

Preço-sombra de um dado recurso

Preço-sombra: valor que o decisor atribui a uma unidade do recurso, medido pelo aumento do valor da função objectivo resultante de se usar uma unidade adicional do recurso.

| | | z | x ₁ | x ₂ | x ₃ | s ₁ | s ₂ | s ₃ | |
|---------------|----------------|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|
| Quadro Óptimo | x ₃ | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | 10 |
| | s ₂ | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | 100 |
| | x ₂ | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | 500 |

- A restrição inicial do recurso 1 é: $1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + s_1 = 40$.
- Na solução óptima, a variável não-básica $s_1 = 0$ (usam-se $1(0) + 1(20) + 2(10) = 40$ unidades de recurso 1) e $\delta z / \delta s_1 = -5$.
- Aumentar a variável s_1 equivale a usar menos unidades do recurso 1.
- Usar mais unidades do recurso é uma variação no sentido oposto.
- O preço-sombra do recurso 1 é $\delta z / \delta (-s_1) = +5$ (valor da função obj. aumenta 5 unidades por cada unidade adicional do recurso 1).

Exemplo: variação de b_1 , da primeira restrição

| | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Quadro Inicial | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| | s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| | s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | -30 | -20 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quadro Óptimo | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | x_3 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | 10 |
| | s_2 | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | 100 |
| | x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | 500 |

- A quantidade actualmente disponível de recurso 1 é 40 ($b_1 = 40$).

Lembrete: o preço-sombra do recurso 1 é 5:

- se a quantidade de recurso 1 aumentar uma unidade, a função objectivo aumenta 5 unidades;
- se a quantidade de recurso 1 diminuir uma unidade, a função objectivo diminui 5 unidades.

Relatório *Duals*

- A coluna *value* apresenta os valores das variáveis do problema dual, i.e., os valores da linha da função objectivo do quadro simplex:
 - $\{x_1, \dots, x_3\} \leftrightarrow$ variáveis de folga do dual (de facto, são os valores simétricos, porque o *solver* usa o vector $-(c_B B^{-1} A - c)$.)
 - $\{\text{recurso1}, \dots, \text{recurso3}\} \leftrightarrow$ variáveis de decisão do dual ($c_B B^{-1}$).

| Duals | | | |
|-----------|-------|------|------|
| Variables | value | from | till |
| objective | 500 | 500 | 500 |
| x1 | -5 | -20 | 10 |
| x2 | 0 | -inf | +inf |
| x3 | 0 | -inf | +inf |
| recurso1 | 5 | 20 | 240 |
| recurso2 | 0 | -inf | +inf |
| recurso3 | 15 | 0 | 40 |

- O relatório *Duals* indica que o preço-sombra do recurso 1 é 5.

Relatório *Duals*: interpretação

| Duals | | | |
|-----------|-------|------|------|
| Variables | value | from | till |
| objective | 500 | 500 | 500 |
| x1 | -5 | -20 | 10 |
| x2 | 0 | -inf | +inf |
| x3 | 0 | -inf | +inf |
| recurso1 | 5 | 20 | 240 |
| recurso2 | 0 | -inf | +inf |
| recurso3 | 15 | 0 | 40 |

Relativamente ao recurso 1:

- quando a quantidade de recurso 1 (b_1) varia desde 20 até 240,
 - o valor do óptimo da função obj. é $500 + 5(b_1 - 40), \forall b_1 \in [20, 240]$,
 - e as variáveis básicas óptimas continuam a ser x_3, s_2 e x_3 .
- ... como vamos ver ...

Alteração de b_i : quais as alterações no quadro óptimo?

Quais os vectores / matrizes que sofrem alterações no quadro óptimo?

- Quando há uma alteração de um elemento do vector b (vector dos termos independentes das restrições),
- as únicas alterações no quadro óptimo são no vector $B^{-1}b$ e no elemento $c_B B^{-1}b$ (ver quadros no diapositivo seguinte).
- Lembrete: a matriz B é a submatriz de $[A \mid I]$ com as colunas das variáveis básicas:

$$B = \begin{array}{c|cc} & x_3 & s_2 & x_2 \\ \hline & 2 & 0 & 1 \\ & 1 & 1 & 2 \\ & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$c_B = \begin{array}{|ccc|} \hline 10 & 0 & 20 \\ \hline \end{array}$$

- O vector c_B tem os coeficientes do vector c das mesmas variáveis.

