

**Laboratório de Introdução à Física Experimental**

# **Espetroscopia e Efeito Fotoelétrico**

**Riscas Espetrais e Medição da Constante de Planck**

**2023**

---

## **Objetivos**

Pretende-se com este trabalho investigar e fazer uso de várias propriedades da óptica ondulatória, nomeadamente da separação angular das riscas de emissão de lâmpadas espetrais. Utilizando um goniómetro, iremos proceder à medição dos ângulos de refracção de um prisma e de difracção de uma rede, em função do comprimento de onda. A separação das riscas espetrais será também usada para verificar o efeito fotoeléctrico e obter uma medição da constante de Planck.

Como objetivo associado, pretende-se tomar conhecimento e aprender a manusear e a realizar medidas correctamente com um instrumento óptico de precisão, o *goniómetro*. Este instrumento permite medir ângulos de desvio, por reflexão ou refracção de feixes de raios paralelos, com uma resolução inferior a um minuto de grau.

---

# 1 Conceitos fundamentais

## 1.1 Desvio da luz por um prisma

Em óptica designa-se por *prisma* um sólido transparente em forma de prisma triangular, homogéneo e isotrópico, caracterizado pelo ângulo do vértice  $\alpha$  e pelo índice de refração  $n$ . Quando colocado no percurso de um feixe luminoso incidente, o prisma produz um desvio angular no feixe emergente que depende do ângulo de incidência e do comprimento de onda  $\lambda$  (Fig. ??). Na região da luz visível, verifica-se que os comprimentos de onda mais curtos são mais desviados, ou seja, a luz violeta é mais desviada que a luz vermelha.

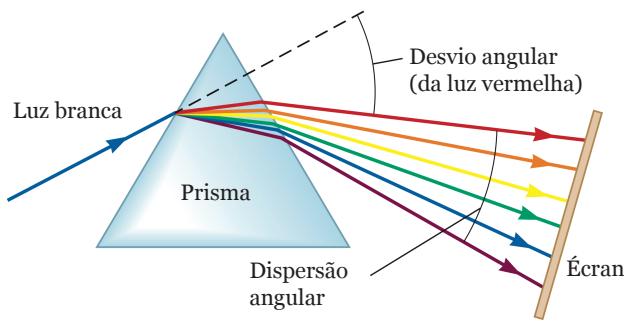


Fig. 1: Desvio da luz por um prisma: um feixe de luz branca é desviado da sua direcção original de um ângulo que depende do ângulo de incidência e do comprimento de onda.

A Fig. ?? mostra este processo em maior detalhe. Um raio luminoso (traço vermelho contínuo) incide na face esquerda do prisma segundo um ângulo  $i_1$  (em relação à normal à superfície) e é refractado internamente segundo um ângulo  $t_1$ . Após se propagar dentro do prisma, o raio incide na face direita segundo um ângulo  $i_2$  e é refractado para o exterior segundo um ângulo  $t_2$ . À diferença entre a direcção original e a desviada chamamos *desvio angular*  $\delta(\lambda)$ . Pode provar-se que a função  $\delta(\lambda)$  apresenta um ponto estacionário (i.e., derivada nula) que é um mínimo se  $n > 1$ . Mostra-se também que, nessa situação, as direções dos dois feixes são igualmente inclinadas em relação às faces do prisma, i.e. o ângulo de incidência  $i_1$  é igual ao ângulo de transmissão emergente  $t_2$ . Nesse caso, o índice de refração,  $n$ , pode ser calculado simplesmente através da expressão seguinte:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1)$$

em que  $\alpha$  e  $\delta_{min}$  são o ângulo do vértice do prisma e o *ângulo de desvio mínimo* referido, respectivamente. Uma vez que o índice de refracção depende  $\lambda$ , podemos concluir que também o valor de  $\delta_{min}$  vai depender do comprimento de onda: diferentes cores vão apresentar diferentes desvios mínimos. Este princípio permite, através da medição do desvio mínimo  $\delta_{min}(\lambda)$  para vários comprimentos de onda, determinar por ajuste a variação do índice de refracção do material do prisma.

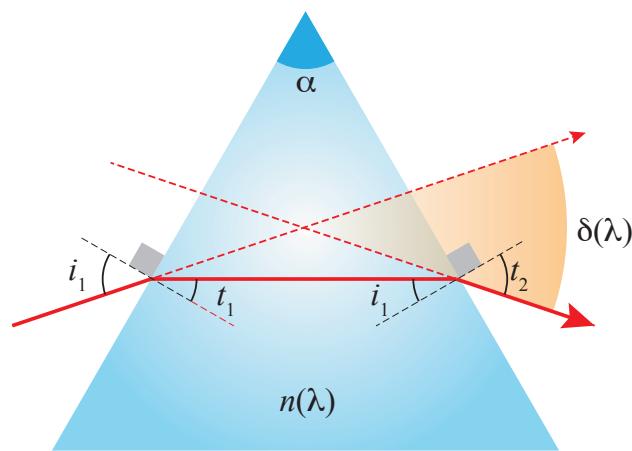


Fig. 2: Definição de ângulo de desvio  $\delta(\lambda)$ . A luz viaja da esquerda para a direita através de um prisma de índice de refracção  $n(\lambda)$  e ângulo de vértice  $\alpha$ .

