Séries temporais

Pedro Monteiro de Almeida Junior

Conteúdo programático

1. **Conceitos inicias em séries temporais**
    - Objetivos de séries temporais
    - Análise descritiva com séries temporais
    - Tendência
    - Sazonalidade
    - Estacionariedade
    - exemplos práticos de aplicações em séries temporais
2. **Modelos de Suavização exponencial**
    - Médias móveis simples
    - Suavização exponencial simples
    - Suavização exponencial de Holt
    - Suavização exponencial sazonal de Holt-Winters
3. **Modelos AR, MA, ARMA e ARIMA**
    - Modelos Autoregressivos (AR)
    - Modelos de médias móveis (MA)
    - Modelos Autoregressivos e de médias móveis (ARMA)
    - Modelos Autoregressivos e de médias móveis integrados(ARIMA)
    - Identificação das ordens dos modelos
    - critério para seleção dos modelos

- Previsão e medidas de avaliação
- diagnóstico dos modelos
- Exemplos práticos no R

4. **Projetos Práticos**

- Modelos de séries temporais não gaussianas (GARMA)
- Modelos ARCH e GARCH
- Modelos de séries temporais não paramétricos
- Modelo ETS
- Exemplos práticos no R
- Introdução ao Python e aplicações

Referências bibliográficas

[1] SHUMWAY R. H. STOFFER, D. S. Time series analysis and its applications with R examples. 3°ed. New York: Springer, 2010.

[2] MORETTIN, P.A. Análise de Séries Temporais. S. Paulo, Edgard Blucher, 2006.

[3] BROCKWELL, P. & DAVIS, R. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer, 1996.

[4] HAMILTON, J.D. Time Series Analysis.

[5] Forecasting: Principles and Practice (3rd ed). *Rob J Hyndman and George Athanasopoulos.* Monash University, Australia. Versão online

Sites com exemplos em séries temporais

https://www.kaggle.com/

https://data.world/datasets/time-series

https://medium.com/analytics-vidhya/10-time-series-datasets-for-practice-d14fec9f21bc

https://dados.gov.br/dataset

http://ipeadata.gov.br/Default.aspx

https://campinagrande.pb.gov.br/portal-da-transparencia/

http://dados.recife.pe.gov.br/

https://transparencia.joaopessoa.pb.gov.br/#/

Conceitos iniciais em séries temporais

Uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas ao longo do tempo. A seguir, temos alguns exemplos de séries temporais:

- valores diários de precipitação de chuva em campina grande;
- quantidade de assaltos semanais em uma determinada região;
- índices diários da Bolsa de Valores de São Paulo;
- valor gasto com gasolina anualmente por orgãos públicos;
- registros do fluxo de carros em um estacionamento por hora;

Estes são alguns, dos mais diversos exemplos nos quais podemos aplicar as técnicas de séries temporais. Note que, essa técnica pode ser aplicada para diferentes medidas de tempo: Segundos, minutos, hora, dia, semana, mês e ano.

Objetivos principais

As análises usando séries temporais têm como principais objetivos:

(i) Fazer previsões de valores futuros da série;

(ii) Descrever o comportamento da série;

(iii) Identificar periodicidades relevantes nos dados;

