Questões de provas antigas. Pode haver repetições.

1) Considere o problema do consumidor em dois períodos com utilidade logarítmica.

$$\max_{(c_1, c_2, a_1)} U = \ln(c_1) + \frac{\ln(c_2)}{1 + \rho} \quad , \rho > 0$$

Sujeito a:

$$y_1 = c_1 + a_1$$

$$y_2 + a_1 \cdot (1+r) = c_2$$

Suponha que a economia seja uma autarquia. Calcule o impacto de um aumento na renda do primeiro período sobre a taxa de juros. Comente.

2) Considere o problema do indivíduo no modelo de dois períodos com investimento.

$$\max_{(c_1,c_2,i_1,i_2,a_1,a_2,k_2,y_1,y_2)} U = u(c_1) + \frac{u(c_2)}{1+\rho}$$

sujeito a:

$$\begin{split} a_1 &= y_1 - c_1 - i_1 & -a_1 &= y_2 + r.a_1 - c_2 - i_2 \\ y_1 &= Z_1.F(k_1) & y_2 &= Z_2.F(k_2) \\ k_2 &= k_1 + i_1 & k_3 &= k_2 + i_2 &= 0 \\ \rho &> 0, \quad u' > 0, \quad u'' < 0, \quad \lim_{c \to 0} u' = \infty, \quad \lim_{c \to \infty} u' = 0 \text{ F'} > 0, \quad F'' < 0, \quad \lim_{k \to 0} F' = \infty, \quad \lim_{k \to \infty} F' = 0 \end{split}$$

Calcule o impacto de um aumento na produtividade do primeiro período sobre o investimento do primeiro período $\left(\frac{\partial i_1}{\partial Z_1}\right)$. Comente.

3) Considere o problema do consumidor em três períodos com utilidade logarítmica.

$$\begin{cases} \max_{(C_1, C_2, C_3, A_1, A_2)} U(C_1, C_2) = \ln(C_1) + \frac{\ln(C_2)}{1 + \rho} + \frac{\ln(C_3)}{(1 + \rho)^2} \\ Y_1 = C_1 + A_1 \quad Y_2 + (1 + r_1)A_1 = C_2 \quad Y_3 + (1 + r_2)A_2 = C_3 \end{cases}$$

- (i) Calcule as equações de Euler relacionando os consumos. Comente.
- (ii) Suponha que a economia seja uma autarquia. Calcule o impacto de um aumento na renda do primeiro período sobre a taxa de juros. Comente.
- 4) Considere o problema do indivíduo com incerteza.

$$\begin{cases} \max_{(C_1, C_2^G, C_2^P, A_1)} E_1[U(C_1, C_2)] = E_1 \left[ln(C_1) + \frac{ln(C_2)}{1 + \rho} \right] \\ Y_1 = C_1 + A_1 , \quad Y_2^i + (1 + r)A_1 = C_2^i , \quad i = G, P \\ P(Y_2 = Y_2^G) = p , \quad P(Y_2 = Y_2^P) = 1 - p \end{cases}$$

(i)) Calcule a equação de Euler, Comente.

(ii) Suponha:
$$Y_2^G = 1.1; Y_2^P = 0.7; p = 0.8; \rho = r = 0.05.$$

As escolhas ótimas do indivíduo são:

$$(C_1 C_2^G C_2^P) = (0.99388 \ 0.110642 \ 0.70642)$$

Comente.

5) Considere o modelo de dois períodos para uma autarquia com renda exógena, impostos *lump-sum* e orçamento equilibrado a cada período.

$$\max_{(C_1, C_2, A_1)} U = \ln(C_1) + \frac{1}{1+\rho} \cdot \ln(C_2)$$

$$Y_1 - T_1 = C_1 + A_1 \qquad Y_2 - T_2 + (1+r) \cdot A_1 = C_2 \qquad G_1 = T_1 \quad G_2 = T_2$$

- (i) Suponha que a renda do segundo período aumente. Calcule a variação do juro de equilíbrio. Comente.
- (ii) Suponha que o governo queira evitar a variação da taxa de juros do item anterior. Qual deve ser a variação dos gastos no segundo período? Comente.
- 6) Considere problema do indivíduo no modelo com investimento.

$$\begin{cases} \max\limits_{\substack{C_1,C_2,I_1,I_2,A_1,\\A_2,K_2,K_3,Y_1,Y_2)}} U = ln(C_1) + \frac{ln(C_2)}{1+\rho} \\ \\ A_1 = Y_1 - C_1 - I_1 \\ \\ A_2 - A_1 = Y_2 + rA_1 - C_2 - I_2 \\ \\ Y_1 = Z_1K_1^{\alpha} \;, \qquad Y_2 = Z_2K_2^{\alpha} \\ \\ K_2 = K_1 + I_1 \;, \qquad K_3 = K_2 + I_2 \\ \\ K_1: exógeno \;, \qquad A_2,K_3 \geq 0 \end{cases}$$

- (i) Mostre que o indivíduo pode fazer apenas duas escolhas independentes. Comente.
- (ii) "Indivíduos mais pacientes investirão mais no primeiro período (I_1) ." Comente.

7) Considere o problema do indivíduo no modelo de dois períodos com investimento.

$$\max_{(c_1,c_2,i_1,i_2,a_1,a_2,k_2,y_1,y_2)} U = u(c_1) + \frac{u(c_2)}{1+\rho}$$

sujeito a:

$$\begin{split} &a_1 = y_1 - c_1 - i_1 & -a_1 = y_2 + r.a_1 - c_2 - i_2 \\ &y_1 = Z_1.F(k_1) & y_2 = Z_2.F(k_2) \\ &k_2 = k_1 + i_1 & k_3 = k_2 + i_2 = 0 \\ &\rho > 0, \quad u' > 0, \quad u'' < 0, \quad \lim_{c \to 0} u' = \infty, \quad \lim_{c \to \infty} u' = 0 \text{ $F' > 0$, } \quad \lim_{k \to 0} F' = \infty, \quad \lim_{k \to \infty} F' = 0 \end{split}$$

- (i) (2 pontos) Suponha que a produtividade do segundo período aumente $\left(\Delta Z_2>0\right)$. Calcule o impacto sobre o investimento do segundo período $\left(i_2\right)$. Comente.
- (ii) (2 pontos) Suponha que a produtividade do primeiro período aumente $\left(\Delta Z_1>0\right)$. Calcule o impacto sobre o investimento do primeiro período $\left(i_1\right)$. Comente.