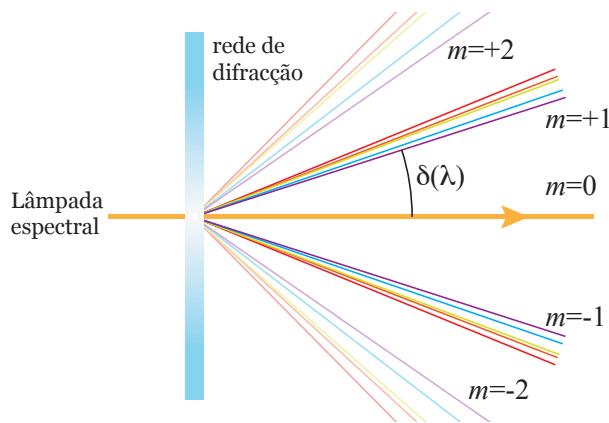


Fig. 3: Desvio da luz por uma rede de difracção, com o surgimento de ordens de difracção.

## 1.2 Rede de difracção

Uma rede de difracção é um componente óptico com uma estrutura microscópica periódica – por exemplo, pode ser composto por fendas paralelas (linhas) com espaçamentos da ordem do micrómetro. Caracteriza-se a rede pelo número  $N$  de linhas por mm, que é assim da ordem de várias centenas, ou mesmo superior. Tal como o prisma, a rede tem a propriedade de desviar a luz incidente em função do ângulo de incidência e do comprimento de onda  $\lambda$ , só que de forma muito mais apreciável. Um raio de luz de c.d.o.  $\lambda$  que incida com um ângulo  $\theta_i$  (relativamente à normal) numa rede de difracção com  $N$  linhas/mm é difractado segundo um ângulo  $\theta_d$ , de acordo com

$$\sin \theta_i + \sin \theta_d = m\lambda N \quad (2)$$

em que  $m$  é a *ordem de difracção*. A Fig. ?? ilustra a difracção para o caso em que o ângulo de incidência é nulo, isto é, o feixe incide segundo a normal à superfície. O feixe central, não desviado, é considerado como  $m = 0$ , enquanto que à esquerda e direita surgem simetricamente as ordens  $m = \pm 1, \pm 2$ , etc., cada vez menos intensas.



Fig. 4: Goniómetro de Babinet .

## 2 Goniómetro de Babinet

O goniómetro é um instrumento que permite medir ângulos com grande precisão, e muito utilizado em óptica. O goniómetro de Babinet tem uma base central quase cilíndrica com uma plataforma que roda em torno do eixo vertical daquela, na qual é colocado o elemento dispersor da luz (prisma ou a rede de difracção) (Figura ??).

O goniómetro vem equipado com dois elementos ópticos: um *colimador* e uma *luneta*. Ambos estão montados radialmente, o colimador fixo e a luneta podendo rodar em torno do eixo da base (Figura ??). As posições angulares da plataforma (e, portanto, do prisma ou da rede) e da luneta podem ser lidas num limbo graduado por intermédio de nónios solidários, respetivamente com a plataforma e a luneta. Existem dois parafusos micrométricos, cada um associado a cada um dos nónios, que permitem com facilidade regular e fazer leituras das posições angulares, com resolução de  $30''$  (meio minuto de grau).

O *colimador* é constituído por dois tubos cilíndricos concêntricos que se podem deslocar axialmente. Um deles possui uma fenda rectilínea, de largura variável por um parafuso, e que deve ser colocada na vertical (pode utilizar a mira da ocular depois de regulada) e encostada à fonte luminosa. O outro tubo tem no extremo oposto (virado para a plataforma) uma lente convergente,  $L_C$ . O objectivo deste conjunto é produzir um feixe de raios paralelos na região da plataforma onde se coloca o prisma, rede, ou espelho. A fenda, se for relativamente estreita, vai funcionar como objecto linear e dar origem às riscas observadas.

A *luneta* é constituída por dois elementos ópticos, uma lente convergente e uma ocular munida de retículo (dois fios cruzados perpendicularmente). A primeira lente produz no seu plano focal a imagem intermédia da fenda, que é projectada no plano do retículo e ampliada pela ocular. A ocular é regulada pelo observador, de modo a ver uma imagem focada da fenda.

