

**Laboratório de Introdução à Física Experimental**

# **Ótica Geométrica**

**Sistema Ótico Introdutório**

**2023**

---

## **Objetivos**

Pretende-se estudar vários aspectos da luz do ponto de vista da ótica geométrica, tais como a reflexão e refração entre meios, a polarização, lentes delgadas e associações de lentes. Iremos estudar a formação de imagens reais e virtuais, verificar como estas dependem das distâncias envolvidas no sistema ótico, e testar um microscópio composto.

---

# 1 Conceitos fundamentais

## 1.1 Traçado de raios

A ótica geométrica, ou ótica de raios, é uma abordagem que consiste em descrever a propagação da luz através de raios. Um raio é um modelo simplificado, na forma de uma linha, que descreve o caminho percorrido pela luz entre duas superfícies. Para descrever a propagação de um feixe de luz através de um sistema, utilizamos um conjunto de raios, que se propagam utilizando o método do *traçado de raios*. Este método é suficiente para explicar fenômenos como a reflexão e a refração da luz e é particularmente útil na descrição de sistemas e instrumentos óticos, sendo válida desde que as dimensões dos objetos envolvidos sejam muito maiores que o c.d.o. da luz visível ( $\sim 0,4$  a  $0,7 \mu\text{m}$ ).

O comportamento dos raios obedece a algumas regras simples:

1. Num meio uniforme, como o ar ou um vidro, um raio é uma linha recta;
2. Um meio ótico é definido por uma grandeza  $n \geq 1$ , chamada índice de refração;
3. Na fronteira entre dois meios, um raio é reflectido e/ou refractado, verificando-se:
  - o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência
  - o ângulo de refração  $\theta_r$  e o ângulo de incidência  $\theta_i$  (medidos relativamente à normal à superfície) obedecem à *Lei de Snell-Descartes*,

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad (1)$$

em que  $n_i$  e  $n_r$  são respectivamente os índices de refração do meio de incidência e do meio de refração.

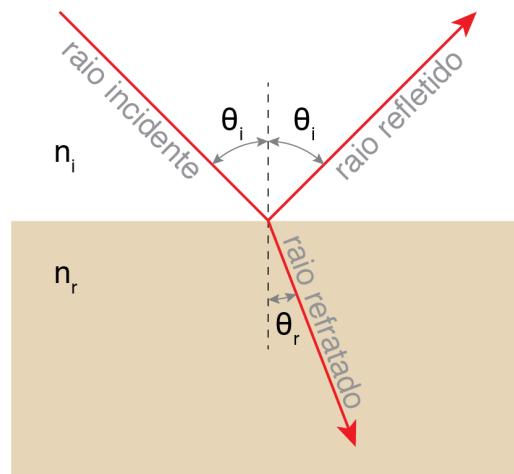


Fig. 1: Raio reflectido e refractado na fronteira entre dois meios.

## 1.2 Reflexão, refração e polarização

A eficiência com que um feixe luminoso é reflectido ou refractado numa fronteira entre dois meios de índices de refração  $n_1$  e  $n_2$  depende, entre outros, do ângulo de incidência e da polarização da luz. A Fig. ?? mostra como varia a reflectividade de uma superfície de vidro em função do ângulo de incidência, para polarizações horizontal e vertical (admitindo que o plano de incidência e reflexão é horizontal). Para um ângulo específico, designado *ângulo de Brewster* e dado por  $\theta_B = \arctan(n_2/n_1)$ , a componente horizontal da polarização não é reflectida, pelo que a luz reflectida fica com polarização vertical. Esta é uma forma de criar luz polarizada a partir de uma fonte não-polarizada. A figura ilustra também a geometria dos raios luminosos numa separação entre dois meios, no caso de incidência em ângulo de Brewster. Como se pode apreciar, nessa configuração o raio reflectido e o raio refractado fazem entre si um ângulo de  $90^\circ$ .

Pode-se polarizar a luz emitida por uma fonte não-polarizada através de um simples filtro polarizador (ou *polaroide*). Orientando o ângulo do filtro relativamente à direcção dos raios luminosos, é possível definir a direcção de polarização (Fig. ??).

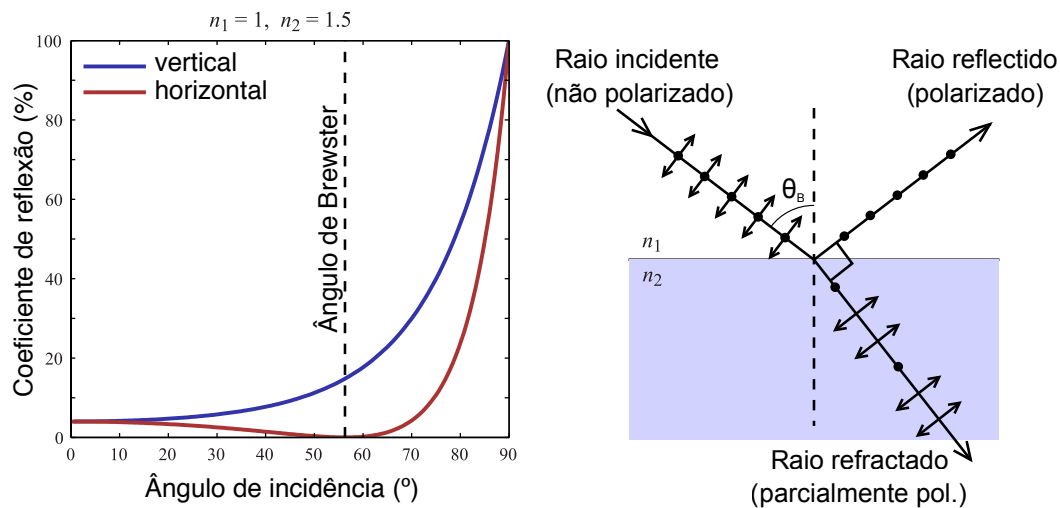


Fig. 2: Reflectividade vs. ângulo de incidência e direcção de polarização (esq.) e geometria para ângulo de Brewster (dir.).

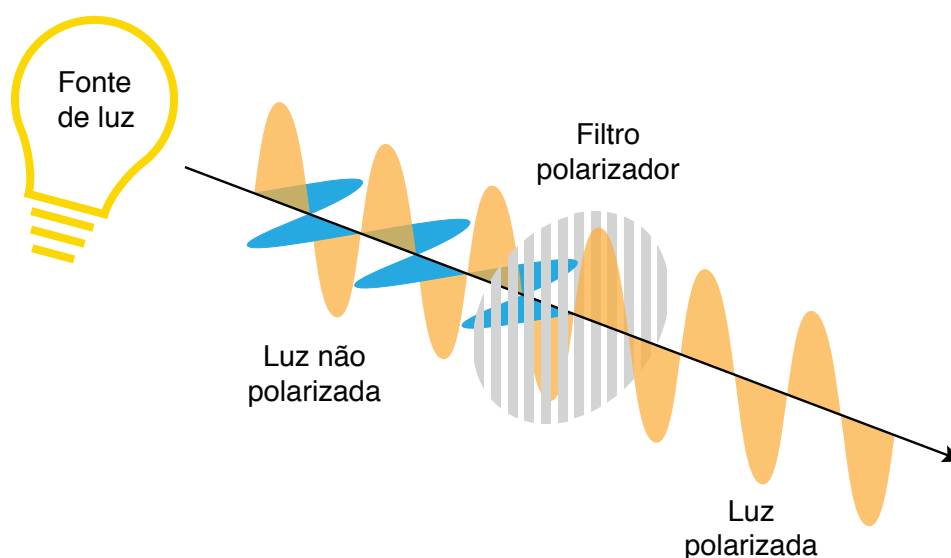


Fig. 3: Obtenção de luz polarizada (verticalmente, no caso da figura) através de um filtro polarizador.