Domínio temporal e espectral

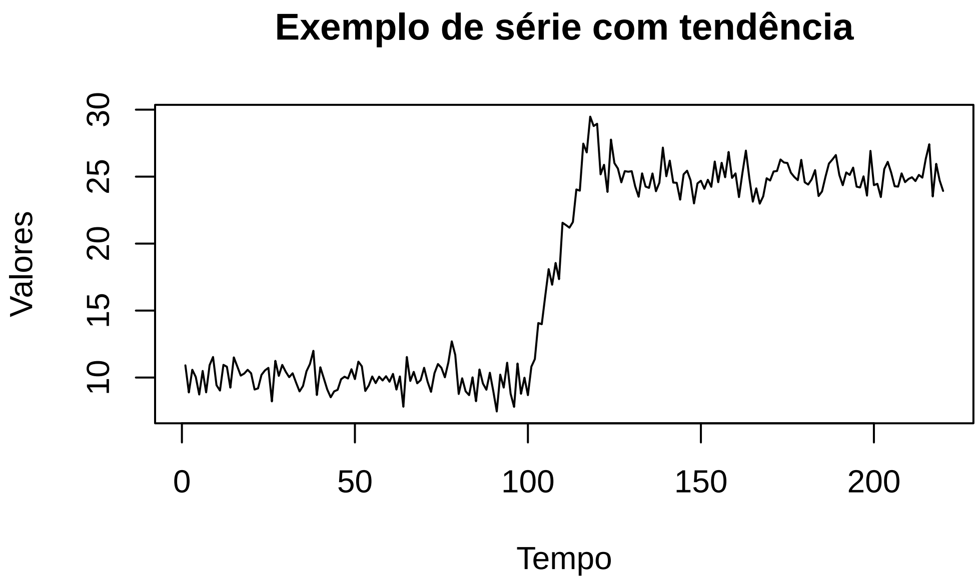
Existem, basicamente, dois enfoques usados na análise de séries temporais. No primeiro, a análise é feita sobre o domínio temporal (será o enfoque do curso) e no domínio de frequência, que temos a análise espectral com aplicações principalmente na área da engenharia e física.

Notação

Seja Z_t uma variável aleatória no instante t (Por exemplo, a temperatura no tempo t). De modo geral, uma série temporal poderá ser representado por um vetor $Z_{t_1}, \dots, Z_{t_n}$.

Tendência

Uma das principais características para se observar em uma série temporal é a tendência. Ou seja, identificar se a série apresenta um comportamento crescente ou decrescente ao longo do tempo. Por exemplo, no gráfico abaixo podemos identificar que em determinado tempo a série apresentou um comportamento de tendência crescente até obter uma certa estabilidade novamente.

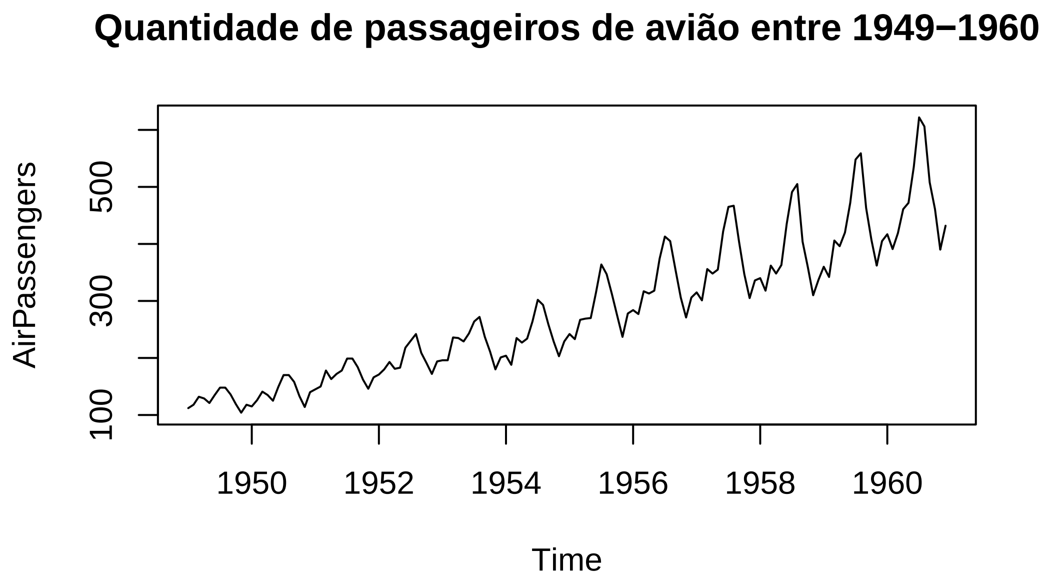


Sazonalidade

O componente de sazonalidade também é outra característica importante para observar-se em uma série temporal. Esse componente determina se existe um comportamento sazonal ou cíclico, ou seja, se uma série observada apresenta um comportamento que se repete de tempos em tempos. A seguir, é fornecido um exemplo de uma série temporal que apresenta esse tipo de comportamento.

