Asignatura: MÉTODOS NUMÉRICOS II – Curso: 2017–2018
Relación de trabajos 1: Resolución numérica de ecuaciones y sistemas no lineales

EJERCICIO PARA TODOS LOS GRUPOS: Diseña un algoritmo que permita estimar el orden de convergencia de un determinado método a partir de las aproximaciones obtenidas por el mismo. Analiza la validez del algoritmo propuesto con diferentes métodos.

GRUPO 1

1. **Programa el método de bisección** con las variantes siguientes:

    a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

    b) Eigiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en el residuo.

    c) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

    d) Calculando previamente el número de iteraciones necesario para asegurar un error máximo fijado.

    En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca tres ecuaciones no lineales diferentes $f(x) = 0$, verificando $|f'(x^\star)| \simeq 1$, $|f'(x^\star)| >> 1$, $|f'(x^\star)| << 1$, respectivamente, de las que puedas obtener una solución exacta y un intervalo para cada una de ellas que contenga una única solución. Aproxima la misma en cada caso con el método de bisección fijando un error máximo y analiza la diferencia entre el número de iteraciones realizadas con cada una de las variantes *a), b), c)* y *d)* del método.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 1,7,16

GRUPO 2

1. **Programa el método de regula falsi** con las variantes siguientes:

    a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

    b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

    En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca dos ecuaciones no lineales diferentes $f(x) = 0$, de las que puedas obtener una solución exacta y un intervalo para cada una de ellas que contenga una única solución. Aproxima la misma en cada caso con el método de bisección y de regula falsi fijando un error máximo y analiza la diferencia entre el número de iteraciones realizadas con cada uno de los dos métodos.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 2,9,20

GRUPO 3

1. **Programa el método de la secante** con las variantes siguientes:

    a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

    b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

    En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.**

    - Busca dos ecuaciones no lineales diferentes $f(x) = 0$, de las que puedas obtener una solución exacta y un intervalo para cada una de ellas que contenga una única solución, de forma que el método de la secante converja a la solución en una de ellas y no en la otra.
    - Busca una función que tenga una raiz múltiple y obtén una aproximación de la misma por el método de la secante, partiendo de aproximaciones iniciales adecuadas. ¿Qué puedes decir de la convergencia del método en este caso, a partir de los resultados numéricos obtenidos?

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 4,12,17,22.

GRUPO 4

1. **Programa el método de Newton** con las variantes siguientes:

    a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

    b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

    En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca dos ecuaciones no lineales diferentes $f(x) = 0$, de las que puedas obtener una solución exacta y un intervalo para cada una de ellas que contenga una única solución, de forma que en un caso la solución sea simple y en el otro doble. Aplica el método de Newton buscando en cada caso un valor inicial que garantice la convergencia del método. Analiza numéricamente la convergencia del método de Newton en ambos casos.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 3,5,19.

GRUPO 5

1. **Programa el método de iteración funcional** con las variantes siguientes:

   a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

   b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

   c) Calculando previamente el número de iteraciones necesario para asegurar un error máximo fijado.

   En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca una ecuación no lineal $f(x) = 0$, de la que puedas obtener una solución exacta y un intervalo que contenga una única solución. Define para resolverla dos métodos distintos de iteración funcional, uno que sea convergente en un determinado intervalo y otro que no lo sea (utiliza los argumentos teóricos para ello). En ambos casos analiza la evolución de las sucesivas aproximaciones numéricas de la solución obtenidas con la variante *a)*. A continuación, para el método convergente aproxima la misma fijando un error máximo y analiza la diferencia entre el número de iteraciones realizadas con cada una de las variantes *a), b)* y *c)* del método.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 6,8,17.

GRUPO 6

1. **Programa el método de Steffensen de aceleración de la convergencia** con las variantes siguientes:

   a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

   b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

   En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca una ecuación no lineal $f(x) = 0$, de la que puedas obtener una solución exacta y un intervalo que contenga una única solución. Define para resolverla un método de de iteración funcional que sea convergente en un determinado intervalo(utiliza los argumentos teóricos para ello). Compara la evolución de las sucesivas aproximaciones numéricas de la solución obtenidas mediante el método de iteración funcional y mediante el método de Steffensen aplicado al mismo. Analiza y compara el coste computacional de cada método.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 11,13,16.

GRUPO 7

1. **Diseña un programa que**, dado un polinomio, proporcione una **sucesión de Sturm** para el mismo y otro que calcule **el número de cambios de signo** al evaluar la sucesión de Sturm en un punto.

2. **Ejemplos.** Elige dos polinomios de grado 5 y 7 respectivamente. Calcula las correspondientes sucesiones de Sturm para los mismos. Utilizando los programas del apartado 1. deduce el número de raíces reales de cada polinomio y localiza intervalos disjuntos que contengan a cada una de ellas.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 10,14,18.

GRUPO 8

1. **Programa el algoritmo de Horner**, para la evaluación de un polinomio y su derivada en un punto dado. **Programa el método de Newton con el algoritmo de Horner** para aproximar una raiz real de un polinomio, eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

2. **Ejemplos.** Elige dos polinomios de grado 4 y 8 respectivamente, con al menos una raiz real. Localiza un intervalo que la contenga y elige un valor inicial adecuado para aproximarla por el método de Newton (justificando la convergencia del método). Calcula las correspondientes aproximaciones utilizando el método de Newton con el algoritmo de Horner.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 9,15,20.

GRUPO 9

1. - **Programa el método de iteración funcional para sistemas de 2 y 3 ecuaciones** con las variantes siguientes:
     - *a*) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.
     - *b*) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

   c) Calculando previamente el número de iteraciones necesario para asegurar un error máximo fijado.

   En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

- **Programa el método de Newton para sistemas de 2 y 3 ecuaciones** con las variantes siguientes:

   a) Eligiendo como criterio de parada una tolerancia fijada basada en la diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

   b) Partiendo de la solución exacta, fijando una tolerancia máxima basada en el error absoluto.

   En cada apartado escribe dos versiones del programa: una que dé como salida las sucesivas aproximaciones obtenidas y otra segunda que proporcione sólo la última.

2. **Ejemplos.** Busca un sistema de 2 ecuaciones no lineales, del que puedas obtener una solución exacta y un dominio que contenga una única solución. Define para resolverlo dos métodos de iteración funcional, uno que sea convergente en un determinado intervalo y otro que no lo sea (utiliza los argumentos teóricos para ello). En ambos casos analiza la evolución de las sucesivas aproximaciones numéricas de la solución obtenidas con la variante *a)*. A continuación, para el método convergente aproxima la misma fijando un error máximo y analiza la diferencia entre el número de iteraciones realizadas con cada una de las variantes *a), b)* y *c)* del método. Aproxima a continuación la solución por el método de Newton y compara los resultados con los obtenidos con el método anterior.

3. **Ejercicios de la relación.** Resuelve los ejercicios 7,10,18,21.