Exemplo

Quadro Inicial

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | -30 | -20 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Quadro Ótimo

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x_3 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | 10 |
| s_2 | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | 100 |
| x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | 500 |

| | |
|--------------|-------------|
| B^{-1} | $\tilde{0}$ |
| $c_B B^{-1}$ | 1 |

*

| | | |
|----|-------------|---|
| A | I | b |
| -c | $\tilde{0}$ | 0 |

=

=

| | | |
|-------------------|--------------|---------------|
| $B^{-1}A$ | B^{-1} | $B^{-1}b$ |
| $c_B B^{-1}A - c$ | $c_B B^{-1}$ | $c_B B^{-1}b$ |

Exemplo 1: variação de b_1 (passa a ser $40 + \alpha$):

$$b_{ant} = \begin{bmatrix} 40 \\ 150 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad b_{novo} = \begin{bmatrix} 40 + \alpha \\ 150 \\ 20 \end{bmatrix}$$

- Novo vector $B^{-1}b_{novo}$:

$$B^{-1}b_{novo} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 40 + \alpha \\ 150 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + \alpha/2 \\ 100 - \alpha/2 \\ 20 \end{bmatrix}$$

- Novo valor de $c_B B^{-1}b_{novo}$:

$$c_B B^{-1}b_{novo} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 15 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 40 + \alpha \\ 150 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 + 5\alpha \end{bmatrix}$$

Exemplo: quadro óptimo quando há uma variação de b_1

| | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------|
| Quadro Inicial | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | $40 + \alpha$ |
| | s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| | s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | -30 | -20 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quadro Óptimo | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | x_3 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | $10 + \alpha/2$ |
| | s_2 | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | $100 - \alpha/2$ |
| | x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | $500 + 5\alpha$ |

- Este quadro é óptimo dentro dos limites de variação máxima de α , i.e., enquanto todos os elementos de $B^{-1}b_{novo}$ forem não-negativos.
- Se o valor de α estiver para além desses limites, haverá um elemento negativo no lado direito do quadro, e é necessário usar o simplex dual para determinar o novo quadro óptimo.

Determinação da variação máxima de α , e de b_1

- Variação máxima de α :

$$B^{-1}b_{\text{nov}} = \begin{bmatrix} 10 + \alpha/2 \\ 100 - \alpha/2 \\ 20 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{cases} \alpha \geq -20 \\ \alpha \leq 200 \end{cases}$$

ou seja,

$$-20 \leq \alpha \leq 200.$$

- Variação máxima de b_1 :

$$40 - 20 \leq b_1 \leq 40 + 200,$$

ou seja,

$$20 \leq b_1 \leq 240.$$

Estes são os limites apresentados no relatório *Duals*.

nota: coluna do quadro simplex mostra alterações em $B^{-1}b$

O novo vector $B^{-1}b_{novo}$ pode ser expresso em função do vector anterior $B^{-1}b_{ant}$ e de uma parcela de variação:

$$\begin{aligned} B^{-1}b_{novo} &= B^{-1}b_{novo} + B^{-1}b_{ant} - B^{-1}b_{ant} = \\ &= B^{-1}b_{ant} + B^{-1}(b_{novo} - b_{ant}) \end{aligned}$$

As alterações produzidas em $B^{-1}b_{ant}$ seguem a alteração existente na coluna da variável de folga associada ao recurso que varia (neste exemplo, a coluna de s_1).

$$\begin{aligned} B^{-1}b_{novo} &= \begin{bmatrix} 10 \\ 100 \\ 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 10 \\ 100 \\ 20 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

nota: preço-sombra mostra alteração do valor de $c_B B^{-1} b$

O novo valor da função objectivo $c_B B^{-1} b_{novo}$ pode ser expresso em função do valor anterior $c_B B^{-1} b_{ant}$ e de uma parcela de variação:

$$\begin{aligned} c_B B^{-1} b_{novo} &= c_B B^{-1} b_{novo} + c_B B^{-1} b_{ant} - c_B B^{-1} b_{ant} = \\ &= c_B B^{-1} b_{ant} + c_B B^{-1} (b_{novo} - b_{ant}) \end{aligned}$$

As alterações produzidas em $c_B B^{-1} b_{ant}$ seguem o preço-sombra associado ao recurso que varia (neste exemplo, o recurso associado à variável de folga s_1).

$$\begin{aligned} c_B B^{-1} b_{novo} &= \boxed{500} + \boxed{5 \quad 0 \quad 15} * \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \boxed{500} + \alpha \boxed{5} \end{aligned}$$

Alteração num coeficiente da função objectivo

- O valor de um coeficiente c_j da função objectivo está frequentemente relacionado com o preço de venda ou com o lucro associado a uma actividade.
- O valor pode alterar-se ou podemos estar interessados em alterá-lo para tornar uma actividade mais competitiva.

Questões pós-optimização

- Se o preço da actividade 3 descesse, será que ainda seria atractiva?
- Qual o limite dessa descida para ainda ser atractiva?
- Qual o preço mínimo da actividade 1 para ela ser atractiva?

