel à directe, entre g é um monomortismo.

Actimitations que gote um imponemontance fe

Como got à monomorpheme, untrès, pour quantiques

(gos) = i = (gos) loj = 1 = i = j

Hendende a que + à invertivel à direita, euste um C-onortismo f': B-st tal que fofside.

Pretende-se provos que y é um monomatiemo, re, pretende-se mastrica que, posa quasquia Consité mo a, s: 6 - 0,

go 12 = go 6 = 2 = 5.

De facto, poor quaisqua 12,5:6 - B, tem-te

Ligo q I icm movemovismo.

Kigeline Temiversel - Carlegorias Executivo - Febru 10

73. Theston que as seguintes condições sobre uma categoria san equivalentes:

(I) Todo o morfismo em C é inventirel à asquente.
(I) Todo o morfismo em C é mientirel à dineite.
(I) Todo o morfismo em C é inventirel.

(II) => (I4)

Admitemes que todo o montremo em C é miorbiel à coquende.

Sugar fix and um montismo som a Presendence present que fix inventivel à dénote.

Por high test, of a miertivel is sognander logo sinste com Cromosphemo f: B -> A tal gue fof = side. (1)

Como fie um monfierno de C, entre fie inventivel à sognander logo existe um C-monfierno

f": A -> B tal gue fof = ido. Entre de (1) e (2),

verm que

5"0 40+1. f",

dende

(f"o+1) of=f"

z , portanto,

ide = f=f"

Lake forthe

logo fof = f"of = ida.

Assem, & & inventivel a dineite.

(In) = (In) Segue por dialidade de (In) = (Ie).

(I2) = (I0)

Admitemos que todo o C montemo é invertirel à

Sega fi A > B um Como (Da) > (In), f também é meztivel à esquent. Logo f é mientivel.

 $(I_b) = (I_L)$

Admitames que fémentivel. Entre fémentivel à esquende e à directe, logo term e (22).

Klastera Zemiversal e Galegorias Exercitica - Felha lo

terrominous (iniciais), entre GxCz tembém temetyetto terrominous (iniciais).

Sigian To um objeto tecroninal da categoria Co e Te um objeto tecrminal da categoria Ce.

E simples venifican que (Ti, Tz) e am abjeto termi nal da categoria Gx Cz.

como Tie um objeto de Ci e Tie um objeto de Cz, antre (Ti,Tz) é um objeto de CxCz.

Sga (x, Y) um objeto de GxCz.

como X e um objeto de G e T, é terminal em C, antre existe um, e um só, G mortismo f:X-sT1. Deso que Y é um objeto de C, e T, e um objeto terminal de Ce, ouiste um, e um só, G mortismo g: Y-sT2.

logo (fig) = um GaCa-morfismo de (KiY) em

Administrado que (f',g') à um GxCz-mortismo de (x, Y) em ti, Tz) segue que (f',g') = (f,g). De facto, se (f',g') à um GxCz, mortismo de (x,Y) em (Ti, Tz), entou :

- f'é um Camorismo de X em Ti, lego f=fipeis Jif sais mortemes de X em Ti L. como Ti é termi mal, existe um amito mortismo de X em Ti; - g'é um Ca-mortismo de Y em Ti e, portanto

Assum, good todo o objeto (X,Y) de CLXC2, Raste um e um so mortismo de (X,Y) em (T+1 12), logo (Ti, Tz) é um objeto terminal de CixCz.

77. Thestop give se uma categoria tem objeto jeno, entre todo o objeto inicial (toroninal) o objeto zeno. Condua que a categoria det não tem objeto zeno.

Admitama que Cé uma categoria com objeto zono; sejà O esse esydo. Enter O e um objeto inicial e com objeto terminal

Segà I um objeto inicial da categoria C. Como Ou I sati objetto iniciais, tem-x Ioro. Aten dende a que O e tenominal e I e Bornorto a O, segue que I a objeto tenominal.

Assim, I a um objeto inicial a terminal. Portanto I & objeto zerro.

Na categoric Set, o conjunto vazio è um objeto inicial a nate a objeto tenominal, lego pra objeto imicial e mais é objeto zono. Entré, considerando o que foi prevado entenieramente, conclui-se que a categoria let não tem objeto jeno.

Angelona Levriversal a Categorias Exercicios Telha to

to. Segle C uma categoria com objeto imicial I e com objeto teaminal T. Thestre que se fi ToI écum mos fismo em C, entre f e um isomorfismo.

Admitanto que fi Tel a um monfismo em C.
Como Da um objeto inicial e Te am objeto
de C, existe um e um so monfismo de I em T;
squ f: D + T esse monfismo.

Entre fof: The Te um anonfismo de C. Como Te terraminal, existe um a um só morphimo de Tem T, dado que fof e id, são morphimo de Tem T, tem-te, entre, fo foido.

For outro lado, como I e objeto inicial, auste um e um so montismo de I em I. Entre , como fest e idy sau montismos de I em I, segue que fort s id.

Dado que fof=idy a fof=idy, concluirse que fa inventivel à diacite a à soquende a portante, fé um normonfismo.

Como i é terminal e III, entre I é terminal. Dado que I é inicial e terminal, entre I é objeto zero.

De mode analogo conclui-x que Té objeto jero.