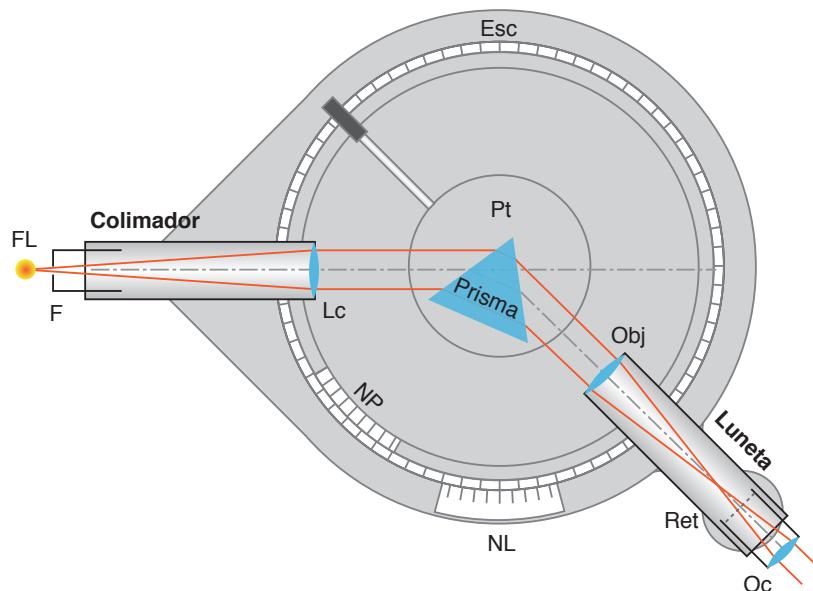


Fig. 5: Esquema do goniómetro. FL – fonte luminosa, F – fenda, Lc – lente convergente, Pt – plataforma, Esc – escala fixa na base, NL – nónio acoplado ao suporte da luneta, NP – nónio acoplado ao suporte do prisma, Obj – objetiva, Oc – ocular, Ret – retículo.

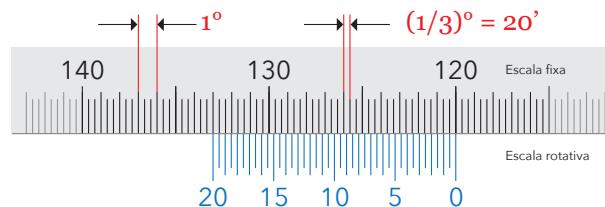


Fig. 6: Escala fixa (menor divisão:  $20'$ ) e escala rotativa, com nónio, do goniómetro.

## 2.1 Leitura de valores no goniómetro

O goniómetro tem uma escala central, fixa e solidária com a base, com valores entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ . Entre cada grau há três divisões, ou seja, a escala está dividida em intervalos de  $1/3$  grau =  $20'$  de arco (Fig. ??). Existem duas escalas rotativas com um nónio: a de cima está unida à plataforma e permite ler o ângulo de incidência, a de baixo está ligada à luneta e permite ler o ângulo de desvio. Estes ângulos são relativos, por exemplo, à direcção do feixe de luz sem sofrer desvio. Ambas as escalas móveis estão equipadas com nónios de 40 divisões, aumentando assim a precisão da leitura para  $20'/40=0.5'$ , ou seja, 30 segundos de arco. O uso desta precisão é facultativo nas medições feitas com a rede (dada a amplitude dos ângulos de desvio) mas é obrigatório para medições com o prisma.

O procedimento para ler um dado valor usando o(s) nónio(s) é semelhante ao usado na craveira (Fig. ??). Começa-se por ler na escala fixa, com a maior precisão possível, o valor imediatamente à esquerda da linha do zero do nónio. A esse valor acrescenta-se o valor indicado pela divisão cuja linha coincide em ambas as escalas. Dado o tamanho diminuto destas divisões, é aconselhável fazer a leitura com o auxílio de uma lupa, ou registar a leitura através de fotografia digital (Fig. ??).