## 2 Construções geométricas em lentes delgadas

Uma das principais aplicações da ótica geométrica consiste no estudo da formação de imagens: dado um *objeto* numa dada posição, como desenhar um sistema ótico que permita transferir uma *imagem* desse objeto para uma posição diferente? É um problema que tem aplicações desde o olho humano até ao desenho de lentes e fibras óticas.

Um *objeto* iluminado uniformemente é considerado como uma fonte de raios, emitidos em todas as direcções. Podemos escolher um ponto no objeto e um conjunto adequado de raios, e traçar o seu percurso através do sistema até encontrar o correspondente ponto na *imagem*. Por convenção, desenha-se o sistema ótico em torno de um eixo, que coincide com o seu eixo geométrico, e os raios propagam-se da esquerda para a direita.

### 2.1 Aproximações

Utilizaremos as duas seguintes aproximações comuns, que facilitam grandemente os cálculos a efectuar (Fig. ??):

*Lentes delgadas* – uma lente é considerada *delgada* quando a sua espessura  $d$  é desprezável face à sua distância focal  $f$ .

*Aproximação paraxial* – admitimos que todos os raios envolvidos são *paraxiais*, isto é, (i) situam-se próximo do eixo ótico e (ii) o ângulo  $\alpha$  que fazem com esse eixo permite utilizar as aproximações  $\sin \alpha \approx \alpha$  e  $\tan \alpha \approx \alpha$ , tipicamente válidas para  $\alpha \leq 5^\circ$ .

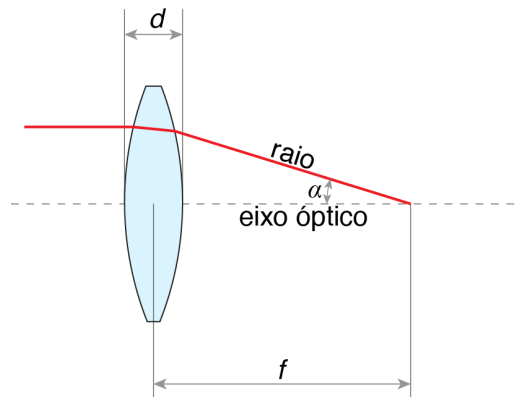


Fig. 4: Definições utilizadas:  $f$  – distância focal,  $d \ll f$  – espessura da lente delgada,  $\alpha$  – ângulo entre o raio e o eixo óptico.

## 2.2 Convenções

A Fig. ?? ilustra os principais parâmetros do traçado de raios através de uma lente simples.

- O objeto  $AB$  fica (por definição) do lado esquerdo da lente, a uma distância  $d_O > 0$  desta; caso o objeto esteja do lado direito, temos  $d_O < 0$  (que é o caso do "objeto virtual" abordado mais à frente)
- A imagem  $A'B'$  está do lado direito da lente, a uma distância  $d_I > 0$  desta; caso a imagem esteja do lado esquerdo, temos  $d_I < 0$
- $F_0$  é a distância focal do lado do objeto,  $F_I$  é a distância focal do lado da imagem. No caso de uma lente fina, ambas são iguais a  $f$ , e marcam-se para auxiliar no traçado.

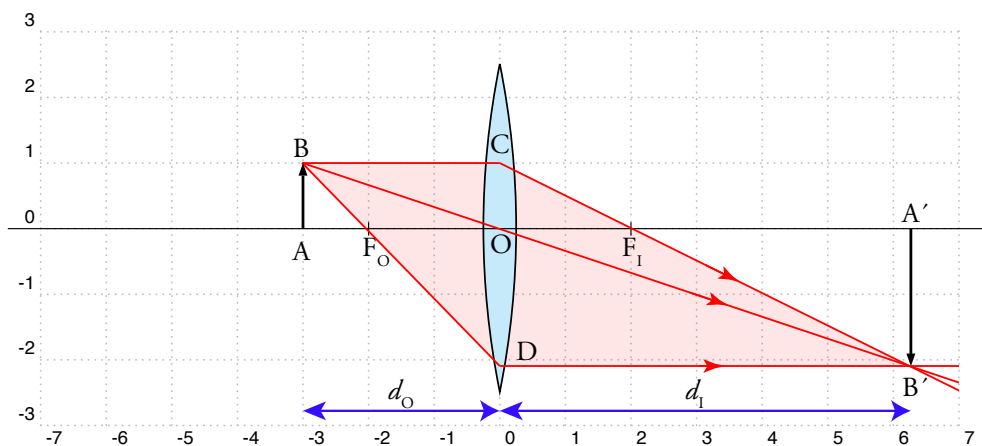


Fig. 5: Convenções utilizadas para formação de imagens por lentes.

Os raios óticos que emergem de um dado objeto atravessam a lente e dão origem a uma imagem. As imagens dizem-se *reais* quando os raios de luz passam de facto na posição da imagem, isto é, raios que saem do plano do objeto convergem no plano da imagem; e dizem-se *virtuais* quando os raios não passam na imagem, mas esta é visível através da lente. As imagens

reais podem ser projectadas num alvo, as virtuais não. Um bom exemplo é considerar a imagem de uma lâmpada brilhante: ao passar a mão pelo plano da imagem, se estar for real sente-se o calor, mas se for virtual parecerá apenas "flutuar" no espaço.

De seguida, vamos analisar a formação de imagens para lentes convergentes ( $f > 0$ ) e divergentes ( $f < 0$ ) em função da posição relativa do objeto e do foco da lente, e derivar relações úteis para lentes delgadas.

