

DEMONSTRAÇÃO CONDICIONAL

Vamos, agora, aperfeiçoar os nossos conhecimentos a respeito de demonstração, aprendendo novos métodos, a saber: a demonstração condicional e a demonstração direta.

que rīus dī
a velī at tellus.
maīsa portītor
sectetur magna.

Fala Professor

10.1 Demonstração Condicional

A demonstração condicional é um novo método para apresentar a validade de um argumento. Porém, este método só pode ser utilizado quando a conclusão do argumento for uma condicional (ALENCAR FILHO, 2003).

Seja o argumento $P_1, P_2, \dots, P_n \mid - A \rightarrow B$, cuja conclusão é a condicional $A \rightarrow B$, este argumento é válido se e somente se a condicional associada $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow (A \rightarrow B)$ é tautológica. Pela regra de importação, esta condicional equivale à $[(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \wedge A] \rightarrow B$. Assim, o argumento é válido se e somente se $P_1, P_2, \dots, P_n, A \mid - B$.

Regra DC – para demonstrar a validade de um argumento cuja conclusão tem forma condicional $A \rightarrow B$, basta introduzir A como premissa adicional (PA) e, assim, deduz-se B (ALENCAR FILHO, 2003).



Conceitos

10.2 Exemplo

(1) Demonstrar a validade do argumento:

$$p \vee (q \rightarrow r), \sim r \mid - q \rightarrow p$$

Demonstração:

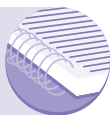
De acordo com a regra DC, para fazer a demonstração acima, basta fazer a seguinte demonstração:

$$p \vee (q \rightarrow r), \sim r, q \mid - p$$

Temos, então:

(1)	$p \vee (q \rightarrow r)$	
(2)	$\sim r$	
(3)	q	PA
<hr/>		
(4)	$p \vee (\sim q \vee r)$	1 – COND
(5)	$(p \vee \sim q) \vee r$	4 – ASSOC
(6)	$p \vee \sim q$	2, 5 – SD
(7)	$\sim \sim q$	3 – DN
(8)	p	6,7 – SD

Atividades



ATIVIDADE 17:

1. Estudar os demais exemplos e resolver os demais exercícios do capítulo 13 do livro de Edgard de Alencar Filho. Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 2003.

2. Usar a regra DC (demonstração condicional) para mostrar que são válidos os seguintes argumentos:

- (a) $\sim r \vee \sim s, q \rightarrow s \mid \vdash r \rightarrow \sim q$
- (b) $p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s \mid \vdash \sim q \rightarrow t$
- (c) $r \rightarrow p, s \rightarrow t, t \rightarrow r \mid \vdash s \rightarrow p \vee q$
- (d) $p \vee q, \sim r \vee \sim q \mid \vdash \sim p \rightarrow \sim r$

Indicações



Para maior compreensão, ler o capítulo 13 – Demonstração condicional e demonstração indireta do livro de Edgard de Alencar Filho - Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 2003.

10.3 Demonstração Indireta

Um outro método frequentemente empregado para demonstrar a validade de um dado argumento:

$$P1, P2, \dots, Pn \vdash Q \text{ (1)}$$

é chamado de "Demonstração Indireta" ou "Demonstração por absurdo".

Este método consiste em admitir a negação $\sim Q$ da conclusão Q , ou seja, admitir $\sim Q$ verdadeira e deduzir logicamente a partir das premissas $P1, P2, \dots, Pn$ e $\sim Q$ uma contradição C qualquer (por exemplo: $A \wedge \sim A$).

É preciso demonstrar que é válido o argumento:

$$P1, P2, \dots, Pn, \sim Q \vdash C$$

Se assim ocorre, o argumento dado (1) também é válido.

Regra DI: Para demonstrar a validade do argumento (1) introduz-se $\sim Q$ como "premissa adicional" (indicada por PA) e deduz-se uma contradição C (por exemplo: $A \wedge \sim A$). (ALENCAR FILHO, 2003).

Exemplo: Demonstrar a validade do argumento

$$p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q \vdash \sim(p \wedge r)$$

Resolução:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| (1) $p \rightarrow \sim q$ | P |
| (2) $r \rightarrow q$ | P |
| (3) $p \wedge r$ | PA |
| (4) p | SIMP - 3 |
| (5) $\sim q$ | MP - 1,4 |
| (6) r | SIMP - 3 |
| (7) q | MP - 2,6 |
| (8) $q \wedge \sim q$ | CONJ - 5,7 (Contradição) |