Por outro lado, o valor que é lido nas duas escalas do goniómetro – escala da plataforma

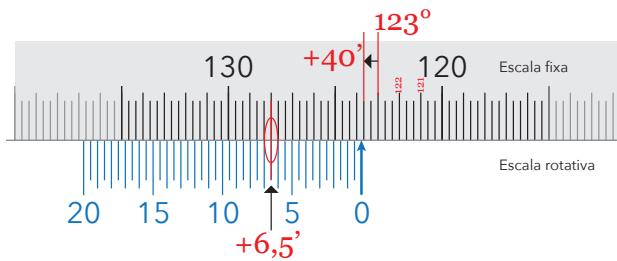


Fig. 7: Exemplo de leitura no goniômetro. Escala fixa:  $123^\circ + 40'$ ; nónio:  $6,5'$ . Valor da leitura:  $123^\circ 46,5'$



Fig. 8: Registo em fotografia digital auxiliado por lente da leitura do goniômetro.

e escala da luneta – não coincide necessariamente com o ângulo de incidência ou o ângulo de desvio, respectivamente, o que pode levar a confusão no registo dos valores. A Fig. ?? ilustra esta situação para o caso da refracção no prisma. Por uma questão de consistência, iremos utilizar a seguinte convenção:

- Os ângulos de incidência e transmissão nos componentes ópticos, relativamente às suas superfícies, são designados  $\theta_i$  e  $\theta_t$  respectivamente;
- Os ângulos lidos na escala da plataforma e na escala da luneta são designados  $\phi_i$  e  $\phi_t$  respectivamente;
- O ângulo lido na escala da luneta na ausência de componente óptico é  $\phi_{i0}$ ; nessa configuração a luneta encontra-se perfeitamente alinhada com o colimador

De novo considerando a Fig. ??, para o caso do prisma pode deduzir-se a seguinte relação entre  $\phi_{i0}$ ,  $\phi_t$  e o ângulo de desvio:

$$\delta = |\phi_{i0} - \phi_t| \quad (3)$$

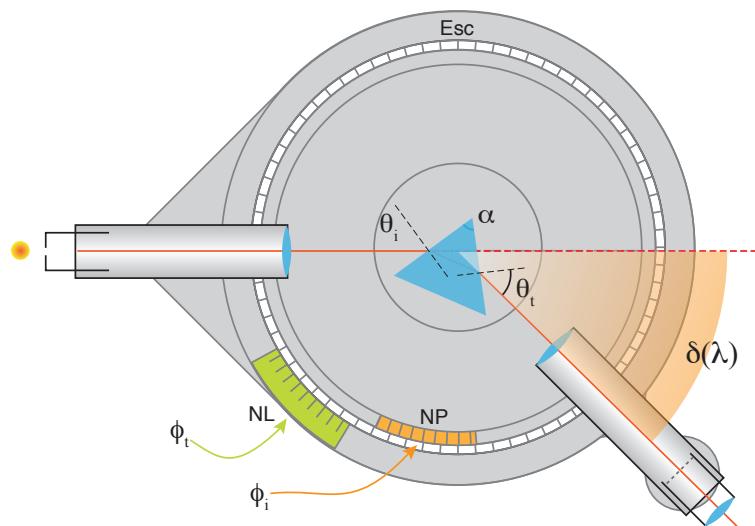


Fig. 9: Identificação dos diversos ângulos na refracção da luz por um prisma.

### 3 Efeito fotoeléctrico

O efeito fotoeléctrico era já conhecido no final do séc. XIX, com a emissão de partículas carregadas da superfície de um metal quando iluminadas por luz intensa. Verificou-se também que a energia destas partículas, que mais tarde foram identificadas por electrões, não dependia da intensidade da luz incidente mas sim do seu comprimento de onda,  $\lambda$ . A explicação correcta do efeito fotoeléctrico foi proposta em 1905 por Albert Einstein<sup>1</sup> baseada na teoria de Max Planck<sup>2</sup> da emissão-absorção da luz. Para ambos, a luz seria formada pela emissão de corpúsculos (*quanta*), que se batizaram como *fotões*, cada um com energia  $E$  dada por  $E = h\nu$ , em que  $h$  é apropriadamente a *constante de Planck* e  $\nu$  a frequência da luz ( $\nu = c/\lambda$ ). De acordo com esta teoria corpuscular da luz, quando um fotão incide sobre a superfície de um metal é absorvido por um átomo, e a sua energia é depositada num dos electrões de valência. Se o fotão incidente tiver mais energia que um dado limiar ( $W_0$  - *Work function*, característica de cada metal), o electrão é libertado da rede metálica e emitido do sólido com uma energia cinética  $K_e = h\nu - W_0$ . A intensidade da luz determina assim o *número de fotoelectrões* emitidos, mas não a sua energia!

A Fig. ?? representa esquematicamente o efeito. Os fotões incidentes, de energia  $h\nu$ , libertam electrões próximos da superfície do sólido. Note-se que se a energia do fotão incidente não for suficiente (i.e. se  $E_f < W_0$ ) não há emissão de fotoelectrões.

A constante de Planck pode ser determinada expondo a superfície de um metal a luz monocromática, caracterizada por um comprimento de onda  $\lambda = c/\nu$  fixo e medindo a energia cinética máxima dos fotoelectrões emitidos. A Fig. ?? representa esquematicamente uma montagem experimental para a realização desta experiência.