## 2.3 objeto e imagem - focos conjugados e ampliação transversal

Considere de novo a Fig. ???. Cada ponto do objeto em  $d_O$  tem um único ponto correspondente na imagem em  $d_I$ . Isto implica que, caso colocássemos o objeto em  $d_I$ , a imagem seria formada em  $d_O$ . Chama-se a estas posições *focos conjugados*. Pela semelhança de triângulos temos as seguintes relações entre as dimensões do objeto e da imagem:

$$\Delta ABF_O \sim \Delta ODF_O \rightarrow AB/A'B' = AF_O/F_OO \rightarrow AB/A'B' = \frac{d_O - f}{f} \quad (2)$$

$$\Delta ABO \sim \Delta A'B'O \rightarrow AB/A'B' = AO/OA' \rightarrow AB/A'B' = d_O/d_I \quad (3)$$

$$\Delta COF_I \sim \Delta A'B'F_I \rightarrow AB/A'B' = OF_I/F_I A' \rightarrow AB/A'B' = \frac{f}{d_I - f} \quad (4)$$

Das expressões (??) e (??) obtemos a equação dos focos conjugados:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{d_O} + \frac{1}{d_I}} \quad (5)$$

Uma forma alternativa e muitas vezes conveniente de exprimir esta relação consiste em utilizar as distâncias do objeto e da imagem aos respectivos focos. Designando estas distâncias por  $x_O = AF_O$  e  $x_I = A'F_I$ , tem-se  $d_O = f + x_O$  e  $d_I = f + x_I$ . Substituindo na expressão acima, obtém-se a chamada formulação de Newton para a equação dos focos conjugados:

$$\boxed{x_O x_I = f^2} \quad (6)$$

Por outro lado, sendo  $AB$  e  $A'B'$  respectivamente as dimensões lineares transversais do objeto e da imagem, usamos a igualdade (??) para definir a *ampliação transversal*  $A$  como:

$$\boxed{A = \frac{A'B'}{AB} = \frac{d_I}{d_O}} \quad (7)$$

A imagem é *direita* se  $A < 0$  e *invertida* se  $A > 0$ . Podemos usar estas duas equações para, dados  $f$  e  $d_O$ , determinar as seguintes expressões para a posição da imagem  $d_I$  e a respectiva ampliação  $A$ :

$$A = \frac{1}{\frac{d_O}{f} - 1} \quad (8)$$

$$d_I = d_O A \quad (9)$$

Como exemplo, temos no caso da Fig. ?? :  $d_O > f \rightarrow A > 0; d_I > 0$ . A imagem resultante é *real* e *invertida*.

### 2.3.1 Lente convergente ( $f > 0$ ) – Imagem real

Este caso verifica-se para  $d_O > f$ , a imagem é real e pode ser projectada. A imagem é menor ( $A < 1$ ) que o objeto se  $d_O > 2f$  ou maior ( $A > 1$ ) se  $2f > d_O > 0$ . Um exemplo do primeiro caso é uma máquina fotográfica: a imagem é posicionada no sensor da câmara, e é (tipicamente) menor que o objeto fotografado. Verifica-se  $0 < A \leq 1$  pois

$$\infty > d_O \geq 2f \rightarrow f < d_I \leq 2f \rightarrow 0 < A \leq 1 \quad (10)$$

Um exemplo do segundo caso é um projetor de cinema ou de imagem de computador: a imagem é posicionada num écran, e é maior que o objeto (película ou chip). Verifica-se  $1 \leq A < \infty$  pois

$$f < d_O \leq 2f \rightarrow \infty > d_I \geq 2f \rightarrow \infty > A \geq 1 \quad (11)$$

### 2.3.2 Lente convergente ( $f > 0$ ) – Imagem virtual

Este caso verifica-se quando  $d_O < f$ , por exemplo quando utilizamos uma lupa para ver objetos com um tamanho aumentado, e está esquematizada na Fig. ?. Dependendo da posição  $d_O$ , verificam-se as seguintes relações

$$0 < d_O \leq \frac{f}{2} \quad 0 > d_I \geq -f \quad -1 > A \geq -2 \quad (12)$$

$$\frac{f}{2} \leq d_O < f \quad -f \geq d_I > -\infty \quad -2 > A > -\infty \quad (13)$$

Repare-se que resulta  $d_I < 0$  (a imagem está do mesmo lado que o objeto) e  $A < 0$  pelo que a imagem é (i) virtual e (ii) direita, para um observador colocado à direita da lente.

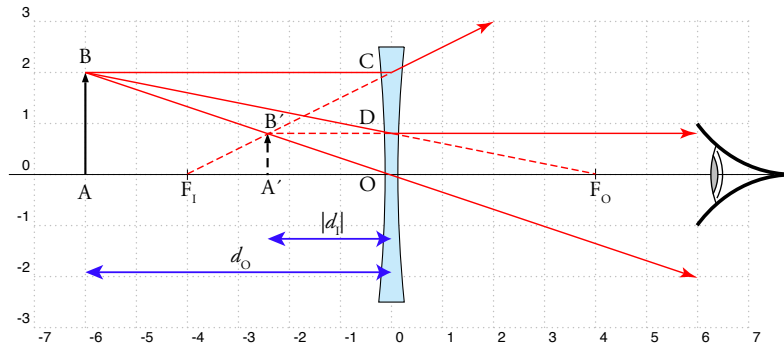


Fig. 6: Formação de imagem virtual com uma lente divergente.

### 2.3.3 Lente divergente ( $f < 0$ )

Considere-se a situação representada na Fig. ??, que mostra uma lente divergente ( $f < 0$ ) e um objeto  $AB$  ( $d_O > 0$ ). Note-se que, no caso da lente divergente, os pontos  $F_O$  e  $F_I$  trocam de posição. Nesta configuração a imagem resultante  $A'B'$  é sempre *virtual* e *direita* com  $d_I < 0$  (imagem do mesmo lado do objeto), pois

$$f < 0; \quad d_O > 0 \quad \rightarrow \quad A < 0; \quad d_I < 0$$

Podemos verificar que a equação (??) se mantém válida neste caso, recorrendo à semelhança de triângulos:

$$\Delta ABO \sim \Delta A'B'O \rightarrow AB/A'B' = \frac{d_O}{d_I} \quad \rightarrow \quad -\infty < A < 0 \quad (14)$$

$$\Delta ABF_O \sim \Delta ODF_O \rightarrow \frac{d_O + |f|}{|f|} = AB/A'B' \rightarrow \frac{d_O + |f|}{|f|} = \frac{d_O}{d_I} \quad (15)$$

$$\Delta F_I OC \sim \Delta F_I A'B' \rightarrow \frac{|f|}{|f| - |d_I|} = AB/A'B' \rightarrow \frac{|f|}{|f| - |d_I|} = \frac{d_O}{|d_I|} \quad (16)$$

Nestas expressões, que descrevem distâncias, foi necessário utilizar os valores em módulo de  $f$  e de  $d_I$ , que são ambos negativos. Fazendo agora as substituições  $|f| \rightarrow -f$  e  $|d_I| \rightarrow -d_I$  recupera-se a equação dos focos conjugados.

## 2.4 objetos virtuais

Em determinadas situações, podemos lidar com "objetos virtuais" ( $d_O < 0$ ), isto é, os raios óticos têm origem não num objeto sólido, mas num plano do espaço, e estamos interessados em estudar a sua propagação a partir desse plano e a formação da imagem correspondente. Um exemplo típico consiste em estudar a formação da imagem de uma imagem primária. Nestes casos, o objeto virtual é identificado a tracejado no diagrama de raios, como ilustrado nos exemplos em baixo.



