Inferência estatística
Lista 6
Família exponencial

Professor: Pedro M.A. Junior

11 de fevereiro de 2026

1. Considere uma amostra aleatória $X_1, \ldots, X_n$ com função de densidade (ou probabilidade) comum, dadas a seguir em cada quesito. Verifique se pertencem a família exponencial. Em caso afirmativo, obtenha as estatísticas suficientes para seus respectivos parâmetros.

a. Distribuição Exponencial:

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{1}{\theta}x\right), \quad x > 0, \quad \theta > 0$$

b. Distribuição Gama:

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{\beta}x\right), \quad x > 0, \quad \alpha, \beta > 0$$

c. Distribuição Poisson:

$$f(x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \quad x > 0, \lambda > 0$$

d. Distribuição Geométrica:

$$f(x|p) = p(1-p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \ldots; p > 0$$

e. Distribuição Binomial:

$$f(x|p) = \left(\begin{array}{c} n \\ x \end{array} \right) p^x (1-p)^{n-x}, \quad x > 0, \lambda > 0$$

f. Distribuição Normal (variância conhecida):

$$f(x|\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

g. Distribuição Normal (média conhecida):

$$f(x|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

h. Distribuição Beta:

$$f(x|\alpha,\beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}, \quad 0 < x < 1$$

i. Distribuição Qui-quadrado com k graus de liberdade:

$$f(x|k) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}, \quad x > 0$$

j. Distribuição Exponencial Truncada:

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\theta(1-e^{-c/\theta})} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \quad 0 < x < c$$

k. Distribuição Normal com média e variância desconhecidas:

$$f(x|\lambda,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} \exp\left(-\frac{(x-\lambda)^2}{2\theta}\right), \quad x \in \mathbb{R},\ \lambda \in \mathbb{R},\ \theta > 0$$

l. Distribuição Gama com dois parâmetros:

$$f(x|\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0$$