A luz incide na superfície de um sólido metálico, designado *cátodo* (K), através de um *ânodo* (A) anelar ou transparente. Como cátodo, é normalmente utilizado um metal alcalino

<sup>1</sup> Pela qual recebeu o prémio Nobel em 1921.

<sup>2</sup> Teoria Quântica da luz, pela qual recebeu o prémio Nobel em 1918.

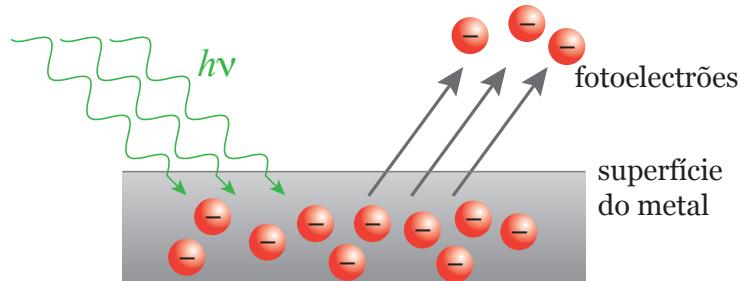


Fig. 10: Ilustração do efeito fotoeléctrico

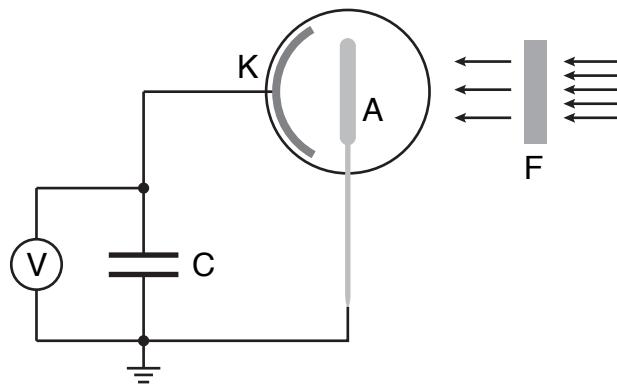


Fig. 11: Diagrama esquemático da experiência do efeito fotoeléctrico. V - fonte de tensão (potencial retardador); C - condensador; K - cátodo; A - ânodo; F - filtro óptico.

(potássio, sódio ou cádmio) pois neste caso os electrões de valênciа estão fracamente ligados ao núcleo (i.e. têm uma baixa função trabalho  $W_0$ ). Como ânodo, utiliza-se por exemplo a platina (Pt). O ânodo recebe parte dos fotoelectrões emitidos, dando origem a uma corrente  $I_f$  no circuito exterior. Se aplicarmos um potencial eléctrico retardador  $V$  entre o ânodo e o cátodo a photocorrente decresce, pois os fotoelectrões terão de vencer uma barreira de potencial electrostática  $U = eV$ , onde  $e$  é a carga do electrão. Para uma dada tensão crítica  $V_s$  (potencial de paragem), deixa de existir photocorrente.

Experimentalmente, pode usar-se uma fonte de tensão externa para aplicar o potencial de paragem. Mais simplesmente, pode usar-se um condensador para acumular a carga ( $q = CV$ ) transportada pela própria corrente dos fotoelectrões (Fig. ??), aumentando gradualmente a diferença de potencial  $V$ , até se atingir o valor  $V_s$ , para o qual a corrente é auto-eliminada. Mas neste caso, é necessário utilizar um voltímetro de impedância de entrada muito elevada ( $> 10 \text{ M}\Omega$ ) ou um amplificador electrónico de instrumentação, que é o caso da nossa montagem experimental. Após medir o potencial de paragem, podemos assim escrever:<sup>3</sup>

$$eV_s = K_e^{\max} = h\nu - W_O \quad (4)$$

Medindo o potencial de paragem sucessivamente para luz incidente de várias frequências, pode-

<sup>3</sup> Na realidade a função de trabalho tem de ser corrigida pelo potencial de contacto entre os dois metais,  $W = W_0 - \phi$ , o que naturalmente não é importante para a determinação da constante de proporcionalidade.

mos então fazer o gráfico de  $V_s$  vs.  $\nu$ . Este gráfico deverá aproximar-se de uma recta de declive  $h/e$  e ordenada na origem  $-W_0/e$  (ver exemplo na Fig. ??).