### 2.4.1 Lente convergente $f > 0$

A Fig. ?? representa um objeto virtual ( $d_O < 0$ , à direita da lente) e a correspondente imagem. A imagem resultante é real ( $d_I > 0$ , também à direita) e direita ( $A < 0$ ), verificando-se

$$d_O < 0; \quad f > 0 \rightarrow A < 0$$

$$\frac{d_I}{-|d_O|} = \frac{f}{-|d_O| - f}$$

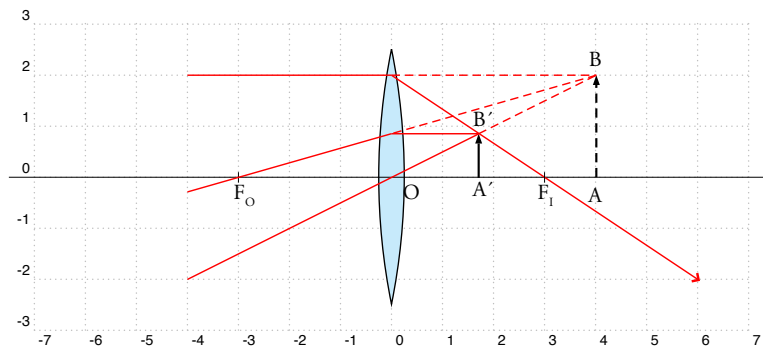


Fig. 7: Lente convergente com objeto virtual e imagem real.

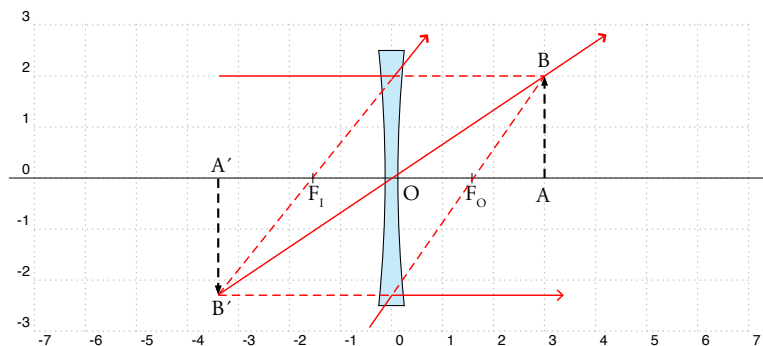


Fig. 8: Lente divergente com objeto virtual e imagem virtual.

### 2.4.2 Lente divergente $f < 0$ – Imagem virtual

A Fig. ?? representa um objeto virtual ( $d_O < 0$ , à direita da lente) para uma lente divergente ( $f < 0$ ) e a correspondente imagem. Na situação da figura, o objeto está à direita do foco  $F_O$ :  $|d_O| > |f|$ . Verifica-se assim:

$$d_O < 0 \quad f < 0$$

$$\frac{d_I}{|d_O|} = \frac{|f|}{|d_O| - |f|}$$

A imagem resultante é também virtual ( $d_I < 0$ , à esquerda da lente) e invertida ( $A > 0$ ), verificando-se as seguintes relações em função da distância:

$$|d_O| = \begin{cases} |d_O| = |f| : |d_I| \rightarrow \infty, & A \rightarrow \infty, \\ |f| < |d_O| < 2|f| : |d_I| > |d_O|, & A > 1, \\ |d_O| = 2|f| : |d_I| = |d_O|, & A = 1, \\ |d_O| > 2|f| : |d_I| < |d_O|, & 0 < A < 1. \end{cases} \quad (17)$$

### 2.4.3 Lente divergente $f > 0$ - Imagem real

A Fig. ?? representa um objeto virtual ( $d_O < 0$ , à direita da lente) para uma lente divergente ( $f < 0$ ) e a correspondente imagem. Na situação da figura, o objeto está à esquerda do foco  $F_O$ :  $|d_O| < |f|$ . Verifica-se assim:

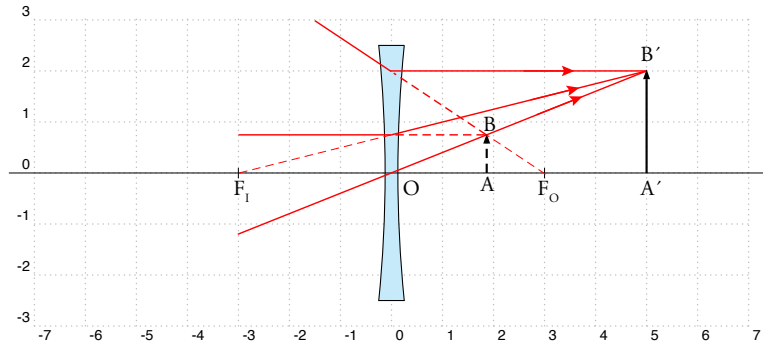


Fig. 9: Lente divergente com objeto virtual e imagem real.

$$d_O < 0 \quad f < 0 \\ \frac{d_I}{|d_O|} = \frac{|f|}{|f| - |d_O|} \rightarrow A = \frac{d_I}{d_O} = \frac{f}{d_O - f} < 0$$

A imagem resultante é agora real ( $d_I > 0$ , à direita da lente) e direita ( $A < 0$ ), verificando-se as seguintes relações em função da distância:

$$|d_O| = \begin{cases} |d_O| \rightarrow |f| : |d_I| \rightarrow \infty, & A \rightarrow -\infty, \\ |d_O| = |f|/2 : |d_I| = f, & A = -2, \\ |d_O| = 0 : |d_I| = 0, & A = -1. \end{cases} \quad (18)$$

## 3 Associação de lentes delgadas

Para duas lentes delgadas de distâncias focais  $f_1$  e  $f_2$  afastadas de  $D$  (para  $D \ll f_1, f_2$ ) pode calcular-se a distância focal equivalente do conjunto através de:

$$\boxed{\frac{1}{f_{equiv}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}} \quad (19)$$

A dificuldade na determinação da distância focal equivalente  $f_{equiv}$  é a medição das distâncias  $d_O$  e  $d_I$  (que são diferentes das distância do objeto e da imagem às superfícies das lentes ou aos seus planos médios).

Uma abordagem preferível consiste em usar a equação (??) separadamente para cada uma das lentes, e considerar que a *primeira imagem* (real ou virtual) irá constituir-se como o *objeto* para a segunda lente. Neste caso, as regras descritas acima para o traçado de raios de lentes individuais aplicam-se consecutivamente:

1. A partir da posição do objeto  $AB$  e do tipo da primeira lente  $L_1$ , determina-se a posição da imagem intermédia  $A'B'$
2. A partir da posição da imagem intermédia (agora tomada como objeto da segunda lente) e do tipo da segunda lente  $L_2$ , determina-se a posição da imagem final  $A''B''$

Vamos aplicar este método para várias combinações de lentes convergentes e divergentes.

### 3.1 Lente convergente - lente convergente

A Fig. ?? representa duas lentes convergentes,  $L_1$  e  $L_2$ , de distâncias focais  $f_1$  e  $f_2$  respectivamente, separadas de uma distância  $D$ . O objeto (real)  $AB$  situa-se à esquerda de  $L_1$ , e tem uma imagem  $A'B'$  por intermédio de  $L_1$ . Esta imagem constitui-se como objeto virtual para  $L_2$ , resultando no final a imagem  $A''B''$ . Esta é a montagem mais simples de um **telescópio**, a partir do qual se podem obter grandes ampliações.

