CAPÍTULO 10

DEMONSTRAÇÃO CONDICIONAL

Vamos, agora, aperfeiçoar os nossos conhecimentos a respeito de demonstração, aprendendo novos métodos, a saber: a demonstração condicional e a demonstração direta.

Fala Professor

10.1 Demonstração Condicional

A demonstração condicional é um novo método para apresentar a validade de um argumento. Porém, este método só pode ser utilizado quando a conclusão do argumento for uma condicional (ALENCAR FILHO, 2003).

Seja o argumento $P1, P2, ..., Pn \vdash A \rightarrow B$, cuja conclusão é a condicional $A \rightarrow B$, este argumento é válido se e somente se a condicional associada $(P1 \wedge P2 \wedge ... \wedge Pn) \rightarrow (A \rightarrow B)$ é tautológica. Pela regra de importação, esta condicional equivale à $[(P1 \wedge P2 \wedge ... \wedge Pn) \wedge A] \rightarrow B$. Assim, o argumento é válido se e somente se $P1, P2, ..., Pn, A \vdash B$.

Regra DC – para demonstrar a validade de um argumento cuja conclusão tem forma condicional **A → B**, basta introduzir A como premissa adicional (PA) e, assim, deduz-se B (ALENCAR FILHO, 2003).

Conceitos

10.2 Exemplo

(1) Demonstrar a validade do argumento:

$$p \vee (q \rightarrow r), \sim r \vdash q \rightarrow p$$

Demonstração:

De acordo com a regra DC, para fazer a demonstração acima, basta fazer a seguinte demonstração:

$p \vee (q \rightarrow r), \sim r, q \vdash p$

Temos, então:

(1)	$p \vee (q \rightarrow r)$	
(2)	$\sim r$	
(3)	q	PA
------	------	------
(4)	$p \vee (\sim q \vee r)$	1 – COND
(5)	$(p \vee \sim q) \vee r$	4 – ASSOC
(6)	$p \vee \sim q$	2, 5 – SD
(7)	$\sim\sim q$	3 – DN
(8)	p	6,7 – SD

Atividades

ATIVIDADE 17:

1. Estudar os demais exemplos e resolver os demais exercícios do capítulo 13 do livro de Edgard de Alencar Filho. Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 2003.

2. Usar a regra DC (demonstração condicional) para mostrar que são válidos os seguintes argumentos:

(a) $\sim r \vee \sim s,\ q \rightarrow s \vdash r \rightarrow \sim q$

(b) $p \rightarrow q,\ r \rightarrow t,\ s \rightarrow r,\ p \vee s \vdash \sim q \rightarrow t$

(c) $r \rightarrow p,\ s \rightarrow t,\ t \rightarrow r \vdash s \rightarrow p \vee q$

(d) $p \vee q,\ \sim r \vee \sim q \vdash \sim p \rightarrow \sim r$

Indicações

Para maior compreensão, ler o capítulo 13 – Demonstração condicional e demonstração indireta do livro de Edgard de Alencar Filho - Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 2003.

10.3 Demonstração Indireta

Um outro método frequentemente empregado para demonstrar a validade de um dado argumento:

$$P1, P2, \ldots, Pn \vdash Q \ (1)$$

é chamado de "Demonstração Indireta"ou "Demonstração por absurdo".

Este método consiste em admitir a negação ~Q da conclusão Q, ou seja, admitir ~Q verdadeira e deduzir logicamente a partir das premissas P1, P2, …, Pn e ~Q uma contradição C qualquer (por exemplo: A ∧ ~A).

É preciso demonstrar que é válido o argumento:

$$P1, P2, \ldots, Pn, \sim Q \vdash C$$

Se assim ocorre, o argumento dado (1) também é válido.

> Regra DI: Para demonstrar a validade do argumento (1) introduz-se ~Q como "premissa adicional" (indicada por PA) e deduz-se uma contradição C (por exemplo: A ∧ ~A). (ALENCAR FILHO, 2003).

Exemplo: Demonstrar a validade do argumento

$$p \to \sim q,\ r \to q \vdash \sim(p \wedge r)$$

Resolução:

(1) p →~q	P
(2) r→q	P
(3) p ∧ r	PA
(4) p	SIMP - 3
(5) ~q	MP - 1,4
(6) r	SIMP - 3
(7) q	MP - 2,6
(8) q ∧ ~q	CONJ - 5,7 (Contradição)