Fundamentos Teóricos da Computação

– Fechamento - Lema do Bombeamento –

Sumário

Fechamento de Operações para LRs

O Que é Fechamento

Seja uma classe de linguagens $\mathcal{L}$ e uma operação sobbre linguagens $\mathcal{O}$. Diz-se que $\mathcal{L}$ **é fechada sob** $\mathcal{O}$ se a aplicação de $\mathcal{O}$ a linguagens pertencentes a $\mathcal{L}$ sempre resulta em uma linguagem pertencente a $\mathcal{L}$.

Propriedades de Fechamento

Considere duas linguagens regulares L_1 e L_2, então:

- $L_1 \cup L_2$ também é regular
- $L_1 \cap L_2$ também é regular
- $L_1 L_2$ também é regular
- L_1^* também é regular
- $\overline{L_1}$ também é regular

Fechamento de Operações para LRs

O Que é Fechamento

Seja uma classe de linguagens $\mathcal{L}$ e uma operação sobbre linguagens $\mathcal{O}$. Diz-se que $\mathcal{L}$ **é fechada sob** $\mathcal{O}$ se a aplicação de $\mathcal{O}$ a linguagens pertencentes a $\mathcal{L}$ sempre resulta em uma linguagem pertencente a $\mathcal{L}$.

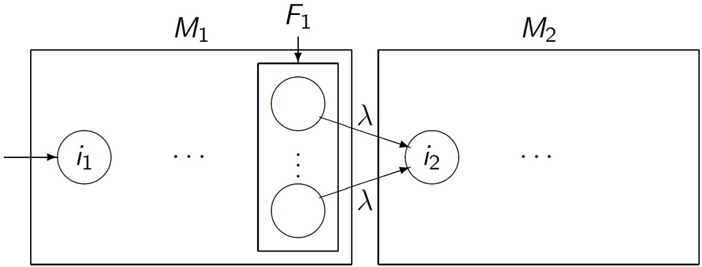
Propriedades de Fechamento

Considere duas linguagens regulares L_1 e L_2, então:

- $L_1 \cup L_2$ também é regular
- $L_1 \cap L_2$ também é regular
- $L_1 L_2$ também é regular
- L_1^* também é regular
- $\overline{L_1}$ também é regular

Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Concatenação – Esquema



Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Concatenação

Sejam dois AFDs:

$$M_1 = (E_1, \Sigma_1, \delta_1, i_1, F_1) \text{ e } M_2 = (E_2, \Sigma_2, \delta_2, i_2, F_2), E_1 \cap E_2 = \emptyset$$

O AFN-λ M_3 reconhece $L(M_1)L(M_2)$:

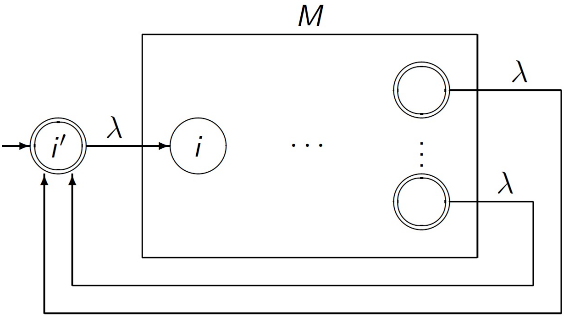
$$M_3 = (E_1 \cup E_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta_3, i_1, F_2)$$

em que δ_3 é dada por:

- $\delta_3(e, a) = \begin{cases} \{\delta_1(e, a)\} & \text{, para todo } e \in E_1, a \in \Sigma_1 \\ \{\delta_2(e, a)\} & \text{, para todo } e \in E_2, a \in \Sigma_2 \end{cases}$
- $\delta_3(e, \lambda) = \begin{cases} \{i_2\} & \text{, para todo } e \in F_1 \\ \emptyset & \text{, para todo } e \in (E_1 \cup E_2) - F_1 \end{cases}$

Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Fecho de Kleene – Esquema



Fechamento de Operações para LRs

Fechamento sob Fecho de Kleene

Seja um AFD $M = (E, \Sigma, \delta, i, F)$

O AFN-λ M' reconhece $L(M)^*$:

$$M' = (E \cup \{i'\}, \Sigma, \delta', i', F \cup \{i'\})$$

em que $i' \notin E$ e δ' é dada por:

- $\delta'(i', \lambda) = \{i\}$
- $\delta'(e, a) = \{\delta(e, a)\}$ para todo $e \in E, a \in \Sigma$
- $\delta'(e, \lambda) = \begin{cases} \{i'\} & \text{, para todo } e \in F \\ \emptyset & \text{, para todo } e \in E - F \end{cases}$

Fechamento de Operações para LRs

Aplicações das Propriedades de Fechamento

Três aplicações para as propriedades de fechamento das LRs:

1. Provar que uma linguagem é regular
2. Provar que uma linguagem não é regular
3. Facilitar a obtenção de AF para uma linguagem regular

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro digito de } w\text{, da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro digito de } w\text{, da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 1

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro digito de } w\text{, da direita para esquerda, é } 1\}$

Prove que $L_1 - L_2$ é regular.