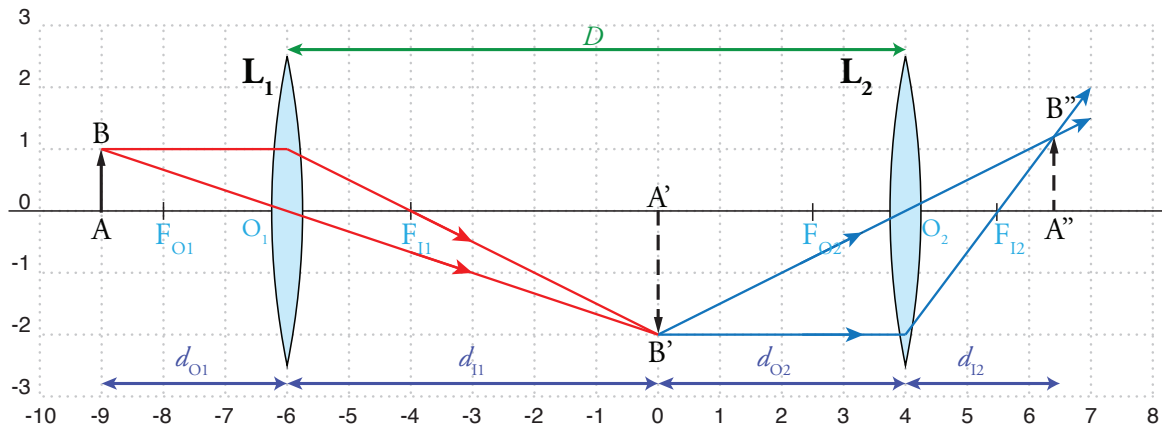


Fig. 10: Sistema de duas lentes convergentes, com objeto intermédio real.

Aplicamos as equações de lentes individuais para cada caso:

$$|d_O| = \begin{cases} \frac{1}{d_{O1}} + \frac{1}{d_{I1}} = \frac{1}{f_1} \\ \frac{1}{d_{O2}} + \frac{1}{d_{I2}} = \frac{1}{f_2} \\ O_1 O_2 = D = d_{I1} + d_{O2} \end{cases} \quad \begin{matrix} d_{O1} = AO_1 & d_{I1} = O_1 A' & f_1 = O_1 F_{O1} = O_1 F_{I1} \\ d_{O2} = A' O_2 & d_{I2} = O_2 A'' & f_2 = F_{O2} O_2 = O_2 F_{I2} \end{matrix} \quad (20)$$

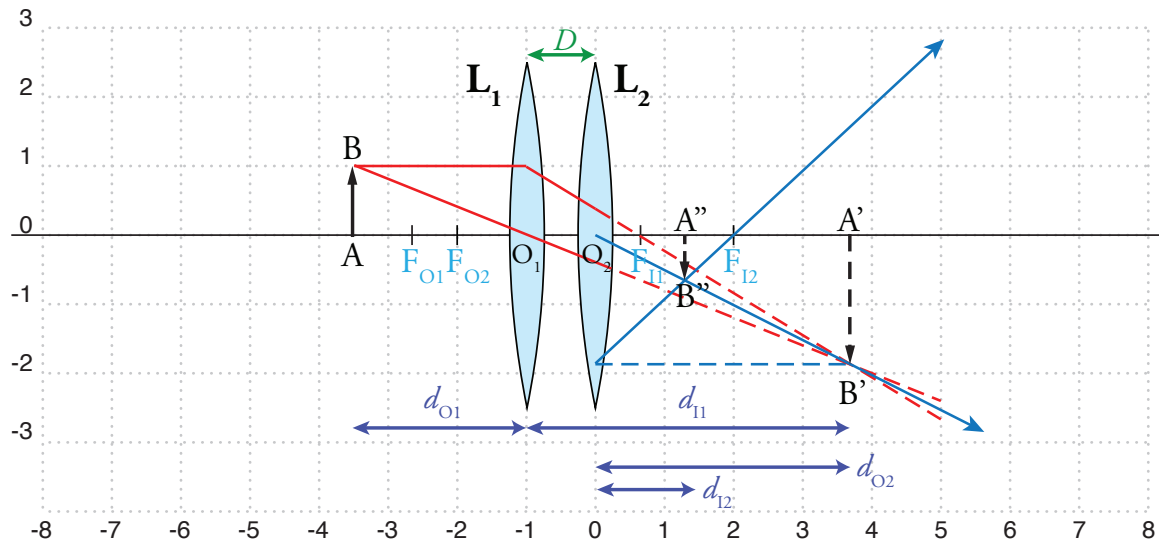


Fig. 11: Duas lentes convergentes, com objeto intermédio virtual.

Estas três expressões permitem calcular o valor de uma das incógnitas, conhecidos os valores das outras. Por exemplo, uma aplicação comum desta montagem consiste em determinar o valor de uma distância focal desconhecida  $f_2$ , conhecidos os valores de  $f_1$ ,  $d_{O1}$ ,  $d_{I2}$  e  $D$ .

As mesmas expressões aplicam-se para o caso de uma imagem obtida por uma lente  $L_1$  que passa a ser um “objeto” virtual para  $L_2$ , isto é, em que  $d_{O2} < 0$ , situação ilustrada na Fig. ??.

### 3.2 Lente convergente - lente divergente

O outro sistema de lente dupla de interesse é o caso em que temos uma lente convergente e uma divergente separadas de  $D$ , ilustrado na Fig. ??, em que  $L_1$  é convergente e  $L_2$  é divergente. A lente  $L_1$  produz uma imagem intermédia  $A'B'$  real e invertida, que é o objeto (real) de  $L_2$ . Uma vez que a segunda lente é divergente, a sua imagem  $A''B''$  (a imagem final) é sempre virtual e invertida.

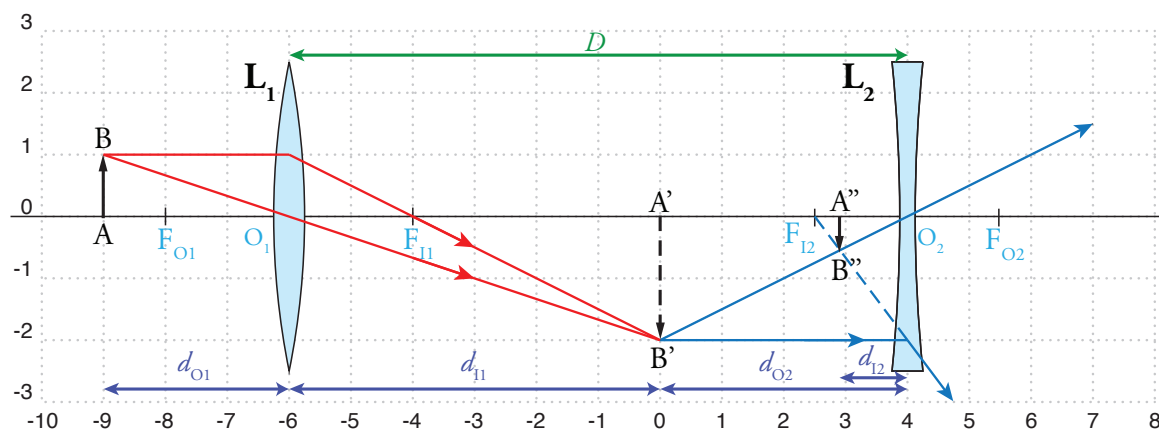


Fig. 12: Sistema de lente convergente e divergente com objeto intermediário real: a imagem final é virtual e invertida.

