

Planejamento de Longo Prazo da Operação de Hidrelétricas

Filipe Barreto Diniz and Pedro Mendonça Maia

Abstract—A geração hidráulica é uma fonte barata e limpa de produção de energia. Entretanto é necessário que se tenha uma disponibilidade determinada de água para que obtenha um processo eficiente. Desta forma é de grande valia que seja feito um planejamento anual para que seja aproveitado de melhor maneira possível os recursos hídricos disponíveis com o menor custo possível.

I. INTRODUÇÃO

A geração de energia elétrica é um ativo de suma importância e extremamente estratégico para as nações. É fundamental que cada país consiga utilizar da melhor maneira possível seus recursos para a produção de energia. É nesse contexto que como se pode ver na figura 1, o Brasil tem as hidrelétricas como seu principal ativo da Matriz Energética, o que é de se esperar já que o país possui uma vasta rede fluvial.

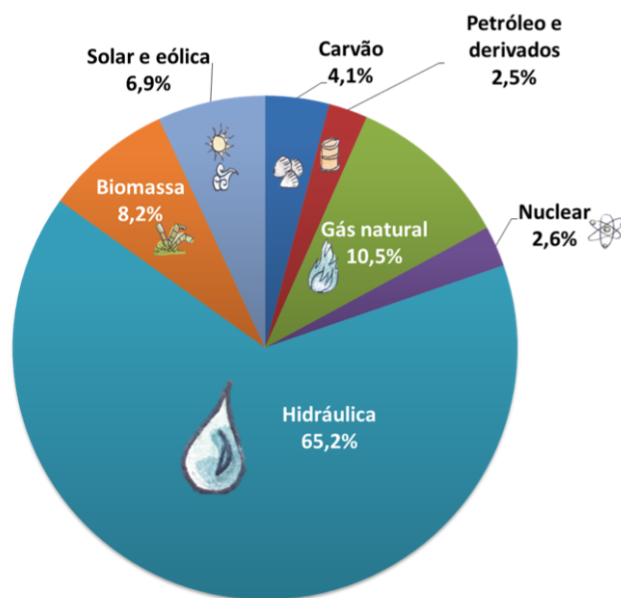


Fig. 1: Representação da Matriz Energética Brasileira

Além da grande disponibilidade hídrica, a geração hidráulica de energia elétrica possui outras vantagens como o baixo custo e por ser uma fonte de energia limpa e renovável. Entretanto, para que se tenha uma produção de energia eficiente, é necessário se ter uma disponibilidade mínima de água. Quando não se têm água em níveis suficientes, é preciso usar outras fontes de energia para se suprir a demanda. Geralmente essas outras fontes são mais caras, aumentando consequentemente o custo da energia.

Desta forma é possível perceber que um planejamento que considere a sazonalidade da água durante o ano é crítico

para maximizar não apenas o aproveitamento dessa matriz energética, como o lucro das distribuidoras. Na figura 2 é possível observar o histórico de afluência anual de Furnas, e como ele varia durante o ano.

