Hoare Logic

1.
$\varphi = \begin{cases} r = m+n-i \\ i >= 0 \end{cases}$ // invariant

$\{ m > 0 \} \Rightarrow (a)$

$\{ n = m+n-m \wedge m > 0 \}$

$i := m$

$\{ n = m+n-i \wedge i > 0 \}$

$r := n$

$\{ \varphi \}$

While $i > 0$ do:

$\{ \varphi \wedge i > 0 \} \Rightarrow (b)$

$\{ r+1 = m+n-(i+1) \wedge i - 1 > 0 \}$

$r := r+1$

$\{ r = m+n-(i+1) \wedge i-1 > 0 \}$ — $i := i-1$

$\{ \varphi \}$

$\{ r = m+n-i \wedge i >= 0 \wedge \neg i > 0 \} \Rightarrow (c)$

$\{ r = m+n \}$

(a) - m - m corta, e n = n é true. $m > 0$ implica $m > 0$

(b) - a invariante implica a invariante e se voltamos a entrar no ciclo, $i - 1 > 0$

(c) - Se i é maior ou igual a 0 e não é maior que 0, i tem o valor de 0, portanto

2.

$e = i$ // variant

While $i > 0$ do: While

$\{ \varphi \wedge i > 0 \} \Rightarrow \{ i - 1 \geq 0 \}$

$r := r+1$

$\{ i - 1 \geq 0 \}$

$i := i - 1$

$\{ i \geq 0 \}$

$\{ i \geq 0 \wedge i > 0 \} \Rightarrow \{ i = 0 \}$

While $i > 0$ do:

$\{ \varphi >= 0 \wedge i > 0 \wedge e = v \} \Rightarrow$

$\{ i - 1 < v \}$

$r := r+1$

$\{ i - 1 < v \}$

$i := i - 1$

$\{ i < v \}$

Because i is an integer expression we have to show that

$$\varphi \wedge i > 0 \rightarrow e \geq 0$$

That is

$$i \geq 0 \wedge i > 0 \rightarrow i \geq 0$$

Which clearly holds