

TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS

Usando tabelas-verdade pudemos ver que proposições podem ser V ou F dependendo dos valores das proposições simples. Agora vamos discutir o que significa se uma proposição composta for sempre verdadeira, sempre falsa ou se tiver as duas situações.

que rissu de
la velit et tellus.
maisa portitor
sectetur magna.

Fala Professor

4.1 Tautologia

Tautologia – é toda proposição composta que resulta sempre em valores lógicos Verdadeiros (V) (ALENCAR FILHO, 2003).



Conceitos

Ou seja, para se ter uma **tautologia**, a última coluna da tabela verdade de uma proposição composta terá apenas V.

Exemplos de tautologias:

(1) **Princípio da identidade:** $p \rightarrow p$ e $p \leftrightarrow p$.

(2) **Princípio da não contradição:** $\sim(p \wedge \sim p)$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

(3) **Princípio do terceiro excluído:** $p \vee \sim p$

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

(4) $p \vee \sim(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

(5) $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

Uma vez que o fato de uma proposição ser uma tautologia significa que o seu valor lógico é sempre verdade (V), independente dos valores das proposições simples que a compõem, então vale o seguinte princípio:

Conceitos



Princípio da substituição - Se $P(p, q, r, \dots)$ é uma tautologia, então $P(P_0, Q_0, R_0, \dots)$ também é uma tautologia, para quaisquer que sejam P_0, Q_0, R_0, \dots

4.2 Contradição

Conceitos



Contradição - é toda proposição composta que resulta sempre em valores lógicos Falsos (F) (ALENCAR FILHO, 2003).

Em outros termos, **contradição** é toda proposição composta em que a última coluna da sua tabela-verdade possui apenas a letra F (falsidade).

Atenção



Observe que como uma tautologia é sempre verdadeira (V), a negação de uma tautologia é sempre falsa (F), ou seja, é uma contradição, e vice-versa.

Exemplos:

(1) Dadas as proposições:

p: Eu gosto de Lógica

~p: Eu não gosto de Lógica

Vemos que existe uma contradição ao dizermos: **Eu gosto de Lógica e eu não gosto de Lógica**, conforme mostra a tabela-verdade a seguir:

p	~p	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

(2) Dadas as proposições:

p: Eu vou ao cinema

~p: eu não vou ao cinema

Vemos que existe uma contradição ao dizermos: **Eu vou ao cinema se e somente se eu não for ao cinema**, conforme mostra a tabela-verdade a seguir:

p	~p	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

Semelhante ao que ocorre as com tautologias, o fato de uma proposição ser uma contradição significa que o seu valor lógico é sempre falsidade (F), independente dos valores das proposições simples que a compõem, então vale o seguinte princípio:

Princípio da substituição - Se $P(p, q, r, \dots)$ é uma contradição, então $P(P_0, Q_0, R_0, \dots)$ também é uma contradição, para quaisquer que sejam P_0, Q_0, R_0, \dots



Conceitos

4.3 Contingência

Contingência – é toda proposição composta que não é tautologia nem contradição (ALENCAR FILHO, 2003).



Conceitos

Em outras palavras, **contingência** é toda a proposição composta em cuja última coluna de sua tabela-verdade figuram as letras V e F cada uma pelo menos uma vez.

Exemplo:

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

Atividades



ATIVIDADE 5 - Para exercitar, vamos realizar algumas das atividades propostas por (PINHO, 1999, p. 48):

1. Verificar se as proposições abaixo são **tautologias**:

- (a) $(p \rightarrow p) \vee (p \rightarrow \sim p)$ (b) $(p \leftrightarrow p \wedge \sim p) \leftrightarrow \sim p$
 (c) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$ (d) $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$

2. Verificar se as proposições abaixo são **contradições**:

- (a) $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ (b) $\sim p \wedge (p \vee \sim q)$

3. Verificar se as proposições abaixo são **contingências**:

- (a) $p \vee q \rightarrow p$ (b) $x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$

4. Determinar quais proposições são **tautologias**, **contradições** ou **contingências**:

- (a) $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$ (b) $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$
 (c) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$ (d) $\sim p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow q)$

Indicações



Para maior compreensão, ler o capítulo 4 – Tautologias, Contradições e Contingências do livro Alencar Filho, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. São Paulo: Nobel, 2003.