

Fundamentos Teóricos da Computação

– Gramática Regular –

Sumário

1 Gramáticas

- Introdução à Gramáticas
- Conceitos Básicos
- Definição

2 Gramáticas Regulares

- Gramáticas Lineares
- Definição

Gramáticas

Introdução à Gramáticas

Expressões regulares e AFs são usados para se especificar e reconhecer linguagens simples (regulares).

Uma outra forma de se especificar (gerar) uma linguagem regular é através de gramáticas. Nesse caso, temos as chamadas Gramáticas Regulares.

As gramáticas ainda podem especificar linguagens mais complexas: Gramáticas Livres de Contexto, Gramáticas Sensíveis ao Contexto e Gramáticas Irrestritas.

Gramáticas – Conceitos Básicos

Símbolos Não-Terminais

São elementos auxiliares na geração de sentenças.

Ex.: S, A, B, Z

Símbolos Terminais

São elementos formadores das sentenças (alfabeto).

Ex.: a, b, c, λ

Formas Sentenciais

São palavras formadas por símbolos terminais e não-terminais.

Ex.: aSb, Ac, AbZ

Sentenças

São palavras formadas apenas por símbolos terminais.

Ex.: acb, ca, baa, λ

Gramáticas – Conceitos Básicos

Símbolos Não-Terminais

São elementos auxiliares na geração de sentenças.

Ex.: S, A, B, Z

Símbolos Terminais

São elementos formadores das sentenças (alfabeto).

Ex.: a, b, c, λ

Formas Sentenciais

São palavras formadas por símbolos terminais e não-terminais.

Ex.: aSb, Ac, AbZ

Sentenças

São palavras formadas apenas por símbolos terminais.

Ex.: acb, ca, baa, λ

Gramáticas – Conceitos Básicos

Símbolos Não-Terminais

São elementos auxiliares na geração de sentenças.

Ex.: S, A, B, Z

Símbolos Terminais

São elementos formadores das sentenças (alfabeto).

Ex.: a, b, c, λ

Formas Sentenciais

São palavras formadas por símbolos terminais e não-terminais.

Ex.: aSb, Ac, AbZ

Sentenças

São palavras formadas apenas por símbolos terminais.

Ex.: acb, ca, baa, λ

Gramáticas – Conceitos Básicos

Símbolos Não-Terminais

São elementos auxiliares na geração de sentenças.

Ex.: S, A, B, Z

Símbolos Terminais

São elementos formadores das sentenças (alfabeto).

Ex.: a, b, c, λ

Formas Sentenciais

São palavras formadas por símbolos terminais e não-terminais.

Ex.: aSb, Ac, AbZ

Sentenças

São palavras formadas apenas por símbolos terminais.

Ex.: acb, ca, baa, λ

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: $S \rightarrow S_1S_2 \rightarrow S_1S_2S_3 \rightarrow S_1S_2S_3S_4$

Ex.: $S \rightarrow S_1S_2 \rightarrow S_1S_2S_3 \rightarrow S_1S_2S_3S_4 \rightarrow S_1S_2S_3S_4S_5$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: Dada a regra $B \rightarrow bA$ e a forma sentencial cBc pode-se realizar a seguinte derivação

$cBc \rightarrow cbAc$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: Dada a regra $B \rightarrow bA$ e a forma sentencial cBc pode-se realizar a seguinte derivação

$$cBc \Rightarrow cbAc$$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: Dada a regra $B \rightarrow bA$ e a forma sentencial cBc pode-se realizar a seguinte derivação

$$cBc \Rightarrow cbAc$$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: Dada a regra $B \rightarrow bA$ e a forma sentencial cBc pode-se realizar a seguinte derivação

$$cBc \Rightarrow cbAc$$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Produção (ou Regra)

É um par ordenado de formas sentenciais em que o lado esquerdo da produção (primeiro elemento do par) pode ser substituído pelo lado direito da mesma (segundo elemento do par).

Ex.: [B, bA] ou $B \rightarrow bA$

Derivação

É o processo de obtenção de uma forma sentencial a partir de outra, em que os símbolos do lado direito de uma produção (ou regra) substituem aqueles colocados do lado esquerdo da mesma.

