Pumping Lemma para LLC

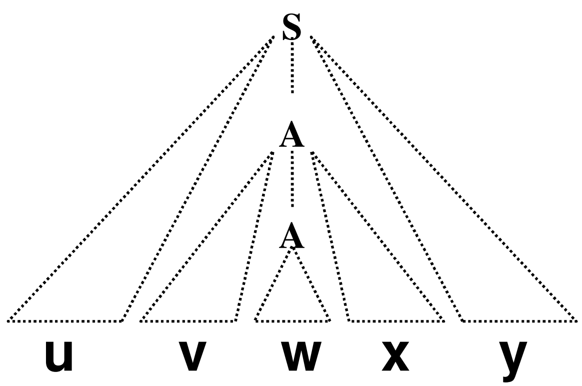
- Considere:
  - $G = (V, \Sigma, P, S)$ uma gramática na forma normal de Chomsky,
  - *w* um string gerado por G e,
  - T a árvore de parse de *w*, com altura n.

- Como G está na FN Chomsky, o número de folhas de T é no máximo 2^{n-1} (árvore binária - $|w| \leq 2^{n-1}$).

Pumping Lemma para LLC

- Seja n o número de símbolos não-terminais de G.
  - se existe um string z gerado por G com $|z| > 2^{n-1}$, então a árvore de parse de z tem altura $\geq n+1$:
    - no caminho de maior tamanho que parte da raiz e chega a alguma folha, existe pelo menos um símbolo que se repete.

Pumping Lemma para LLC



$$S \overset{*}{\Rightarrow} uAy, \qquad A \overset{*}{\Rightarrow} vAx, \qquad A \overset{*}{\Rightarrow} w, \qquad S \overset{*}{\Rightarrow} uAy \overset{*}{\Rightarrow} uvAxy \overset{*}{\Rightarrow} uvwxy.$$

- O processo $A \Rightarrow vAx$ pode ser omitido, ou repetido i vezes, logo:
  - uv^iwx^iy também pode ser gerado pela gramática, $i \geq 0$.

Pumping Lemma para LLC

- Seja L uma LLC gerada por uma gramática G na FN de Chomsky com K símbolos não-terminais. Qualquer string $z \in L$, tal que $|z| > 2^{k-1}$ pode ser escrito na forma $z = uvwxy$, onde:

    1. $| vwx | \leq 2^{k-1}$,
    2. $| v | + | x | > 0$ e,
    3. $\forall\, i \geq 0,\ uv^iwx^iy \in L$.

Pumping Lemma para LLC

- Provar que $L = \{ a^i b^i c^i \mid i \geq 0 \}$ não é livre do contexto:

1. faça $w = a^k b^k c^k$, com $k = 2^{n-1}$, (n o número de variáveis da gramática G que gere L),
2. como $|w| > 2^{n-1}$ aplique o lema do bombeamento.

Propriedades das Linguagens Livres do Contexto

- Teorema: se L_1 e L_2 são linguagens livres do contexto, então:
  - $L_1 \cup L_2$, $(L_1)^*$, L_1L_2 são LLC, mas

- Teorema: o conjunto das LLC's não é fechado sob interseção ou complemento:
  1. $L_1 \cap L_2$ pode não ser LLC - $a^ib^ic^k \cap a^kb^kc^i = a^kb^kc^k$ $i, k > 0$.

Propriedades das Linguagens Livres do Contexto

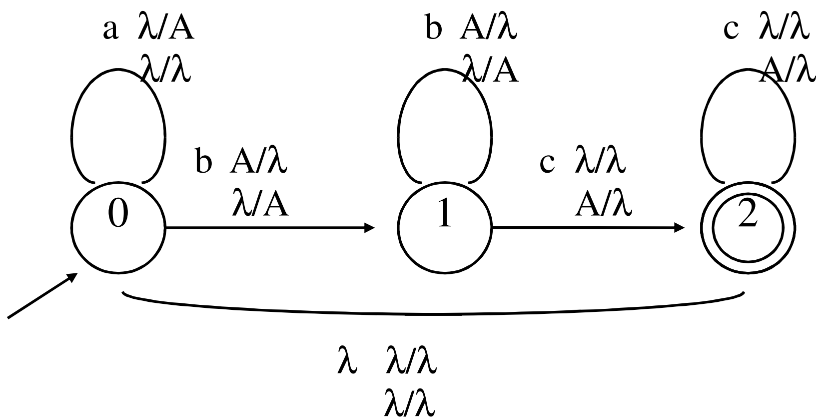
2. $(L_1)'$ pode não ser LLC. Prova:
   - considere L_1 e L_2 LLC. Faça $L = ((L_1)' \cup (L_2)')'$. Note que o resultado contradiz (1).
   - $L = \{ ww \mid w \in \{ a,b \}^* \}$ não é LLC. Mas L' é LLC.

- Teorema: seja L_1 uma LR e L_2 uma LLC, então:
  - $L_1 \cap L_2$ é uma LLC. Prova por construção do PDA.

Autômatos com 2 Pilhas

- Em cada transição o autômato verifica o símbolo no topo de cada pilha e executa uma operação em cada pilha.

- Exemplo: autômato para L = { $a^i b^i c^i$ | i ≥ 0 }.



Autômatos com 2 Pilhas

- Nem toda linguagem reconhecida por um autômato com duas pilhas é livre do contexto.
- E para $L = \{ a^i b^i c^i d^i \mid i \geq 0 \}$. Precisamos de 3 pilhas?