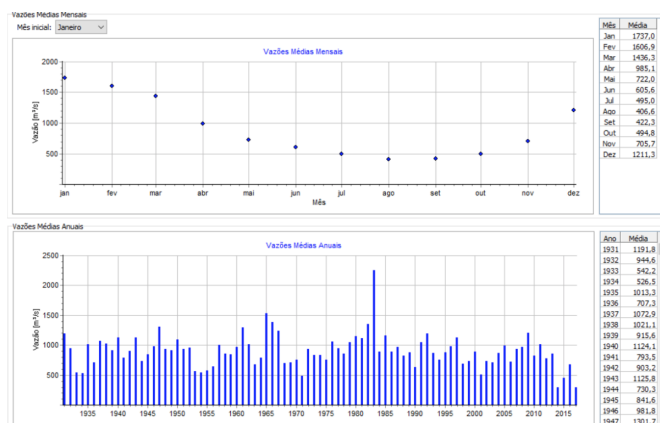


Fig. 2: Histórico de Afluência Furnas

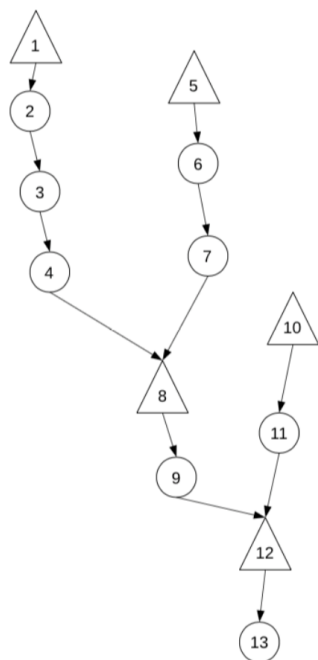
Quando se faz uma análise de longo prazo é possível perceber que têm-se dois objetivos antagônicos. O primeiro visa maximizar a geração hidráulica, que por ser mais barata reduz o custo da energia, porém se utilizado em excesso pode-se esgotar o recurso e inviabilizar a geração dessa matriz no futuro, o que gera um custo maior na utilização de fontes alternativas no longo prazo. Desta forma, o segundo objetivo é maximizar a disponibilidade de água nos reservatórios durante o ano.

II. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O sistema hídrico brasileiro é bastante complexo e extenso, sendo composto por diferentes formações, tendo as bacias hidrográficas como a mais importante para a geração de energia hidrelétrica. Uma bacia hidrográfica é definida como um conjunto de terras drenadas por um rio principal, seus afluentes e subafluentes, ou seja, é a porção do espaço em que as águas das chuvas, das montanhas, subterrâneas ou de outros rios escoam em direção a um determinado curso de água, abastecendo-o.

Para um melhor aproveitamento na produção de energia, existem no Brasil mais de uma usina dentro da mesma mesma bacia hidrográfica, formando o que é chamado de cascata de hidrelétricas. Dentro da mesma cascata, toda a água que é liberada por uma usina, chega até a outra seguinte depois de determinado tempo. Existem usinas com grandes reservatórios de água, outras com pequenos e até mesmo nenhum reservatório de armazenamento, chamadas fio-d'água.

do funcionamento da usina hidrelétrica. Todos os principais elementos da usina podem ser vistos na figura 5.



Reservatório

Vertedouro

Volume ativo

Barragem

Sistema de captação

Casa de força

Volume morto

Canal de fuga

Fig. 5: Elementos de uma usina hidrelétrica.

Todo volume de água que chega até a usina é armazenado no reservatório e pode ser liberado no canal de fuga após passar pelo sistema de captação ou pelo vertedouro.

A água que passa pelo sistema de captação segue até a casa de força e é utilizada para geração de energia. Já a que é vertida vai direto para o canal de fuga e não é aproveitada, portanto essa operação deve ser evitada sempre que possível e geralmente só é executada quando o limite de engolimento da casa de força é atingido.

A diferença das usinas com reservatório de armazenamento para as fio-d'água é que nas últimas o volume do

A. Elementos de uma hidrelétrica

Para melhor entendimento da modelagem realizada neste trabalho é necessário entender os principais fundamentos

reservatório não pode variar significativamente, então sempre que um elevado volume de água chega na usina ele deve ser imediatamente despachado. Por esse motivo vertimentos são mais comuns nesse tipo de usina.

III. MODELAGEM

Nessa seção será apresentada toda a modelagem matemática utilizada no problema. Tudo que foi desenvolvido encontra fundamento teórico no que foi explorado até aqui neste trabalho

A. Conjuntos

- U : Conjunto de Usinas do Modelo.
- T : Conjunto de Períodos do Modelo.
- M_u : Conjunto de Usinas a montante da usina u .

B. Variáveis

- $g_{u,t}$: Energia gerada pela usina $u \in U$ no período $t \in T$.
- f_t : Energia gerada por fontes alternativas no período $t \in T$.
- $v_{u,t}$: Volume do reservatório da usina $u \in U$ no período $t \in T$.
- $p_{u,t}$: Volume turbinado pela usina $u \in U$ no período $t \in T$.
- $s_{u,t}$: Volume vertido pela usina $u \in U$ no período $t \in T$.

