

Inferência estatística  
Lista 7  
Métodos de Estimação

Professor: Pedro M.A. Junior

2 de junho de 2025

1. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim N(0, \sigma^2)$ .
  - (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\sigma^2$
  - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
  - (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para  $\sigma^2$ .
2. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim \exp(\theta)$  com fdp dada por

$$f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad x > 0; \theta > 0$$

- (a) Obtenha o estimador de  $\theta$  através do método da máxima verossimilhança.
  - (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança obtido no item (a)
  - (c) Encontre o Estimador de Máxima Verossimilhança de  $g(\theta) = \frac{\theta}{1+\theta}$ .
  - (d) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança obtido no item (c)
  - (e) Obtenha o estimador de  $\theta$  pelo método dos momentos.
3. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  uma amostra aleatória da variável aleatória  $X$  com distribuição exponencial com parâmetro  $\theta$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança de  $g(\theta) = P(X > 1)$ .

4. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  variáveis aleatórias i.i.d. com função de densidade dada por:

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1; \theta > 0$$

Obtenha o estimador de  $\theta$  através dos métodos dos momentos e de máxima verossimilhança.

5. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ .

- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\lambda$ .
- (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
- (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para  $\lambda$ .

6. Seja  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim \text{Bin}(n, p)$ .

- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de  $p$ .
- (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança.
- (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para  $p$ .

7. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , com  $\mu$  e  $\sigma^2$  desconhecidos.

- (a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\theta = (\mu, \sigma^2)$
- (b) Encontre a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança para  $\theta$ .
- (c) Obtenha o estimador pelo método dos momentos para  $\theta$

8. Seja  $X_1, \dots, X_n$  uma amostra aleatória da variável aleatória  $X \sim \exp(\lambda)$  e  $Y_1, \dots, Y_n$  uma amostra aleatória da variável aleatória  $Y \sim \exp(\lambda)$ , tal que as amostras  $X_1, \dots, X_n$  e  $Y_1, \dots, Y_n$  são independentes. Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\lambda$ .