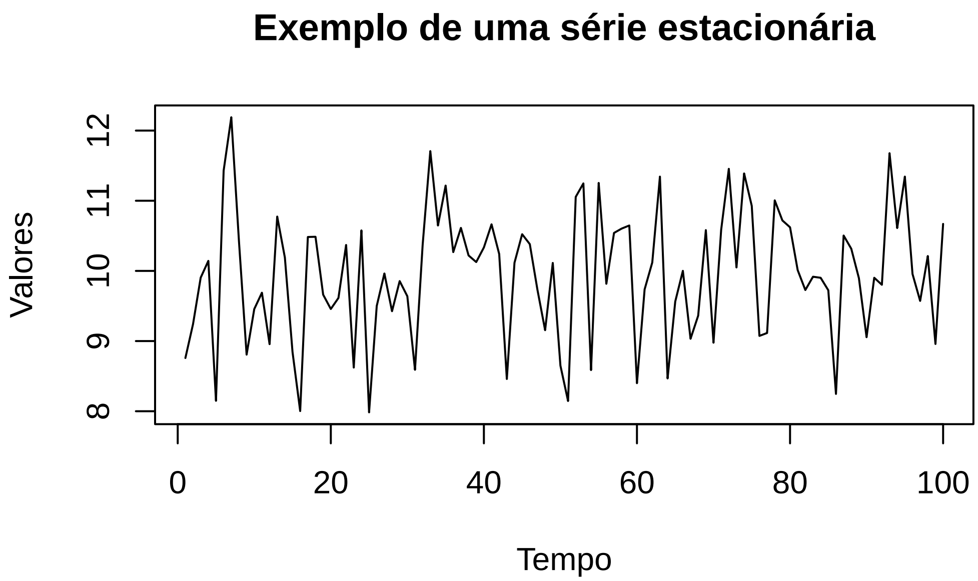
```r
## Carregando os pacotes
library(TSA)
library(forecast)
```

```r
data("AirPassengers")
plot.ts(AirPassengers, main = 'Quantidade de passageiros de avião entre 1949-1960')
```



Estacionariedade

Uma das suposições que podemos fazer em uma série temporal é a de que ela é **estacionária**. Isto é, ao longo do tempo seus valores estão aleatoriamente próximos de uma média constante, refletindo de alguma forma um equilíbrio estável. No gráfico a seguir, tempos um exemplo de uma série temporal estacionária.



Contudo, em várias situações práticas, vamos ter que lidar com **séries não estacionárias**. É bastante comum, por exemplo, em séries econômicas e financeiras a presença de tendências de longos períodos ou curtos períodos (o que geralmente caracteriza uma mudança de nível). Dessa forma, em alguns modelos estatísticos de séries temporais, vamos ter que "tratar" a não estacionariedade das séres através de transformações. A transformação mais comum seria tomar diferenças sucessivas da série original, até obter uma série estacionária.