A Fig. ?? ilustra a situação em que  $A'B'$  está numa posição à direita de  $L_2$ : é uma imagem real (de  $L_1$ ) mas um objeto virtual (de  $L_2$ ), já que  $d_{O2} < 0$ . A imagem  $A''B''$  resultante é real e invertida.

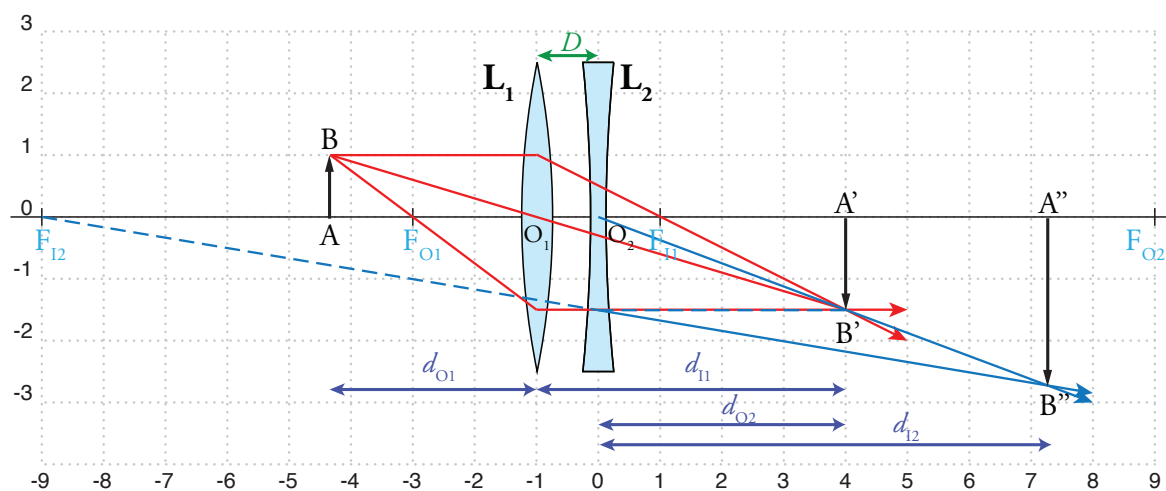


Fig. 13: Sistema de lente convergente e divergente com objeto intermediário virtual: a imagem final é real e invertida.

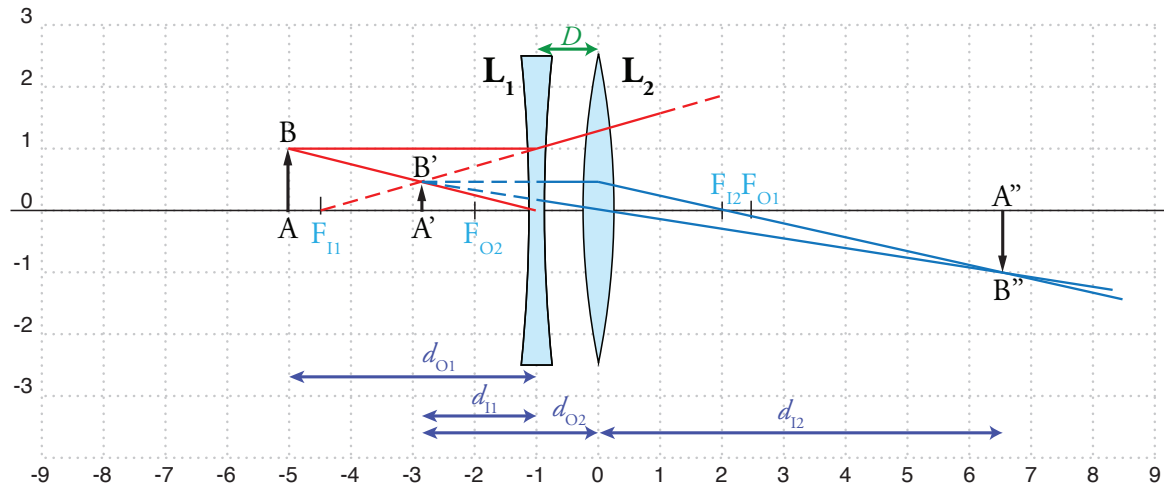


Fig. 14: Sistema de lente convergente e divergente.

Por fim, se nesta montagem permutarmos  $L_1$  e  $L_2$  (Fig. ??), obtém-se também uma imagem real  $A'' B''$ , desde que a distância  $d_{O1} = A O_1$  seja idêntica. Em qualquer destas situações, pode sempre calcular-se  $f_2 < 0$  usando o conjunto das três equações (??).

## 4 Instrumentos óticos

Um instrumento ótico é um dispositivo baseado nos princípios da ótica cujo objectivo é auxiliar a visão humana. Nestes sistemas, designamos por *objectiva* a lente que está do lado do objeto AB e por *ocular* aquela que está do lado do observador, com distâncias focais  $f_{obj}$  e  $f_{ocu}$  respetivamente. Em ambos os casos, a ocular está próxima da *imagem intermédia* A'B' formada pela objectiva. Sendo a distância inferior à distância focal  $f_{ocu}$ , a imagem final será *virtual*, ou seja, visível apenas através da lente. Assim, o papel da ocular consiste em ampliar a imagem intermédia, tal como um lupa amplia um objeto.

### 4.1 O olho humano

Vamos primeiro abordar a fisiologia do olho humano (Fig. ??) para compreender as suas limitações. Este pode ser considerado como um sistema ótico que projecta imagens (reais) dos objetos exteriores na retina, através de duas lentes convergentes: a córnea e o cristalino. Para o nosso estudo, vamos considerar que estas lentes são substituídas por um sistema equivalente constituído por uma única lente, com o máximo de distância focal  $f$  igual a 2,5 cm, que é a média da distância entre a córnea e a retina. A potência em dioptrias (dt) desta lente equivalente é dada por:

$$D = \frac{1}{f} [\text{m}^{-1}] = \frac{1}{0,025} [\text{m}^{-1}] = 40 [\text{m}^{-1}] = 40 \text{ dt.} \quad (21)$$

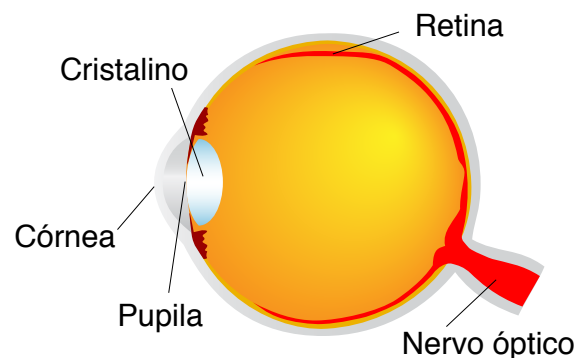


Fig. 15: Diagrama dos principais elementos do olho humano.