L_1 e L_2 são linguagens regulares, pois é possível construir AFs para reconhecê-las.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então $L_1 - L_2$ é linguagem regular, pois $\overline{L_2}$ é linguagem regular e a interseção de linguagens regulares, isto é $L_1 \cap \overline{L_2}$, também resulta em linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como $\{a\}^*\{b\}^*$ é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap \{a\}^*\{b\}^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap \{a\}^*\{b\}^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como $\{a\}^*\{b\}^*$ é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap \{a\}^*\{b\}^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap \{a\}^*\{b\}^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como $\{a\}^*\{b\}^*$ é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap \{a\}^*\{b\}^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap \{a\}^*\{b\}^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 2

Seja $L = \{a^k b^m c^n \mid k = m + n\}$. Prove que L não é linguagem regular.

Suponha que L seja uma linguagem regular.

Como $\{a\}^*\{b\}^*$ é linguagem regular e a classe das linguagens regulares é fechada sob interseção, segue-se que $L \cap \{a\}^*\{b\}^*$ deve ser uma linguagem regular.

Contudo, $L \cap \{a\}^*\{b\}^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é linguagem regular. Isto é absurdo, logo L não é linguagem regular.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ representa um número binário divisível por $6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid$ o terceiro digito de w, da direita para esquerda, é $1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro digito de } w\text{, da direita para esquerda, é } 1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K.

Fechamento de Operações para LRs

Exemplo de Aplicação do Tipo 3

Considere:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário divisível por } 6\}$
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{o terceiro digito de } w\text{, da direita para esquerda, é } 1\}$

Construir um AFD para $L_1 - L_2$.

L_1 e L_2 são linguagens regulares e é possível construir AFs para reconhecê-las. Para L_1 é possível se obter um AFD M com 6 estados que a reconhece, enquanto que para L_2 pode-se construir facilmente um AFN com 4 estados que a reconheça, que pode ser transformado em um AFD N equivalente.

Como $L_1 - L_2$ é equivalente a $L_1 \cap \overline{L_2}$, então basta obter um AFD K que reconheça $\overline{L_2}$ a partir do AFD N (complementando-se o conjunto de estados de aceitação de N). Em seguida, basta produzir um AFD para $L_1 \cap \overline{L_2}$ por meio do produto cartesiano entre o AFD M e o AFD K.

Lema sobre Linguagens Infinitas

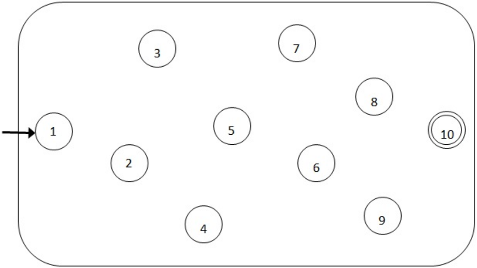
Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

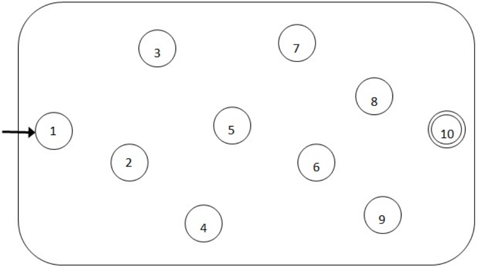
Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.



Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

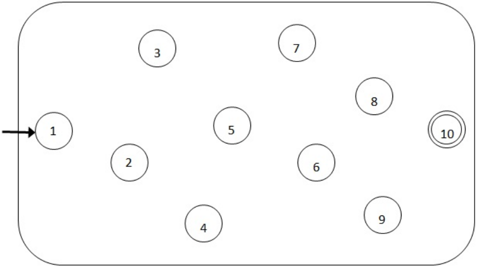


$\Rightarrow$ **Uma palavra de tamanho 1 deve ser reconhecida em caminho com 2 estados !**