Operador Diferença

o operador diferença (Δ) de primeira ordem pode ser definido como

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

a segunda diferença é

$$\Delta^2 Z_t = \Delta[\Delta Z_t] = \Delta[Z_t - Z_{t-1}]$$

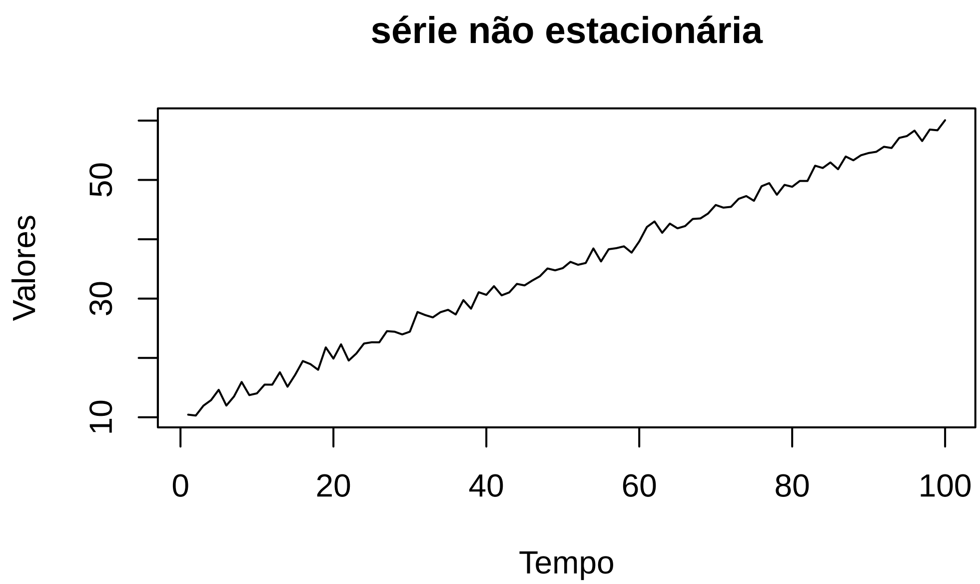
De modo geral, a n-ésima diferença de Z_t é

$$\Delta^n Z_t = \Delta[\Delta^{n-1} Z_t]$$

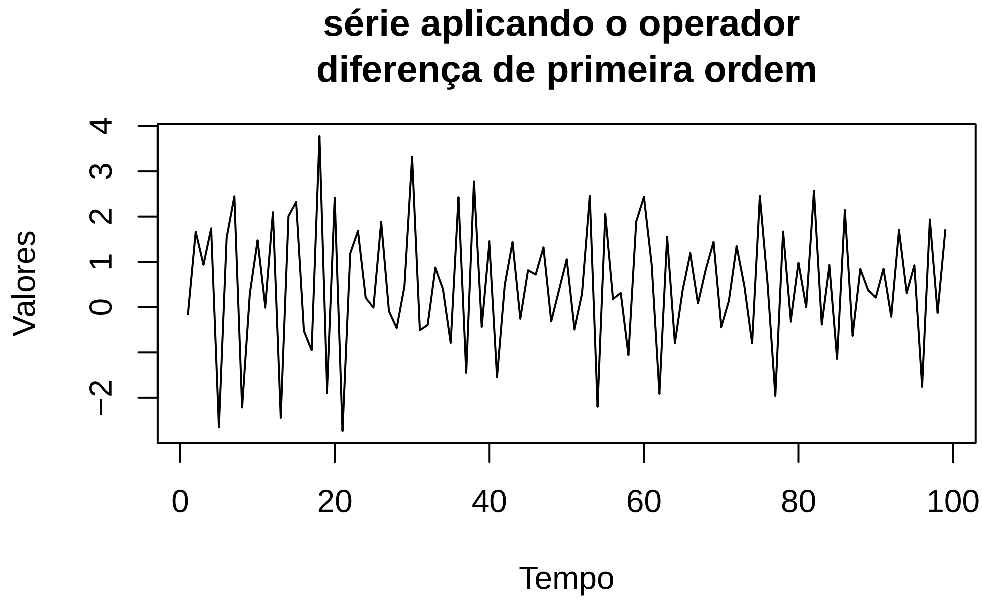
Na prática, é comum tomar uma ou duas diferenças para tornar a série temporal estacionária. O exemplo a seguir, ilustra como o operador diferença pode tornar uma série claramente não estacionária em uma série estacionária.

```
### Exemplo simulado no R:
x1 = c()
for (i in 1:100) x1[i] = rnorm(1, mean = 10+(i/2), sd = 1)
x2 = diff(x1, 1)

plot.ts(x1, xlab = "Tempo", ylab = "Valores", main = "série não estacionária" )
```




```
plot.ts(x2, xlab = "Tempo", ylab = "Valores", main = "série aplicando o operador \ndiferen
```



Modelos para séries temporais

Os modelos em séries temporais controlados por leis probabilísticas, são baseados na teoria de um processo estocástico. A construção desses modelos depende de vários fatores, tais como a natureza dos dados, objetivo da análise e comportamento da série. Dessa forma, o leque de opções de modelos que podemos aplicar são muitos, inclusive modelos não probabilísticos também podem ser usados (Redes neurais, deep learning, etc ...).