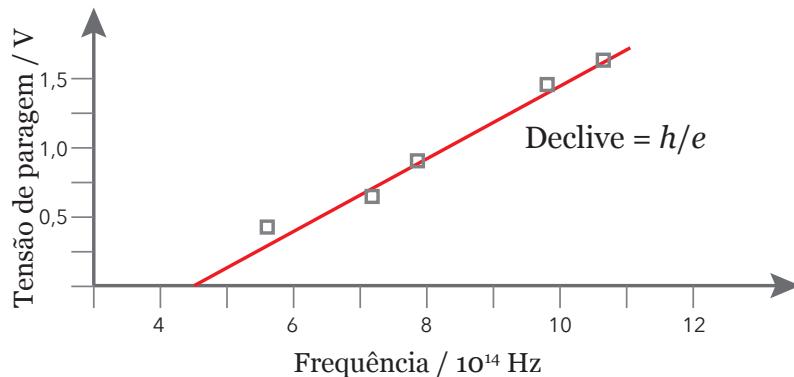


Fig. 12: Exemplo da determinação de  $h$  pelo efeito fotoeléctrico

Desde a redefinição do Sistema Internacional de Unidades de 2019, a constante  $h$  é definida como tendo um valor exacto:  $h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ou, em unidades de electrão-volt,  $h = 4.135\,667\,696 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ . No âmbito do SI, a constante de Planck é usada na definição do quilograma.