Ex.: Dada a regra $B \rightarrow bA$ e a forma sentencial cBc pode-se realizar a seguinte derivação

$$cBc \Rightarrow cbAc$$

Gramáticas – Conceitos Básicos

Observações sobre Notação de Derivação

$S \Rightarrow w$ significa que w é derivado a partir da variável S em um passo

$S \xrightarrow{*} w$ significa que w é derivado a partir da variável S em zero ou mais passos

Gramáticas – Conceitos Básicos

Observações sobre Notação de Derivação

$S \Rightarrow w$ significa que w é derivado a partir da variável S em um passo

$S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ significa que w é derivado a partir da variável S em zero ou mais passos

Gramáticas

Definição – Gramática

Um **Gramática** é uma quádupla $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que:

- $V \equiv$ conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
- $\Sigma \equiv$ conjunto de símbolos terminais (alfabeto), $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $P \equiv$ conjunto de produções (ou regras),
$$P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*$$
- $S \equiv$ símbolo inicial (ou variável de partida), $S \in V$

Gramáticas

Definição – Gramática

Um **Gramática** é uma quádupla $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que:

- $V \equiv$ conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
- $\Sigma \equiv$ conjunto de símbolos terminais (alfabeto), $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $P \equiv$ conjunto de produções (ou regras),
$$P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*$$
- $S \equiv$ símbolo inicial (ou variável de partida), $S \in V$

Gramáticas

Definição – Gramática

Um **Gramática** é uma quádupla $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que:

- $V \equiv$ conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
- $\Sigma \equiv$ conjunto de símbolos terminais (alfabeto), $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $P \equiv$ conjunto de produções (ou regras),
$$P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*$$
- $S \equiv$ símbolo inicial (ou variável de partida), $S \in V$

Gramáticas

Definição – Gramática

Um **Gramática** é uma quádupla $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que:

- $V \equiv$ conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
- $\Sigma \equiv$ conjunto de símbolos terminais (alfabeto), $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $P \equiv$ conjunto de produções (ou regras),
$$P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*$$
- $S \equiv$ símbolo inicial (ou variável de partida), $S \in V$

Gramáticas

Definição – Gramática

Um **Gramática** é uma quádupla $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que:

- $V \equiv$ conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
- $\Sigma \equiv$ conjunto de símbolos terminais (alfabeto), $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $P \equiv$ conjunto de produções (ou regras),
$$P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*$$
- $S \equiv$ símbolo inicial (ou variável de partida), $S \in V$

Gramáticas

Observações sobre Derivação de Gramática

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in (V \cup \Sigma)^*$ então w é uma forma sentencial

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in \Sigma^*$ então w é uma sentença

Linguagem Gerada por uma Gramática

Seja uma Gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$. A linguagem gerada por G é dada por:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \xrightarrow{*} w\}.$$

Gramáticas

Observações sobre Derivação de Gramática

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in (V \cup \Sigma)^*$ então w é uma forma sentencial

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in \Sigma^*$ então w é uma sentença

Linguagem Gerada por uma Gramática

Seja uma Gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$. A linguagem gerada por G é dada por:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \xrightarrow{*} w\}.$$

Gramáticas

Observações sobre Derivação de Gramática

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in (V \cup \Sigma)^*$ então w é uma forma sentencial

se $S \xrightarrow{*} w$ e $w \in \Sigma^*$ então w é uma sentença

Linguagem Gerada por uma Gramática

Seja uma Gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$. A linguagem gerada por G é dada por:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \xrightarrow{*} w\}.$$

Gramáticas

Recursão

Regras recursivas permitem que uma gramática gere infinitas palavras.

$$\text{Recursão} \left\{ \begin{array}{l} \text{Direta} : A \rightarrow aA \\ \text{Indireta} : A \xrightarrow{*} w \xrightarrow{*} aA \quad (\text{e } w \text{ não contém } A) \end{array} \right.$$

Derivação Mais a Direita (DMD)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a direita.

Derivação Mais a Esquerda (DME)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a esquerda.

Gramáticas

Recursão

Regras recursivas permitem que uma gramática gere infinitas palavras.

$$\text{Recursão} \left\{ \begin{array}{l} \text{Direta} : A \rightarrow aA \\ \text{Indireta} : A \xrightarrow{*} w \xrightarrow{*} aA \quad (\text{e } w \text{ não contém } A) \end{array} \right.$$

Derivação Mais a Direita (DMD)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a direita.

Derivação Mais a Esquerda (DME)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a esquerda.

Gramáticas

Recursão

Regras recursivas permitem que uma gramática gere infinitas palavras.

Recursão $\left\{ \begin{array}{l} \text{Direta} : A \rightarrow aA \\ \text{Indireta} : A \xrightarrow{*} w \xrightarrow{*} aA \quad (\text{e } w \text{ não contém } A) \end{array} \right.$

Derivação Mais a Direita (DMD)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a direita.

Derivação Mais a Esquerda (DME)

Durante o processo de derivação o não-terminal expandido de cada forma sentencial é sempre o mais a esquerda.