- Os coeficientes da função objectivo são $(c_1, c_2, c_3) = (30, 20, 10)$.
- Não há alteração das actividades atractivas (variáveis básicas na solução óptima) se os coeficientes de custo se mantiverem dentro do intervalo definido pelas colunas **from** e **till**.

| | | | | |
|-----------|-------------|-------------|------------|------------|
| Objective | | | | |
| Variables | from | till | from value | till value |
| objective | 500 | 500 | 500 | 500 |
| x1 | -inf | 35 | 10 | 0 |
| x2 | 17.5 | +inf | -inf | 0 |
| x3 | 0 | 20 | -inf | 0 |

- ... como vamos ver ...

Alteração de c_j : quais as alterações no quadro óptimo?

- Há alterações nas matrizes e nos vectores do quadro óptimo que envolvem os coeficientes de custo que se alteram nos dados iniciais.
- É necessário distinguir 2 casos:

Caso I: Variável é **não-básica** no quadro óptimo

- só se altera um elemento do vector c ,
- e só há alterações no vector $c_B B^{-1} A - c$ do quadro final;

Caso II: Variável é **básica** no quadro óptimo

- alteram-se um elemento do vector c e um elemento do vector c_B (que é construído a partir de c),
- e há alterações nos vectores $c_B B^{-1} A - c$, $c_B B^{-1}$ e $c_B B^{-1} b$ do quadro final.

Exemplo

Quadro Inicial

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | -30 | -20 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Quadro Ótimo

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x_3 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | 10 |
| s_2 | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | 100 |
| x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | 500 |

| | |
|--------------|-------------|
| B^{-1} | $\tilde{0}$ |
| $c_B B^{-1}$ | 1 |

*

| | | |
|----|-------------|---|
| A | I | b |
| -c | $\tilde{0}$ | 0 |

=

=

| | | |
|-------------------|--------------|---------------|
| $B^{-1}A$ | B^{-1} | $B^{-1}b$ |
| $c_B B^{-1}A - c$ | $c_B B^{-1}$ | $c_B B^{-1}b$ |

Exemplo 2: variação de c_1

- Como a actividade 1 não é atractiva, interessa analisar o aumento do valor do coeficiente c_1 , que passa a ser igual a $30 + \alpha$,

Caso I: Variável x_1 é não-básica no quadro óptimo

$$c_{ant} = \begin{bmatrix} 30 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

$$c_{novo} = \begin{bmatrix} 30 + \alpha & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

Novo vector $c_B B^{-1} A - c_{novo}$:

$$c_B B^{-1} A - c_{novo} = c_B B^{-1} A - c_{novo} + c_{ant} - c_{ant} =$$

$$= (c_B B^{-1} A - c_{ant}) + (c_{ant} - c_{novo})$$

$$c_B B^{-1} A - c_{novo} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 5 - \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo: quadro óptimo quando há uma variação de c_1

Quadro Inicial

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|-----|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | $-(30 + \alpha)$ | -20 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Quadro Óptimo

| | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
|-------|-----|--------------|-------|-------|--------|-------|--------|-----|
| x_3 | 0 | $-1/2$ | 0 | 1 | $1/2$ | 0 | $-1/2$ | 10 |
| s_2 | 0 | $-3/2$ | 0 | 0 | $-1/2$ | 1 | $-3/2$ | 100 |
| x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| z | 1 | $5 - \alpha$ | 0 | 0 | 5 | 0 | 15 | 500 |

- Este quadro é óptimo dentro dos limites de variação máxima de α , i.e., enquanto todos os elementos de $c_B B^{-1} A - c_{\text{novo}}$ forem não-negativos.
- Se o valor de α estiver para além desses limites, haverá um elemento negativo na linha da função objectivo, e é necessário usar o simplex primal para determinar o novo quadro óptimo.

Determinação da variação máxima de α , e de c_1

- Variação máxima de α :

$$c_B B^{-1} A - c_{\text{novo}} = \boxed{5 - \alpha \quad 0 \quad 0}$$

$$\{ 5 - \alpha \geq 0 \quad \{ \alpha \leq 5$$

ou seja,

$$-\infty \leq \alpha \leq 5.$$

- Variação máxima de c_1 :

$$-\infty \leq c_1 \leq 30 + 5,$$

ou seja,

$$-\infty \leq c_1 \leq 35.$$

Estes são os limites apresentados no relatório *Objective*.