### 3.1 Figuras dos aparelhos da montagem experimental

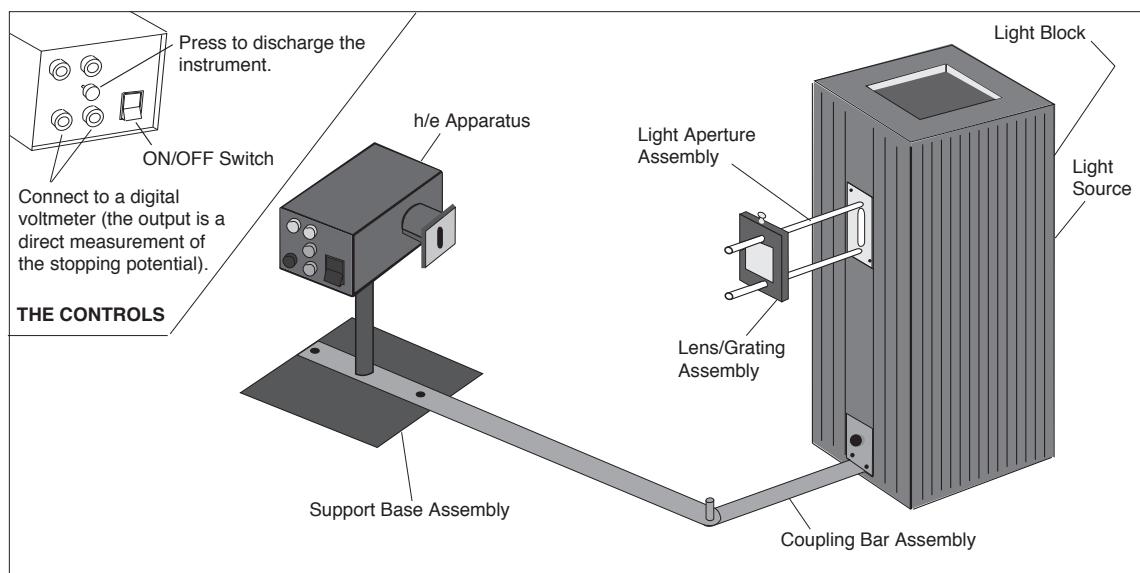


Fig. 13: Montagem experimental do efeito fotoeléctrico - esquema

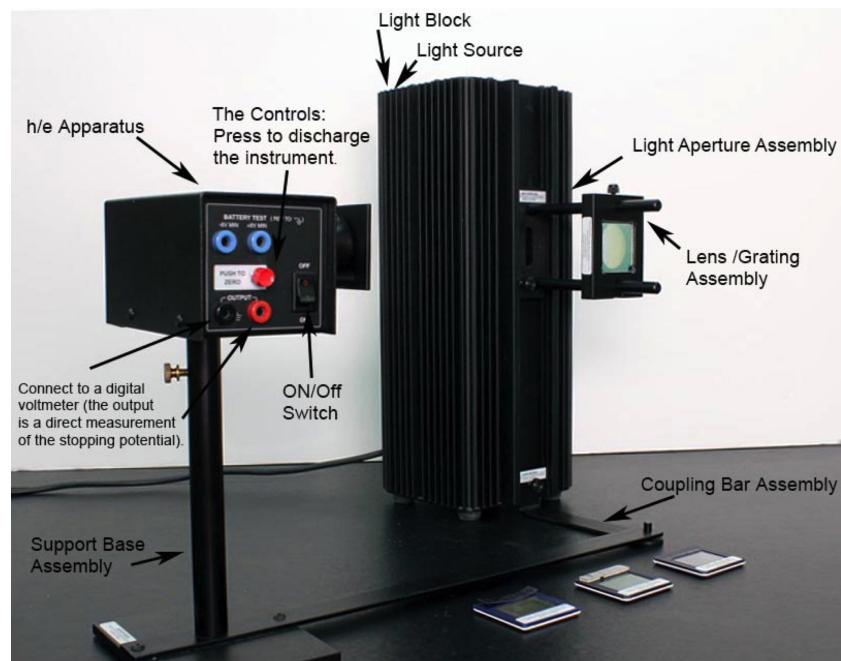


Fig. 14: Montagem experimental do efeito fotoeléctrico - fotografia

## 4 Procedimento experimental

### 4.1 Trabalho preparatório

1. Preencha os objectivos do trabalho que irá realizar na sessão de laboratório.
2. Preencha o quadro com as equações necessárias para o cálculo das grandezas, bem como as suas incertezas.

### 4.2 Goniómetro

#### Material utilizado

- goniómetro
- fonte de luz incandescente (candeeiro)
- luz espectral de Hg ou He
- prisma
- rede de difração
- nível graduado

**Atenção:** Este trabalho envolve o uso de lâmpadas espetrais. Estas lâmpadas são uma fonte de radiação ultravioleta, que tem efeitos nocivos nos olhos e na pele. Apesar das lâmpadas existentes no laboratório terem uma potência de emissão relativamente baixa, deve-se evitar a exposição desnecessária ou a observação prolongada da sua luz.

#### Alinhamento do goniómetro

1. Disponha o goniómetro em frente a uma fonte luminosa de luz incandescente. Entretanto, ligue também a fonte de luz espectral, de modo a permitir que se estabilize termicamente (10 a 15 minutos).
2. Comece por regular a ocular da luneta. Para isso, deve ver nitidamente com um olho os fios do retículo e simultaneamente com o outro olho ver um objecto no exterior da luneta, afastado a cerca de 30 cm.
3. Para regular a objectiva, observe agora um objecto no “infinito” (no laboratório, escolha um objecto o mais afastado possível) actuando sobre o parafuso da luneta. Regule de modo a observar o objecto e o retículo, bem focado e sem paralaxe.
4. Coloque a luneta alinhada de frente para o colimador e regule o parafuso deste, de modo a observar a fenda focada quando iluminada pela lâmpada espectral.

5. Com o nível de bolha, verifique a horizontalidade do goniómetro e da plataforma.

6. Muito importante – antes de começar as medições:

- Identifique as escalas dos ângulos usados para medir a orientação da plataforma e da luneta. Note que a escala de graus varia de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  e depois recomeça, pelo que poderá ser necessário fazer a conversão adequada caso a gama de valores medidos contenha esta transição.
- Assegure-se de que comprehende como estão relacionadas as duas escalas opostas e como funcionam os nónios. A leitura dos valores dos nónios é facilitada com o auxílio de uma lupa – use uma das lentes convergentes.

## Rede de difracção

A variação do desvio angular com o c.d.o. é significativa no caso da rede de difracção, pelo que para esta medição basta usar a escala principal (em graus) do goniómetro.

1. Antes de colocar a rede, comece por alinhar a luneta com o colimador e registe o valor do ângulo  $\phi_{t0}$  lido na escala da luneta.
2. Monte no centro da plataforma do goniómetro uma rede de difração de 600 linhas por milímetro, orientada com uma das faces de frente para o colimador, isto é, de modo a que o feixe incida o mais possível na perpendicular à superfície da rede.
3. Substitua a lâmpada incandescente pela fonte de luz espectral. Observe os raios difractados de várias cores, em 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> ordem. Meça e registe o ângulo de transmissão  $\phi_t$  de todas as riscas espectrais que conseguir observar, com a melhor precisão possível, à esquerda e à direita da ordem central  $m = 0$ .
4. Identifique os diversos comprimentos de onda e compare com os valores tabelados para a lâmpada espectral que está a utilizar. No final, retire a rede de difracção.

## Prisma

A variação do desvio angular com o c.d.o. é muito ténue no caso do prisma, pelo que para esta medição é essencial recorrer à escala principal e ao nónio do goniómetro.

1. Antes de colocar o prisma, volte a alinhar a luneta com o colimador e registe o valor do ângulo  $\phi_0$  lido na escala da luneta.
2. Rode a plataforma de modo a obter na respectiva escala a leitura  $\phi_i = 0^\circ$ .
3. Cuidadosamente, monte no centro da plataforma um prisma (de ângulo de vértice conhecido), orientado com uma das faces de frente para o colimador, isto é, de modo a que o feixe incida o mais possível na perpendicular à superfície do prisma.