C. Parâmetros de entrada

- D_t : Demanda de energia no período $t \in T$.
- c_u : Custo de produção de energia da usina $u \in U$.
- c_a : Custo médio de produção de energia por fontes alternativas.
- $a_{u,t}$: Afluência natural estimada da usina $u \in U$ no período $t \in T$.
- ρ_u : Produtividade média da usina $u \in U$.
- $V_{0,u}$: Volume inicial do reservatório da usina $u \in U$.
- \underline{V}_u : Volume mínimo da usina $u \in U$.
- \bar{V}_u : Volume máximo da usina $u \in U$.
- \underline{P}_u : Engolimento mínimo mensal da usina $u \in U$, caso ela produza algo durante esse mês.
- \bar{P}_u : Engolimento máximo mensal da usina $u \in U$.
- \underline{S}_u : Vertimento mínimo mensal da usina $u \in U$.
- \bar{S}_u : Vertimento máximo mensal da usina $u \in U$.
- \underline{Q}_u : Defluência mínima mensal da usina $u \in U$.
- \bar{Q}_u : Defluência máxima mensal da usina $u \in U$.

D. Modelo Matemático

$$\min \begin{cases} f1: \sum_{t \in T} c_u f_t + \sum_{u \in U} \sum_{t \in T} c_u g_{u,t} \\ f2: - \sum_{u \in U} v_{u,T} \end{cases}$$

$$\sum_{u \in U} g_{u,t} + f_t = D_t, \quad \forall t \in T \quad (1)$$

$$g_{u,t} = \rho_u p_{u,t} \quad \forall u \in U \quad t \in T \quad (2)$$

$$v_{u,1} = V_{0,u} + a_{u,1} \sum_{j \in M_u} (p_{j,1} + s_{j,1}) - p_{u,1} - s_{u,1} \quad \forall u \in U \quad (3)$$

$$v_{u,t} - v_{u,t-1} = a_{u,t} + \sum_{j \in M_u} (p_{j,t} + s_{j,t}) - p_{u,t} - s_{u,t} \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \mid t > 2 \quad (4)$$

$$p_{u,t} \geq \underline{P}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$p_{u,t} \leq \bar{P}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (6)$$

$$v_{u,t} \geq \underline{V}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$v_{u,t} \leq \bar{V}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$s_{u,t} \leq \bar{S}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (9)$$

$$p_{u,t} + s_{u,t} \geq \underline{Q}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$p_{u,t} + s_{u,t} \leq \bar{Q}_u \quad \forall u \in U \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$f_t \geq 0, \quad \forall t \in T \quad (12)$$

Por se tratar de um problema biobjetivo, ou seja, que existem dois objetivos conflitantes para serem otimizados, existem duas funções objetivos.

A função objetivo f1 é referente ao custo total da geração de energia, considerando as usinas hidrelétricas e as fontes alternativas, sendo que o custo das fontes alternativas é bem maior. Nesse caso, quanto maior a energia gerada pelas hidrelétricas, menor a geração complementar e consequentemente menor o custo.

Já a função f2 visa maximizar o nível do reservatório das usinas no final do horizonte de planejamento. Nesse caso, quanto menos energia for gerada, maior o volume retido nos reservatórios. Essa função considera a maximização apenas do período final para permitir que o sistema gere o máximo de energia possível durante o planejamento, mas continue operando eficientemente após o fim do horizonte de planejado.

Como pode ser visto, os dois objetivos são antagônicos, pois enquanto o primeiro tende a utilizar toda a água dos reservatórios para gerar energia, o segundo visa armazená-la. Isso justifica a abordagem multi-objetivo para esse problema.

A restrição 1 garante o atendimento demanda por energia de cada período. Essa demanda deve ser atendida, seja a partir da geração hidrelétrica, seja por fontes complementares. Como já dito, a função objetivo f1 reduzir o custo total, portanto fontes complementares (mais caras), só são utilizadas quando a geração hidrelétrica não vale a pena.

A restrição 2 calcula a energia gerada por cada usina a cada período, e é dada pelo produto entre volume turbinado e a produtividade.

As restrições 3 e 4 garantem que o balanço hídrico seja respeitado, isto é, que o volume que fica armazenado em uma usina seja o mesmo que o volume armazenado no período anterior somado com a diferença entre o chega e que é despachado. O volume que chega em uma usina é dado pelo somatório entre a afluência natural e o que foi despachado pelas usinas a montante. O volume despachado é dado pelo somatório dos volumes turbinado e vertido. No caso das usinas fio-d'água o volume armazenado é zero, portanto o que chega deve ser igual ao despachado.