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

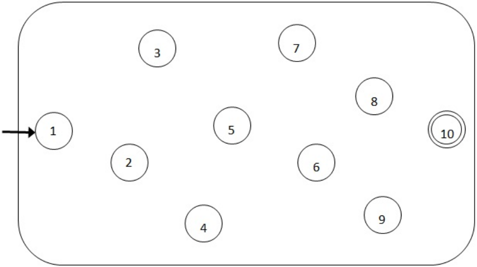


$\Rightarrow$ **Uma palavra de tamanho 2 deve ser reconhecida em caminho com 3 estados !**

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

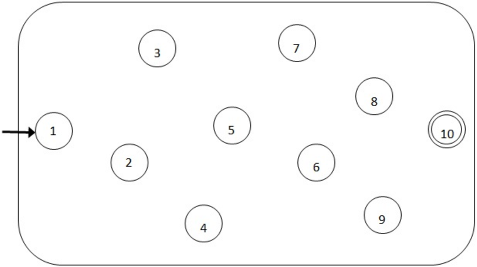


$\Rightarrow$ **Uma palavra de tamanho 3 deve ser reconhecida em caminho com 4 estados !**

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.

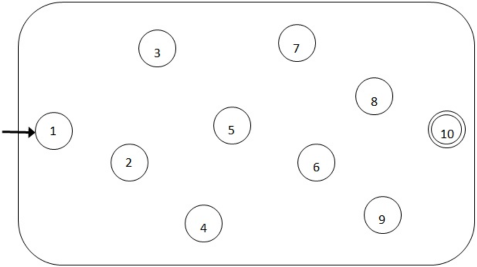


$\Rightarrow$ **Uma palavra de tamanho ...**

Lema sobre Linguagens Infinitas

Lema

Seja M um AFD com k estados. Se M aceita uma sentença w tal que $|w| \geq k$, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual w é aceito.



$\Rightarrow$ **Uma palavra de tamanho 10 deve ser reconhecida em caminho com 11 estados !**

Lema do Bombeamento para LRs

Lema do Bombeamento (*Pumping lemma*)

Seja L uma linguagem regular aceita por um autômato M de $k > 0$ estados. Toda sentença w de L de tamanho maior ou igual a k pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

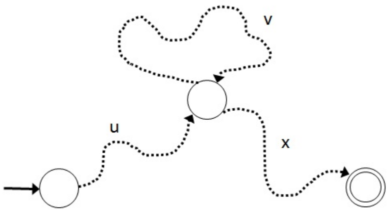
- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Lema do Bombeamento para LRs

Lema do Bombeamento (*Pumping lemma*)

Seja L uma linguagem regular aceita por um autômato M de $k > 0$ estados. Toda sentença w de L de tamanho maior ou igual a k pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$



Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1$, $1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

1^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Prove que L_1 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_1. Toda sentença $w \in L_1, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_1, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_1$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}b^k \notin L_1, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_1 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2$, $1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

2º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$. Prove que L_2 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_2 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_2. Toda sentença $w \in L_2, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_2, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_2$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^k \notin L_2, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_2 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3$, $\forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

3º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_3 = \{a^m b^n \mid m < n\}$. Prove que L_3 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_3 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_3. Toda sentença $w \in L_3, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_3, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+1} \in L_3$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2 x = a^{k+|v|} b^{k+1} \notin L_3, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou maior que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_3 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4$, $1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4$, $1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0x = a^{k-|v|}b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k-|v|} b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

4^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_4 = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$. Prove que L_4 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_4 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_4. Toda sentença $w \in L_4, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_4, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^k \in L_4$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0x = a^{k-|v|}b^k \notin L_4, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_4 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5$, $\forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

5^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_5 = \{a^m b^n \mid m > n\}$. Prove que L_5 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_5 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_5. Toda sentença $w \in L_5, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_5, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k+1} b^k \in L_5$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^0 x = a^{k+1-|v|} b^k \notin L_5, 1 \leq |v| \leq k$, pois número de as é igual ou menor que número de bs. **Isto é absurdo, logo L_5 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(>0)$ estados que aceita L_6.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

6^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_6 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$. Prove que L_6 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_6 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_6. Toda sentença $w \in L_6, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_6, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k^2} \in L_6$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Contudo, $uv^2x = a^{k^2+|v|} \notin L_6, k^2 + 1 \leq k^2 + |v| \leq k^2 + k$, pois número de as não é quadrado de um número natural, já que $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$. **Isto é absurdo, logo L_6 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