Para uma pessoa com visão normal ou munida de correção adequada (óculos graduados ou lentes de contacto), os raios óticos provenientes de um objeto no infinito<sup>1</sup> chegam paralelos ao olho e são focados na retina sem necessidade de esforço, ou seja, com o olho relaxado (Fig. ?? à esq.). à medida que o objeto se aproxima do olho, é necessário os músculos ciliares aumentarem a curvatura da lente para criar uma imagem focada na retina – a isto chama-se *acomodação do olho*. O ponto mais próximo do olho para o qual a lente ainda consegue focar a imagem na

<sup>1</sup> Para efeitos práticos, considera-se o infinito óptico qualquer distância superior a 5 m.

retina é designado por *ponto próximo* (Fig. ?? à dir.) e considera-se igual a 0,25 m para uma visão normal padrão, valor que tem tendência a aumentar com a idade.

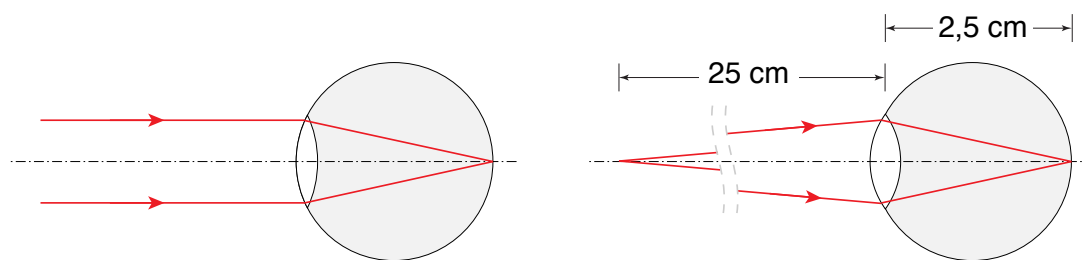


Fig. 16: Esquema do olho no caso de objetos no infinito (esq.) e no ponto próximo (dir.).

O tamanho aparente dum objeto é determinado pelo tamanho que a imagem apresenta na retina. Mesmo sem variar o tamanho real do objeto, este pode ser visto maior se o aproximarmos do olho, porque o tamanho da sua imagem na retina é maior. A avaliação do tamanho da imagem na retina pode ser feita através da medição do ângulo  $\theta$ , que corresponde à inclinação dos raios principais do extremo da imagem (Fig. ??).

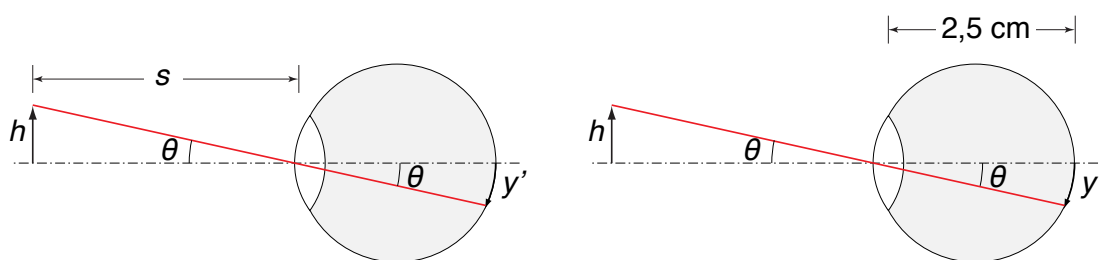


Fig. 17: Formação de imagem na retina de um objeto de altura  $h$  a uma distância  $s$ .

Considere-se um objeto com altura  $h$  a uma distância  $s$  do olho. Para o objeto podemos escrever  $\tan \theta = h/s$ . Para a imagem na retina, de altura  $y'$ , vem  $\tan \theta = y'/(2,5 \text{ cm})$ . Na aproximação paraxial, ou seja de ângulos pequenos, podemos usar  $\tan \theta \approx \theta$ , e assim  $\theta \approx h/s = y'/(2,5 \text{ cm})$ . Desta relação conclui-se que  $y'$  é proporcional a  $h$ , tamanho do objeto, e inversamente proporcional à distância  $s$  entre o objeto e o olho.

O princípio dos instrumentos óticos consiste no aumento do tamanho da imagem na retina,  $y'$ , permitindo assim visualizar objetos muito pequenos ou afastados. Do exposto acima, podemos concluir que a sua operação baseia-se na criação de uma imagem (real ou virtual) com um tamanho aparente maior que  $h$  e/ou a uma distância aparente inferior a  $s$ . Em qualquer dos casos, a imagem final produzida deverá estar situada além do ponto próximo, caso contrário não conseguirá ser focada.



## 4.2 Lupa

A lupa simples é o instrumento ótico mais elementar. Consiste numa só lente convergente e permite aumentar o tamanho aparente do objeto, ou seja, o tamanho da imagem na retina. Sabendo que a maior imagem que se pode obter dum objeto com o olho desarmado é quando o objeto está no ponto próximo (Fig. ??), e dado que  $y'_0$ , tamanho da imagem na retina, é proporcional ao ângulo definido entre a altura do objeto  $h_0$  e a sua distância ao olho, pode-se escrever a relação

$$\theta_0 = h_0/0,25 \quad (22)$$

Na visão auxiliada pela lupa, esta é colocada perto do olho, e o objeto colocado a uma distância inferior ao foco. A imagem produzida pela lupa é virtual, ampliada e direita.

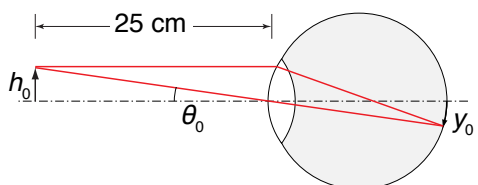


Fig. 18: objeto no ponto próximo visto pelo olho desarmado.

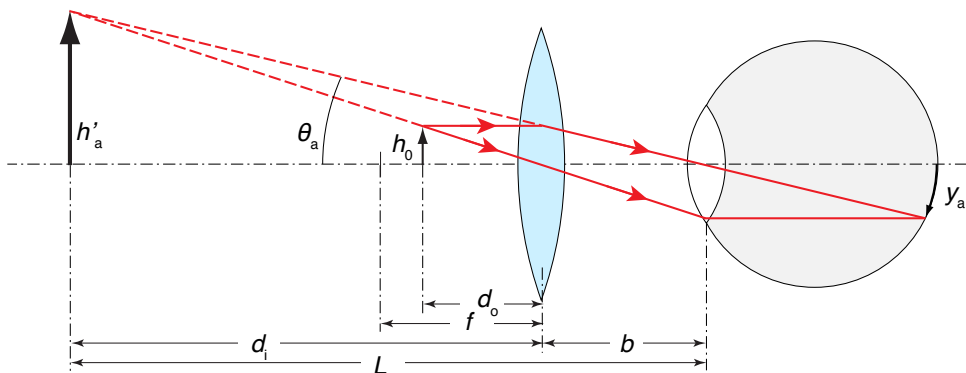


Fig. 19: Formação de imagem com o auxílio de uma lupa a uma distância  $b$  do olho. O objeto  $h_0$  está a uma distância  $d_o < f$  da lente, e a imagem (virtual)  $h'_a$  aparenta estar a uma distância  $d_i$  da lente e  $L$  do olho.