As restrições 5 e 6 garantem que os limites de engo-limento das usinas sejam respeitados. O limitante inferior existe porque as turbinas só conseguem produzir energia eficientemente a partir de determinado volume. Já o superior é dado pela capacidade máxima de operação da casa de força.

As restrições 7 e 8 garantem que os limites mínimo e máximo do reservatório sejam respeitados. Esses limites são estabelecidos de acordo com as dimensões do reservatório.

A restrição 9 garante que os limites de vertimento máximo das usinas sejam respeitados. Esses limites são estabelecidos a partir das dimensões do vertedouro.

As restrições 10 e 11 garantem que os limites mínimo e máximo de defluência sejam respeitados. Existem diversos fatores que são considerados para calcular esses limites. Como a defluência estabelece o fluxo de água que passará pelo rio a jusante da usina, existem diversos fatores ambientais, sociais e econômicos que requerem um fluxo mínimo ou proíbem um fluxo de água muito elevado.

A restrição 12 impede que a geração por fontes alternativas seja negativa.

IV. METODOLOGIA

Este trabalho considera o planejamento de um ano de operação da cascata do Rio Grande, que contém 12 usinas.

Como o comportamento de cada cascata de hidrelétricas é independente das demais, optou-se por considerar apenas essa cascata na otimização. Trabalhar com cada cascata isoladamente ainda traz outras vantagens, como acelerar a execução do modelo, facilitar o entendimento do problema e das análises dos resultados.

O horizonte de planejamento foi definido em um ano, discretizado em 12 períodos de um mês considerando que a sazonalidade da água é anual.

Por se tratar de um problema linear com dois objetivos, escolhemos utilizar o método escalar do ϵ -restrito. Em um problema biobjetivo, esse método mantém apenas uma das funções objetivo e transforma a outra em restrição. O limite dessa restrição varia dentro de uma faixa válida e sucessivas otimizações mono-objetivo são feitas até a fronteira Pareto ser construída.

Para obter a faixa de variação da restrição foram realizadas duas otimizações mono-objetivo, uma ignorando cada função objetivo. Ao otimizar apenas f1, obtém-se uma solução que apresenta o melhor ponto para essa função e o pior para f2. Já a solução obtida ao otimizar apenas f2 fornece o melhor ponto para f2 e o pior para f1.

As duas funções objetivo foram utilizadas como restrição. Inicialmente metade das soluções são geradas otimizando f1 e considerando a função objetivo f2, que trata do nível do reservatório, como restrição. Os valores máximos para f2 em cada otimização foram obtidos ao variar o valor dessa função linearmente entre seus pontos de máximo e mínimo. Posteriormente o mesmo processo foi realizado para encontrar a outra metade da fronteira, mas usando f1, que trata do custo de geração, como restrição.

Da forma como esse modelo foi proposto, cada sub-problema resolvido é um problema de programação linear, portanto decidimos utilizar o solver do Gurobi®. Toda a modelagem foi implementada no Matlab®.

Os dados referentes às usinas foram obtidos do software livre HydroData [4]. Como não tínhamos acesso aos custos de operação nem à demanda por energia, consideramos o custo da geração das hidrelétricas fixo e o custo por fontes alternativas dez vezes maior. A demanda utilizada tinha um valor fixo mensal superior à capacidade de operação das usinas para forçar a utilização da geração complementar. O cenário executado considerou que o volume inicial dos reservatórios estavam todos em 50% da capacidade máxima.

V. RESULTADOS

Os procedimentos descritos na seção IV. Metodologia foram realizados para obter uma fronteira Pareto com 22 pontos, ou seja, foram realizadas dez otimizações utilizando o ϵ -restrito considerando cada restrição como objetivo, além das duas otimizações mono-objetivo feitas para obter os limites. A figura 6 fronteira encontrada.