7º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_7 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Prove que L_7 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_7 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_7. Toda sentença $w \in L_7, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_7, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^kba^kb \in L_7$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Contudo, $uv^2x = a^{k+|v|}ba^kb \notin L_7$, pois, caso $|v|$ seja ímpar o tamanho de uv^2x é ímpar ou, caso $|v|$ seja par, só exitem bs na segunda metade de uv^2x. **Isto é absurdo, logo L_7 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k'+1$, tem-se $k' + |v|(k'+1-1) = k' + |v|k' = k'(1+|v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k'+1$, tem-se $k' + |v|(k'+1-1) = k' + |v|k' = k'(1+|v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^i x = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k' + 1$, tem-se $k' + |v|(k' + 1 - 1) = k' + |v|k' = k'(1 + |v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

8^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_8 = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$. Prove que L_8 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_8 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(>0)$ estados que aceita L_8. Toda sentença $w \in L_8, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^ix \in L_8, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^{k'} \in L_8, k' \geq k, k'$ primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a e no máximo k as.

Assim, para um i qualquer, $uv^ix = a^{k'+|v|(i-1)}$. Porém, para $i = k'+1$, tem-se $k' + |v|(k'+1-1) = k' + |v|k' = k'(1+|v|)$, que não é primo (pois $|v| > 0$). Logo $uv^{k'+1}x \notin L_8$. **Isto é absurdo, logo L_8 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \texttt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\texttt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \texttt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\texttt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9$, $p - k \geq 2$, p é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\mathtt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\mathtt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\mathtt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\mathtt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

9º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_9 = \{a^m b^n \mid \mathtt{mdc}(m, n) = 1\}$. Prove que L_9 não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_9 seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_9. Toda sentença $w \in L_9, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_9, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^p b^{(p-1)!} \in L_9, p - k \geq 2, p$ é primo. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{p+|v|(i-1)} b^{(p-1)!}$. Porém, para $i = 0$, tem-se $a^{p-|v|} b^{(p-1)!} \notin L_9$, pois $\mathtt{mdc}(p - |v|, (p-1)!) = p - |v| \geq p - k \geq 2$. **Isto é absurdo, logo L_9 não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10º Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v|[(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}$, $|w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k (> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v|\left[(k!/|v|) + 1 - 1\right] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| \, [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| \, [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v|\,[(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| \, [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v|\ [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando o Lema do Bombeamento

10^o Exemplo do Uso do Lema do Bombeamento para LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular, então existe AF com $k(> 0)$ estados que aceita L_{10}. Toda sentença $w \in L_{10}, |w| \geq k$, pode ser escrita da forma $w = uvx$, em que:

- $|uv| \leq k$,
- $|v| > 0$ (ou $v \neq \lambda$),
- $uv^i x \in L_{10}, \forall i = 0, 1, 2, \ldots$

Considere $w_1 = a^k b^{k+k!} \in L_{10}$. Como $|uv| \leq k$ e $v \neq \lambda$, logo v possui pelo menos um a (no máximo k as) e nenhum b.

Para um i qualquer, $uv^i x = a^{k+|v|(i-1)} b^{k+k!}$. Porém, para $i = (k!/|v|) + 1$, tem-se $k + |v| \, [(k!/|v|) + 1 - 1] = k + |v|(k!/|v|) = k + k!$. Logo $uv^{(k!/|v|)+1} x \notin L_{10}$. **Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.**

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba (a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

1º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{10} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$. Prove que L_{10} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{10} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{10}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Observe que $\overline{L_{10}} = \{a^m b^n \mid m = n\} \cup (a \cup b)^* ba(a \cup b)^*$.

Portanto, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{10}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{10} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^*b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

2º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{11} = \{a^m b^n c^k \mid m = n + k\}$. Prove que L_{11} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{11} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{11}} \cap a^* b^* = \{a^m b^n \mid m = n\} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{11} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

3^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{12} = \{a^n \mid n \text{ é composto}\}$. Prove que L_{12} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{12} seja uma linguagem regular.

Então, $\overline{L_{12}}$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complementação).

Portanto, $\overline{L_{12}} \cap aaa^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $\overline{L_{12}} \cap aaa^* = \{a^n \mid n \text{ é primo}\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{12} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4º Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.

Prova Usando Propriedades de Fechamento

4^o Exemplo do Uso de Propriedades de Fechamento de LRs

Seja $L_{13} = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$. Prove que L_{13} não é linguagem regular.

Prova

Suponha que L_{13} seja uma linguagem regular.

Então, $L_{13} \cap a^*b^*$ deve ser uma linguagem regular (pois as linguagens regulares são fechadas sob a operação de interseção).

Porém, $L_{13} \cap a^*b^* = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$, que não é uma linguagem regular.

Isto é absurdo, logo L_{13} não é uma linguagem regular.