### 4.2.1 Ampliação angular

A *ampliação angular*  $M_A$  dum instrumento ótico é determinada pela razão entre  $y'_a$ , dimensão da imagem na retina quando o objeto é visto através do instrumento (Fig. ??), e  $y'_0$ , dimensão da imagem na retina quando vista pelo olho desarmado e o objeto no ponto próximo. A razão entre os respectivos ângulos permite esse cálculo, isto é

$$M_A = \frac{y'_a}{y'_0} = \frac{\theta_a}{\theta_0} \quad (23)$$

Tirando partido da aproximação paraxial, temos  $\tan \theta_a = h'_a/L \approx \theta_a$  e  $\tan \theta_0 = h_0/0,25 \approx \theta_0$ , portanto pode-se escrever a ampliação angular como:

$$M_A = \frac{h'_a/L}{h_0/0,25} = -\frac{d_i 0,25}{d_0 L} = \frac{0,25}{L} \left(1 - \frac{d_i}{f}\right) \quad (24)$$

onde na última igualdade se recorreu à equação dos focos conjugados. Como a distância à imagem é negativa,  $d_i = -(L \vee b)$ , obtém-se por fim

$$M_A = \frac{0,25}{L} \left(1 + \frac{L \vee b}{f}\right) \quad (25)$$

Da análise desta expressão pode-se dizer que a ampliação diminui se  $L$  ou  $b$  aumentam. Existem três casos particulares de ampliação:

1. Se  $b = f \rightarrow M_A = \frac{0,25}{f} = 0,25D$ , em que  $D$  é a potência da lupa em dioptrias.
2. Se  $b = 0 \rightarrow M_A = 0,25 \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{f}\right)$ . Se  $b = 0$  e também  $L = 0,25$  m (valor mínimo para  $L$ , uma vez que a imagem também deve poder ser focada correctamente pelo olho), então obtém-se para  $M_A$  o valor máximo, igual a  $M_A = 1 + \frac{0,25}{f} = 1 + 0,25D$ . Este caso corresponde a ter a lupa "encostada" ao olho, e a imagem aumentada surge à distância do ponto próximo.
3. Se o objeto é colocado no foco ( $d_O = f$ ), então a lupa forma a sua imagem no infinito ( $L = \infty$ ) e a ampliação é

$$M_A = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{0,25}{L} \left(1 + \frac{L \vee b}{f}\right) = \frac{0,25}{f} = 0,25D$$

Neste caso, o olho recebe raios paralelos e não necessita de fazer acomodação, o que é mais cómodo, e a ampliação apenas se reduz de uma unidade relativamente ao caso 2.

Exemplo: uma lente com  $D = 10$  dioptrias tem uma distância focal  $f = 10$  cm, e para  $L = \infty$  tem uma ampliação de  $M_A = 2,5$  vezes.

## 5 Procedimento experimental

### Material

Caixa de ótica equipada com

- calha graduada
- fonte luminosa com lâmpada de incandescência linear
- lentes convergentes e divergente
- semi-cilindro de vidro acrílico
- diafragmas
- polaroides
- suportes

### Trabalho preparatório

1. Preencha os objectivos do trabalho que irá realizar na sessão de laboratório.
2. Preencha o quadro com as equações necessárias para o cálculo das grandezas, bem como as suas incertezas.

### 5.1 Determinação do índice de refração dum vidro acrílico

#### Alinhamento

1. Monte a fonte luminosa numa das extremidades da calha graduada e ligue a lâmpada.
2. Utilizando uma lente, obtenha um feixe de luz branca de raios paralelos. De que tipo de lente necessita?
3. Com os diafragmas, obtenha um feixe de luz estreito ( $\approx 1 \text{ mm}$ ), alinhado com o eixo da calha graduada. Verifique que a espessura do feixe de luz se mantém tão constante quanto possível ao longo de toda a calha.

#### Face plana

4. Monte o suporte com o círculo graduado e o semi-cilindro de vidro acrílico centrado, de modo a que o feixe de luz branca incida na sua superfície plana. Observe e obtenha os ângulos de reflexão e de transmissão para vários valores dos ângulos do feixe incidente, à esquerda e à direita. Registe medições para, pelo menos, nove valores diferentes do ângulo de incidência.

5. Represente as medições num gráfico e, a partir deste, determine por ajuste o índice de refração do vidro acrílico. Anexe o gráfico ao relatório.

### Face cilíndrica

6. Rode o círculo graduado de modo a que o feixe de luz incida na superfície cilíndrica do vidro acrílico. Repita as medidas e a análise dos resultados.

### Ângulo-limite

7. Estime o valor do índice de refração a partir do ângulo limite de reflexão total.
8. Para o desvio à exatidão, considere como exato o valor médio das medições anteriores.
9. Nas suas conclusões, compare os valores obtidos para  $n_{vidro}$  e a sua precisão

## 5.2 Polarização da luz. Ângulo de Brewster

1. Observe o efeito de interposição de dois filtros polarizadores, paralelos ou cruzados, no percurso de um feixe luminoso.
2. Usando a mesma montagem do ponto anterior, polarize o feixe paralelamente ao plano de incidência, orientando o eixo  $0^\circ - 180^\circ$  do filtro polarizador na vertical.
3. A partir do valor médio obtido para o índice de refração (o que usou na secção anterior), calcule o valor "teórico" do ângulo de Brewster e verifique experimentalmente que, para esse valor, os raios reflectido e transmitido fazem  $90^\circ$  entre si.
4. Para ângulos de incidência próximos do ângulo de Brewster, obtenha o intervalo angular em que praticamente se extingue o feixe reflectido.

## 5.3 Distância focal de uma lente convergente ( $f \approx 75$ mm)

1. Obtenha um feixe de luz branca de raios paralelos, usando a lente colimadora.
2. Seleccione a lente de distância focal mais curta e determine o seu valor pelo método directo. Repita a experiência duas vezes, colocando a lente noutra posição relativamente à lente de raios paralelos.
3. Retire a lente colimadora e coloque o *objeto* com mira no suporte da calha, iluminando-o directamente com a fonte luminosa. Coloque a mesma lente convergente a uma distância  $150 \text{ mm} > d_O > 75 \text{ mm}$  do objeto.
4. Com o écran plano, procure a posição correcta para obter uma *imagem* focada. Utilizando a equação dos focos conjugados, calcule de novo a d.f. da lente.

5. Na folha quadriculada em anexo, desenhe um diagrama com o eixo ótico, o objeto e a lente convergente. Utilizando as aproximações paraxial e das lentes delgadas, desenhe a construção geométrica e obtenha a posição da imagem e a respectiva ampliação.
6. Medindo agora a imagem, determine a ampliação linear. Compare-a com a que podia calcular pelas distâncias  $d_O$  e  $d_I$ .
7. Repita a experiência, colocando a lente noutra posição relativamente ao objeto.
8. Compare o valor da distância focal com o obtido em (1) e estime a precisão envolvida em cada um dos métodos que utilizou.

#### 5.4 Distância focal de uma lente divergente ( $f \approx -150$ mm)

1. Associe no mesmo suporte a lente divergente com uma convergente ( $f \approx 75$  mm), de forma a que o par se comporte como um sistema convergente (com  $D \approx 10$  mm). Escolha uma distância ao objeto  $D_O$  adequada e utilize esta montagem para determinar a distância focal da lente divergente.
2. Repita a montagem para uma diferente distância ao objeto.