Processos estocásticos

Definição: Seja τ um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $Z = \{Z_t, t \in \tau\}$, tal que, para cada $t \in \tau$, Z_t é uma variável aleatória.

Nessas condições, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias, que supomos definidas num mesmo espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$. Cada $t \in \mathbb{Z}$, tal que Z_t

seja uma variável aleatória. Na Figura a seguir, podemos ilustrar um processo estocástico como uma família de trajetórias.

Observação: Uma série temporal é uma realização de um processo estocástico, isto é, $Z_t^{(j)}$ para algum $j = 1, \ldots, n$.

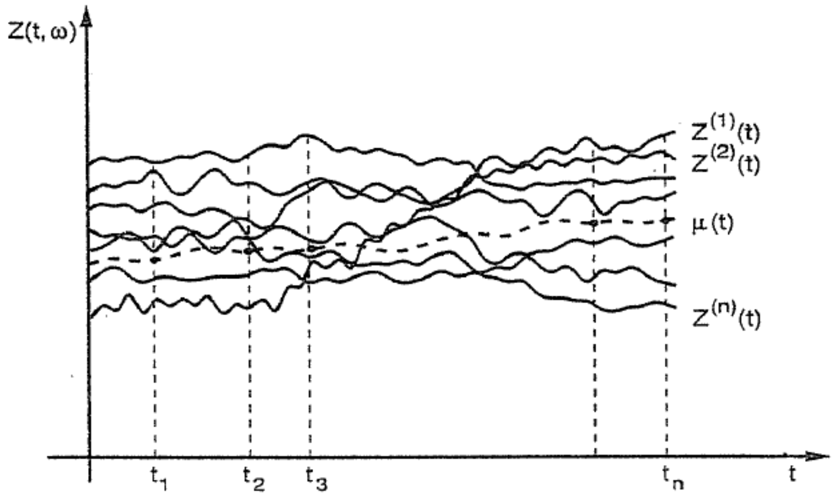


Figure 1: Fonte: Morettin & Toloi (2018)

Processos estocásticos estacionários

Definição: Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in \tau\}$\$ diz-se estritamente estacionário se todas as distribuições finito-dimensionais permanecem as mesmas sob translações no tempo, ou seja,

$$F(z_1, \ldots, z_n; t_1 + \tau, \ldots, t_n + \tau) = F(z_1, \ldots, z_n; t_1, \ldots, t_n)$$

para quaisquer $t_1, \ldots, t_n, \tau$.

Isto significa, em particular, que todas as distribuições unidimensionais são invariantes sob translações do tempo, logo a média $\mu(t)$ e a variância $V(t)$ são constantes, isto é,

$$\mu(t) = \mu, \quad V(t) = \sigma^2,$$

para todo $t \in \tau$. Sem perda de generalidade, podemos supor que $\mu = 0$; caso contrário, considere o processo $\{Z(t) - \mu\}$.

Definição: Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in T\}$ diz-se fracamente estacionário ou estacionário de segunda ordem (ou em sentido amplo) se e somente se

(i) $E\{Z(t)\} = \mu(t) = \mu$, constante, para todo $t \in T$;

(ii) $E\{Z^2(t)\} < \infty$, para todo $t \in T$;

(iii) $\gamma(t_1, t_2) = \text{Cov}\{Z(t_1), Z(t_2)\}$ é uma função de $|t_1 - t_2|$.