4. Rode agora o prisma de modo a obter uma configuração semelhante à da Fig. ??, prestando atenção à orientação correcta do vértice e da direcção da luz refractada, que deverá ser visível mesmo sem o auxílio da luneta.
5. Na luneta, observe as várias cores refractadas. Se o instrumento estiver bem focado, deverá observar uma série de imagens coloridas da fenda (riscas verticais), uma por cada comprimento de onda. Escolha duas cores, bem afastadas.
6. Para uma das cores, rode suavemente a plataforma até encontrar a configuração para o qual se regista o desvio mínimo. Nessa posição, centre no retículo a risca observada e registe o valor de  $\phi_{i,min}$  (escala da plataforma), bem como o respectivo ângulo de transmissão  $\phi_{t,min}$  (escala da luneta).
7. Realize um conjunto de dez pares de leituras ( $\phi_i, \phi_t$ ): cinco para ângulos de incidência inferiores a  $\phi_{i,min}$  e cinco para ângulos de incidência superiores, preenchendo a tabela. Mais uma vez, note que para estas medições é essencial o uso do nónio em ambas as escalas.
8. Repita os pontos 17 e 18 para a risca da outra cor.
9. Para cada cor, elabore um gráfico dos ângulos de desvio  $\delta$  em função de  $\phi_i$  e anexe-os ao relatório. Realize um ajuste polinomial e verifique que tanto o ângulo de desvio mínimo como a curva obtida são diferentes para cada cor.
10. Usando a Eq. (5.1) com  $\alpha = 30^\circ$ , determine o valor do índice de refracção para os dois c.d.o. que utilizou.

## 4.3 Efeito fotoeléctrico

### Parte I. Laboratório presencial

**Atenção:** este trabalho envolve o uso de lâmpadas espetrais. Estas lâmpadas são uma fonte de radiação ultravioleta, que tem efeitos nocivos nos olhos e na pele. Apesar das lâmpadas existentes no laboratório terem uma potência de emissão relativamente baixa, deve-se evitar a exposição desnecessária ou a observação prolongada da sua luz.

1. Ligue a fonte da lâmpada de mercúrio e deixe estabilizar durante cerca de 10 minutos.
2. Enquanto espera, teste as tensões de cada uma das duas pilhas do amplificador da célula fotovoltaica.
3. Monte os componentes tal como indicado na Fig. ??.
4. Regule o conjunto de lente + rede de difracção de modo a obter as riscas de cor bem focadas na zona do detector. Alinhe a montagem da fenda para que a célula esteja bem iluminada e centrada na risca.
5. O que observa depois da rede é uma *figura de difracção*. Esta figura é simétrica (esquerda/direita) no que respeita às posições das riscas e das intensidades observadas? Quantas ordens de difracção consegue identificar?
6. Para cada uma das riscas (cores) pressione o botão de RESET e depois registe o valor da tensão de paragem  $V_s$ . Faça três medidas para cada risca. Note que para as riscas amarela e verde é necessário utilizar os respectivos filtros coloridos.

Cor	Freq. [THz]	$\lambda$ [nm]
Amarelo	518.672	578
Verde	548.996	546.074
Azul	687.858	435.835
Violeta	740.858	404.656
U.V.	820.264	365.483

Tab. 1: Riscas observáveis do espectro da lâmpada de Hg. No material de apoio de LIFE pode encontrar informação sobre as principais riscas espetrais deste e de outros elementos.

### Determinação da recta de ajuste

Ajuste manual – Usando o quadriculado disponibilizado, faça o gráfico de  $V_s$  em função da frequência  $\nu$ . Escolha os eixos adequadamente e complete o gráfico (com título, unidades, escala, marcas, etc.). Deverá tentar aproveitar ao máximo a área útil da folha, de modo a

minimizar as incertezas. Com uma régua, tente ajustar uma recta ( $y = mx + b$ ) aos pontos experimentais e determine o seu declive, a abcissa na origem (a.o.) e a suas incertezas. Consulte o *Material de apoio* de LIFE para este procedimento.

Ajuste através de software – Faça o ajuste numérico com o auxílio de software adequado (*Fit-teia*, calculadora gráfica, Gnuplot, etc.)

## Parte II. Laboratório remoto

O laboratório remoto *e-lab* permite obter o potencial de paragem para diferentes riscas e diferentes níveis de intensidade, permitindo ainda registar a variação da curva ao longo do tempo. Esta componente pode ser realizada a partir de um computador pessoal, não sendo necessário estar no laboratório.

1. Para realizar a experiência remota, aceda à lista de experiências do *e-lab* em  
<http://elab.ist.utl.pt/rec.web//>  
e siga as instruções transmitidas no MOOC de LIFE.
2. Para seguir o protocolo experimental, aceda a  
<http://www.elab.tecnico.ulisboa.pt/wiki/index.php>  
e seleccione a experiência "Determinação da Constante de Planck". Realize as medições e análises descritas na secção "Protocolo".