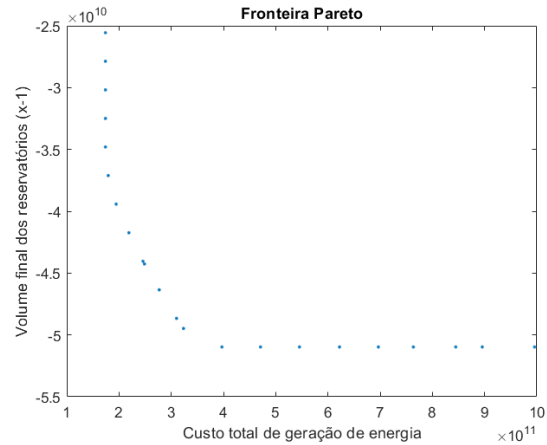


Fig. 6: Fronteira Pareto Encontrada

Ao observar a fronteira obtida, podemos observar que há uma saturação nos dois extremos. De um lado, a partir de determinado ponto abaixar o volume dos reservatórios não gerou economia no de custo de geração. No outro extremo, o aumento no custo de geração não levou ao aumento do nível final dos reservatórios.

A tabela I mostra o somatório dos valores encontrados para cada solução da fronteira Pareto. As cinco primeiras soluções se referem à parte da fronteira onde o custo se

Sol.	Volume	Turbinado	Vertido	Gerado	Complemento
1	4.1032	3.8652	0.7328	1.1399	0.0601
2	3.9832	3.8652	0.7097	1.1399	0.0601
3	4.2334	3.8652	0.6866	1.1399	0.0601
4	4.3590	3.8652	0.5225	1.1399	0.0601
5	4.5351	3.8652	0.3145	1.1399	0.0601
6	4.7193	3.8327	0.1640	1.1340	0.0660
7	4.8205	3.7259	0.0629	1.1172	0.0828
8	4.8942	3.5473	0.0336	1.0901	0.1099
9	5.0141	3.3478	0.0251	1.0601	0.1399
10	5.0337	3.3305	0.0228	1.0569	0.1431
11	4.9606	3.1422	0.0228	1.0257	0.1743
12	5.1933	2.9542	0.0028	0.9888	0.2112
13	5.3275	2.8839	0	0.9739	0.2261
14	5.4752	2.5051	0.2280	0.8920	0.3080
15	5.4025	2.2138	0.5193	0.8102	0.3898
16	5.4066	1.9670	0.7661	0.7273	0.4727
17	5.4082	1.7034	1.0298	0.6419	0.5581
18	5.3162	1.5030	1.2301	0.5593	0.6407
19	5.5253	1.2260	1.5072	0.4848	0.7152
20	5.0770	1.0196	1.7135	0.3946	0.8054
21	5.2648	0.9044	1.8288	0.3384	0.8616
22	5.0117	0.6318	2.1013	0.2269	0.9731

TABLE I: Resultados totais de cada solução ($\times 10^{11}$)

estabilizou mesmo com a redução dos volumes. É possível perceber na tabela que os volumes turbinados e a energia gerada a partir das hidrelétricas são fixos para essas soluções. Isso acontece porque nesses casos todas as usinas operaram no limite de engolimento durante todo o ano. A figura 7 mostra graficamente esses resultados.

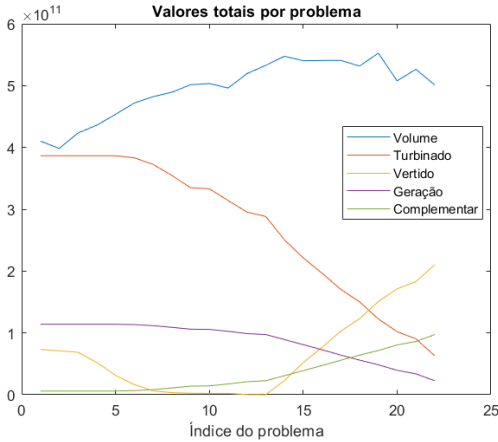


Fig. 7: Somatórios dos valores de cada problema

No extremo oposto, as últimas 9 soluções da tabela I se referem à parte da fronteira Pareto onde o custo de geração aumenta mesmo sem o aumento do nível final dos reservatórios. O que acontece nesses casos é que os reservatório atingem o volume máximo ao final do horizonte de planejamento, como mostra a figura 8. Entretanto, como o algoritmo obriga a encontrar soluções de custo cada vez maior, o volume turbinado começa a reduzir, diminuindo a geração hidrelétrica e consequentemente aumentando a geração complementar, como mostra a figura 7.

