

Inferência estatística

Lista 7

Métodos de Estimação

Professor: Pedro M.A. Junior

2 de junho de 2025

1. Sejam X_1, \dots, X_n amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(0, \sigma^2)$.
 - (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para σ^2
 - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
 - (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para σ^2 .
2. Sejam X_1, \dots, X_n amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \exp(\theta)$ com fdp dada por

$$f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad x > 0; \theta > 0$$

- (a) Obtenha o estimador de θ através do método da máxima verossimilhança.
 - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança obtido no item (a)
 - (c) Encontre o Estimador de Máxima Verossimilhança de $g(\theta) = \frac{\theta}{1+\theta}$.
 - (d) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança obtido no item (c)
 - (e) Obtenha o estimador de θ pelo método dos momentos.
3. Sejam X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X com distribuição exponencial com parâmetro θ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança de $g(\theta) = P(X > 1)$.

4. Sejam X_1, \dots, X_n variáveis aleatórias i.i.d. com função de densidade dada por:

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1; \theta > 0$$

Obtenha o estimador de θ através dos métodos dos momentos e de máxima verossimilhança.

5. Sejam X_1, \dots, X_n amostra aleatória da variável aleatória $X \sim Poisson(\lambda)$.
- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para λ .
 - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
 - (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para λ .
6. Seja X_1, \dots, X_n amostra aleatória da variável aleatória $X \sim Bin(n, p)$.
- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de p .
 - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
 - (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para p .
7. Sejam X_1, \dots, X_n amostra aleatória da variável aleatória $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, com μ e σ^2 desconhecidos.
- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma^2)$
 - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança para $\boldsymbol{\theta}$.
 - (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para $\boldsymbol{\theta}$
8. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \exp(\lambda)$ e Y_1, \dots, Y_n uma amostra aleatória da variável aleatória $Y \sim \exp(\lambda)$, tal que as amostras X_1, \dots, X_n e Y_1, \dots, Y_n são independentes. Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para λ .