INSPER: INSTITUTO DE ENSINO E PESQUISA

Implementação e análise de treliças planas

Marcelo Andrade
Pedro Cunial
Gabriela Almeida

28 de março de 2017

Sumário

1 OBJETIVOS

Os objetivos do projeto são os seguintes:

- Implementar um programa para análise de tração/compressão em treliças planas. O código deverá ser escrito de modo que os dados de entrada possam ser facilmente alterados a partir de um arquivo de texto. O programa deverá gerar um arquivo de saída.
- Aplicar técnicas numéricas e implementar um programa para solução de sistemas de equações.
- Analisar o arquivo de saída com o pós-processamento dos dados disponibilizado.

2 INTRODUÇÃO

3 METODOLOGIA

A partir do arquivo de entrada do programa, primeiramente calcula-se os graus de liberdade de cada um dos elementos a partir da matriz de incidências do arquivo de entrada. Sendo N os graus de liberdade de um elemento x, e I a matriz de incidências:

$$N_x = \begin{bmatrix} I_{x1} - 1, & I_{x1}, & I_{x2} - 1, & I_{x2} \end{bmatrix}$$

Em seguida, calcula-se as especificações de cada elemento da treliça a partir da matriz de coordenadas C, sendo elas o comprimento do elemento, cosseno e seno do ângulo. Considerando$L$ o comprimento do elemento x, cos o cosseno do ângulo θ de x e sin o seno do ângulo θ de x:

$$L_x = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$sin_x = \frac{y_2 - y_1}{L_x}$$

$$cos_x = \frac{x_2 - x_1}{L_x}$$

Com as especificações de cada elemento obtidas, calcula-se as matriz de rigidez do elemento de barra no sistema global, representada por K_e. Sendo E o módulo de elasticidade do material da barra, A a área da seção transversal da barra, l o comprimento da mesma e c e s respectivamente o cosseno e seno do ângulo θ do elemento:

$$K_e = \frac{E \cdot A}{l} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

Já com a matriz de rigidez no sistema global de cada elemento, calculou-se a matriz de rigidez global da treliça, representada por K_g. Para esse cálculo, primeiro tem-se que determinar as matrizes de superposição para cada elemento, a soma dessas matrizes resulta na rigidez global da treliça.

As matrizes de superposição são obtidas através substituição dos índices da matriz K_e pelos seus respectivos graus de liberdade.

A partir da matriz K_g, utilizando o vetor de forças globais e os graus de liberdade dos nós, aplica-se as condições de contorno na matriz K_g.

Com a matriz K_g simplificada para a análise e a usando a matriz de forças P_g, foi-se calculado o vetor de deslocamento dos nós da treliça, representada por U.

$$[K_g] \cdot \{U\} = \{P_g\}$$

Pode-se interpretar a equação matricial acima como um sistema de equações. Utilizou-se o método numérico de Gauss-Seidel, como é explicado em [1]. Usamos como entrada do método um número máximo de 1000 iterações e um erro esperado igual a 0 com precisão de ponto flutuante, resultando nos valores do vetor de deslocamento.

Com o vetor de deslocamento calculado e utilizando a matriz K_g anterior as condições de contorno descritas, aplicamos condições de contorno no vetor U e na matriz K_g e determinou-se as reações de apoio em cada um dos nós da treliça, formando uma matriz R de reações.

$$\{R\} = [K_g]\{U\}$$

Por fim, calculou-se a tensão e deformação de cada um dos elementos, a tensão representado por σ e a deformação representada por ϵ.

$$\sigma = \frac{E}{l}\begin{bmatrix}-c & -s & c & s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\end{bmatrix}$$

$$\epsilon = \frac{1}{l}\begin{bmatrix}-c & -s & c & s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\end{bmatrix}$$

Com todos os valores das reações de apoio, tensões e deformações dos elementos, e deslocamentos dos nós, exportou-se todos os dados em um arquivo de saída.

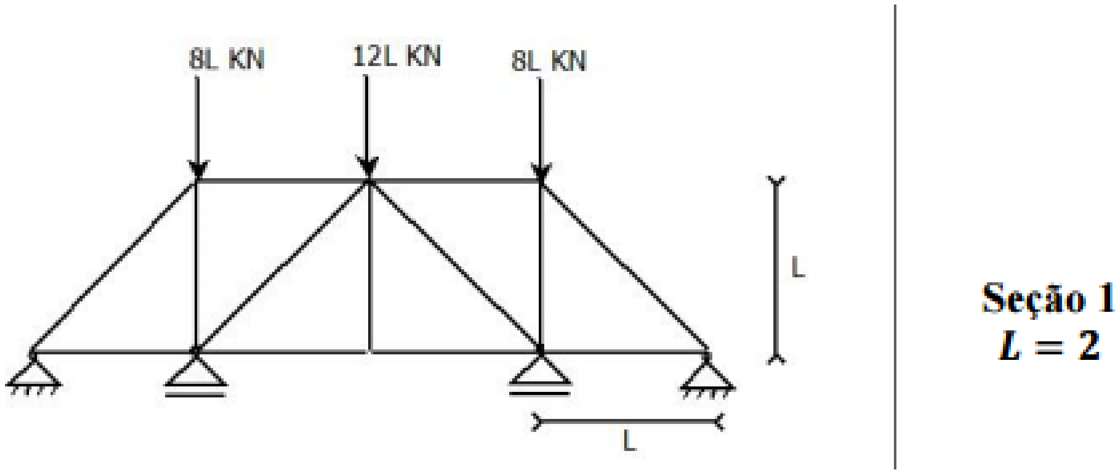

Figura 1: Figura representativa da entrada do programa

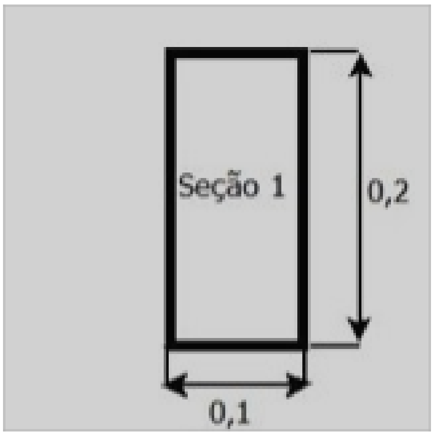

Figura 2: Seção usada na entrada

4 Resultados e Discussão

5 Conclusões

6 Agradecimentos

Referências

[1] Steven Chapra Raymond Canale. *Numerical Methods for Engeneers.*