

MATEMÁTICA BÁSICA



Noções de Lógica

PROPOSIÇÃO

- **Definição:** uma proposição ou sentença é uma oração declarativa que pode ser verdadeira ou falsa
- **Observemos que toda proposição apresenta três características obrigatórias:**
 1. **sendo oração, tem sujeito e predicado**
 2. **é declarativa (não é exclamativa ou interrogativa)**
 3. **tem um, e somente um, dos dois valores lógicos. Ou é verdadeira (V) ou é falsa (F)**

NEGAÇÃO

- A partir de uma proposição p qualquer, sempre podemos construir outra denotada negação de p e indicada com o símbolo $\sim p$

(lê-se “não p ”)

- A proposição $\sim p$ tem sempre o valor oposto a p , isto é, $\sim p$ é verdadeira quando p é falsa e $\sim p$ é falsa quando p é verdadeira

PROPOSIÇÃO COMPOSTA: CONECTIVOS

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições mediante o emprego de conectivos:

conectivo \wedge (lê-se “e”) e o conectivo \vee (lê-se “ou”)

CONECTIVO \wedge

Colocando o conectivo \wedge entre duas proposições, obtemos uma nova proposição $p \wedge q$, denominada **conjunção** das sentenças p e q

PROPOSIÇÃO COMPOSTA: CONECTIVOS

CONECTIVO \vee

Colocando o conectivo \vee entre duas proposições p e q obtemos uma nova proposição $p \vee q$, denominada **disjunção** das sentenças p e q

SENTENÇAS ABERTAS, QUANTIFICADORES

Há expressões do tipo

$$x + 1 = 5 \quad (1)$$

$$x > 4 \quad (2)$$

$$x^3 = 9x^2 \quad (3)$$

que contém variáveis e cujo valor lógico (verdadeiro ou falso) vai depender do valor atribuído à variável

Em (1) a expressão é verdadeira se $x = 4$

Em (2) a expressão é verdadeira se $x = 5$, por exemplo

Em (3) a expressão é verdadeira se $x = 0$ ou $x = 9$

SENTENÇAS ABERTAS, QUANTIFICADORES

Sentenças que contém variáveis são chamadas funções proposicionais ou sentenças abertas. Tais sentenças não são proposições, pois seu valor lógico (V ou F) é discutível

Há, todavia, duas maneiras de **transformar sentenças abertas em proposições**:

1. atribuir valores às variáveis
2. utilizar quantificadores

\forall para todo

\exists existe

QUANTIFICADOR UNIVERSAL

O quantificador universal, usado para transformar sentenças abertas em proposição, é indicado pelo símbolo \forall , que se lê “para todo”, “qualquer que seja”, “para cada”

QUANTIFICADOR EXISTENCIAL

O quantificador existencial é indicado pelo símbolo \exists , que se lê “existe”, “existe um”, “existe pelo menos um”

OBS: Algumas vezes usamos um outro quantificador $\exists!$, que se lê “existe um único”, “existe apenas um”

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES QUANTIFICADAS

Um sequência quantificada com um **quantificador universal** do tipo $(\forall x)(p(x))$ é assim **negada**: substituindo-se o quantificador universal pelo existencial e nega-se $p(x)$, obtendo $(\exists x)(\sim p(x))$

Uma sequência quantificada com um **quantificador existencial**, do tipo $(\exists x)(p(x))$, é **negada** assim: substitui-se o quantificador pelo universal e nega-se $p(x)$, obtendo-se $(\forall x)(\sim p(x))$