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow$
 $Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow Ababaa \Rightarrow ababaa$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$S \Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow ababaA \Rightarrow ababaa$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas

Exemplo de DMD

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DMD da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow Aa \Rightarrow AAAa \Rightarrow AAbAa \Rightarrow AAbaa \Rightarrow AbAbaa \Rightarrow \\ &Ababaa \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Exemplo de DME

Seja $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA \mid bA \mid Ab \mid a\}, S)$

Então uma DME da sentença *ababaa* é dada por:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AA \Rightarrow aA \Rightarrow aAAA \Rightarrow abAAA \Rightarrow abaAA \Rightarrow ababAA \Rightarrow \\ &ababaA \Rightarrow ababaa \end{aligned}$$

Gramáticas Regulares

Gramática Linear à Direita

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que cada regra é da forma:

- $A \rightarrow a$
- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow \lambda$

em que $A, B \in V$ e $a \in \Sigma$. Então G é **Gramática Linear à Direita (GLD)**.

Gramática Linear à Esquerda

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que cada regra é da forma:

- $A \rightarrow a$
- $A \rightarrow Ba$
- $A \rightarrow \lambda$

em que $A, B \in V$ e $a \in \Sigma$. Então G é **Gramática Linear à Esquerda (GLE)**.

Gramáticas Regulares

Gramática Linear à Direita

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que cada regra é da forma:

- $A \rightarrow a$
- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow \lambda$

em que $A, B \in V$ e $a \in \Sigma$. Então G é **Gramática Linear à Direita (GLD)**.

Gramática Linear à Esquerda

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ em que cada regra é da forma:

- $A \rightarrow a$
- $A \rightarrow Ba$
- $A \rightarrow \lambda$

em que $A, B \in V$ e $a \in \Sigma$. Então G é **Gramática Linear à Esquerda (GLE)**.

Gramáticas Regulares

Exemplo de Gramática Linear à Direita (GLD)

Uma GLD que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_D = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aA \mid cB$$

$$B \rightarrow bB \mid \lambda$$

Exemplo de Gramática Linear à Esquerda (GLE)

Uma GLE que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_E = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, C)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aA \mid Aa$$

$$B \rightarrow bB \mid Bb$$

Gramáticas Regulares

Exemplo de Gramática Linear à Direita (GLD)

Uma GLD que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_D = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aA \mid cB$$

$$B \rightarrow bB \mid \lambda$$

Exemplo de Gramática Linear à Esquerda (GLE)

Uma GLE que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_E = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow Ab \mid Bc$$

$$B \rightarrow Ba \mid \lambda$$

Gramáticas Regulares

Exemplo de Gramática Linear à Direita (GLD)

Uma GLD que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_D = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aA \mid cB$$

$$B \rightarrow bB \mid \lambda$$

Exemplo de Gramática Linear à Esquerda (GLE)

Uma GLE que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_E = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow Ab \mid Bc$$

$$B \rightarrow Ba \mid \lambda$$

Gramáticas Regulares

Exemplo de Gramática Linear à Direita (GLD)

Uma GLD que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_D = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aA \mid cB$$

$$B \rightarrow bB \mid \lambda$$

Exemplo de Gramática Linear à Esquerda (GLE)

Uma GLE que gera $L = a^*cb^*$ seria $G_E = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow Ab \mid Bc$$

$$B \rightarrow Ba \mid \lambda$$

Gramáticas Regulares

Gramática Regular

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ então:

G é **Gramática Regular (GR)** $\iff G$ é GLD ou G é GLE

Exemplo de Gramática Regular

Seja $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ não contém } abc\}$

Uma GR que gera L seria $G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aB \mid bA \mid cA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow aB \mid bC \mid cA \mid \lambda$$

$$C \rightarrow aB \mid bA \mid \lambda$$

Gramáticas Regulares

Gramática Regular

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ então:

G é **Gramática Regular (GR)** $\iff G$ é GLD ou G é GLE

Exemplo de Gramática Regular

Seja $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ não contém } abc\}$

Uma GR que gera L seria $G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aB \mid bA \mid cA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow aB \mid bC \mid cA \mid \lambda$$

$$C \rightarrow aB \mid bA \mid \lambda$$

Gramáticas Regulares

Gramática Regular

Seja gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ então:

G é **Gramática Regular (GR)** $\iff G$ é GLD ou G é GLE

Exemplo de Gramática Regular

Seja $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ não contém } abc\}$

Uma GR que gera L seria $G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, A)$ em que R contém as regras:

$$A \rightarrow aB \mid bA \mid cA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow aB \mid bC \mid cA \mid \lambda$$

$$C \rightarrow aB \mid bA \mid \lambda$$