Relatório *Objective*: interpretação

Relativamente ao coeficiente da função objectivo c_1 :

- A solução óptima terá como variáveis básicas óptimas x_3, s_2 e x_2 enquanto o valor associado à actividade x_1 for inferior a 35.
- Para além desse limite, a actividade não-básica x_1 tornar-se-á atractiva para entrar na base, e é necessário usar o simplex primal para determinar o novo quadro óptimo.

| | | | | |
|-----------|------|------|------------|------------|
| Objective | | | | |
| Variables | from | till | from value | till value |
| objective | 500 | 500 | 500 | 500 |
| x1 | -inf | 35 | 10 | 0 |
| x2 | 17.5 | +inf | -inf | 0 |
| x3 | 0 | 20 | -inf | 0 |

Exemplo 3: variação de c_3

- Como a actividade 3 é atractiva, interessa analisar o decremento do valor do coeficiente c_3 , que passa a ser igual a $10 - \alpha$,

Caso II: Variável x_3 é básica no quadro óptimo

$$c_{ant} = \begin{bmatrix} 30 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

$$c_{novo} = \begin{bmatrix} 30 & 20 & 10 - \alpha \end{bmatrix}$$

$$c_{B_{ant}} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$c_{B_{novo}} = \begin{bmatrix} 10 - \alpha & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

(continua)

Exemplo 3: variação de c_3 (cont.)

Caso II: Variável x_3 é básica no quadro óptimo

Novo vector $c_{B_{novo}} B^{-1}$:

$$\begin{aligned} c_{B_{novo}} B^{-1} &= \begin{bmatrix} 10 - \alpha & 0 & 20 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 5 - \alpha/2 & 0 & 15 + \alpha/2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Novo vector $c_{B_{novo}} B^{-1} A - c_{novo}$ (após efectuar todos os cálculos):

$$c_{B_{novo}} B^{-1} A - c_{novo} = \begin{bmatrix} 5 + \alpha/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo: quadro óptimo quando há uma variação de c_3

| | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-----|--------------|-------|----------------|--------------|-------|---------------|----------------|
| Quadro Inicial | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | s_1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| | s_2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| | s_3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | 30 | -20 | $-(10-\alpha)$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Quadro Óptimo | | z | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| | x_3 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | 10 |
| | s_2 | 0 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | -3/2 | 100 |
| | x_2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| | z | 1 | $5+\alpha/2$ | 0 | 0 | $5-\alpha/2$ | 0 | $15+\alpha/2$ | $500-10\alpha$ |

- Este quadro é óptimo dentro dos limites de variação máxima de α , i.e., enquanto todos os elementos de $c_B B^{-1} A - c_{\text{novo}}$ e de $c_{B_{\text{novo}}} B^{-1}$ forem não-negativos.
- Se o valor de α estiver para além desses limites, haverá um elemento negativo na linha da função objectivo, e é necessário usar o simplex primal para determinar o novo quadro óptimo.

Determinação da variação máxima de α , e de c_3

- Variação máxima de α :

$$c_{B_{\text{novo}}} B^{-1} A - c_{\text{novo}} = \begin{bmatrix} 5 + \alpha/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \geq \tilde{0}$$

$$c_{B_{\text{novo}}} B^{-1} = \begin{bmatrix} 5 - \alpha/2 & 0 & 15 + \alpha/2 \end{bmatrix} \geq \tilde{0}$$

$$\begin{cases} 5 + \alpha/2 \geq 0 \\ 5 - \alpha/2 \geq 0 \\ 15 + \alpha/2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha \geq -10 \\ \alpha \leq 10 \\ \alpha \geq -30 \end{cases}$$

ou seja,

$$-10 \leq \alpha \leq 10.$$

- Variação máxima de c_3 :

$$10 - 10 \leq c_3 \leq 10 - (-10),$$

ou seja,

$$0 \leq c_3 \leq 20.$$

Estes são os limites apresentados no relatório *Objective*.

Relatório *Objective*: interpretação

Relativamente ao coeficiente da função *objective* c_3 :

- A solução óptima terá como variáveis básicas óptimas x_3, s_2 e x_2 enquanto o valor associado à actividade x_3 se mantiver entre 0 e 20.
- Se o valor for inferior a 0, a actividade x_3 deixa de ser atractiva (ver apêndice).
- Se o valor for superior a 20, a actividade x_3 permanece atractiva, mas a solução óptima terá outras variáveis básicas (ver apêndice).

| | | | | |
|-----------|------|------|------------|------------|
| Objective | | | | |
| Variables | from | till | from value | till value |
| objective | 500 | 500 | 500 | 500 |
| x1 | -inf | 35 | 10 | 0 |
| x2 | 17.5 | +inf | -inf | 0 |
| x3 | 0 | 20 | -inf | 0 |

- A análise de sensibilidade permite avaliar alternativas ao cenário actual, e ajuda em processos de decisão.
- Análises semelhantes às efectuadas podem ser feitas quando há mais de um parâmetro a variar simultaneamente.
- É também possível fazer uma análise de sensibilidade para a variação dos coeficientes tecnológicos, os elementos a_{ij} da matriz A .