Outro resultado interessante é que o volume vertido, que corresponde a água despachada sem ser aproveitada, reduz a

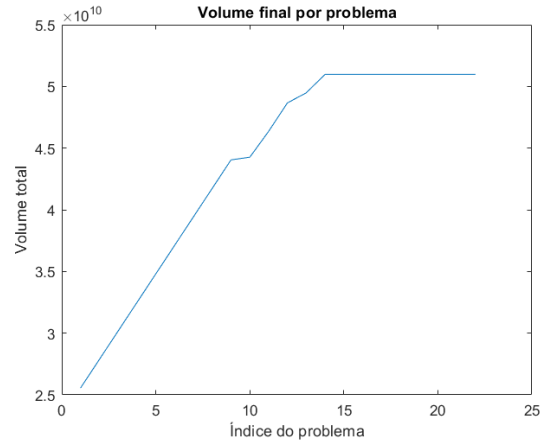


Fig. 8: Volume total das usinas ao final da otimização

medida que as soluções começam a armazenar mais água nos reservatórios, até a solução 13 chegar no vertimento zero, ou seja, onde não há desperdício de água. Entretanto, a medida que o nível dos reservatórios satura e o algoritmo obriga a aumentar o custo de geração, esse vertimento volta a subir.

Como em todo problema de otimização multiobjetivo, não é possível encontrar um valor ótimo que atenda ambos critérios, pelo fato de serem objetivos geralmente antagônicos. Desta forma, como é mostrado na figura 6 e foi descrito anteriormente, a resolução do problema gerou um conjunto de soluções factíveis que priorizam um critério em razão do outro. Assim, quando se trabalha com um problema multiobjetivo, se torna necessário fazer uma escolha, de qual solução dentre todas as encontradas atende melhor as necessidades. Encontrar a solução que melhor atenda as demandas é muito desafiador, se tornando ainda pior quanto maior for o número de soluções disponíveis, e chegando, em certos momentos, a ser totalmente inviável se fazer uma escolha manual. É neste contexto que surge a necessidade de se utilizar os métodos de tomada de decisão[2]. Existem uma vasta gama de métodos para a tomada de decisão, e nesse trabalho iremos abordar dois deles, o Analytic Hierarchy Process (AHP) e o Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations II (PROMETHEE II).

O método AHP é muito utilizado na literatura por se tratar de uma forma intuitiva em se quantificar as preferências. Neste método o implementador a partir de julgamentos subjetivos, elucida as preferências, levando em consideração a importância relativa de cada um dos fatores sob análise[3]. Desta forma, seguindo os conceitos aprendidos na disciplina, foi decidido que o AHP seria utilizado para se definir os pesos dos critérios que seriam utilizados no método do PROMETHEE. Os pesos obtidos pelo método estão mostrados na tabela II, sendo o objetivo do custo tendo uma moderada importância em relação ao nível do reservatório.

O PROMETHEE é um método de relações de subordinação que faz uma pré-ordem das soluções de acordo com as preferências parametrizadas pelo implementador. Pelo fato do PROMETHEE I gerar algumas alternativas

	Custo	Nível Reservatório
Custo	1	3
Nível Reservatório	1/3	1

TABLE II: Pesos definidos pelo AHP

incomparáveis, este criava uma pré-ordem parcial. Desta forma procurou-se atualizar o algoritmo para que uma pré-ordem completa fosse gerada, eliminando a possibilidade de alternativas incomparáveis, criando o PROMETHEE II.

Além do custo e do nível do reservatório, um outro critério chegou a ser analisado, que seria o de priorizar as soluções com o maior nível mínimo de reservatório. Porém uma característica da instância impossibilitou que esse critério fosse utilizado. As usinas de Camargos e Itutinga ficam muito próximas, de forma que não existe afluência natural entre as duas, ou seja, toda a água que chega em Itutinga é proveniente de Camargos. Para garantir a afluência mínima do rio a jusante de Itutinga, era preciso que Camargos despachasse um volume considerável de água em todos os períodos. Por conta disso, nos meses de seca o volume de Camargos cai para aproximadamente 15% em todos os problemas, como mostra a tabela III.

Sol.	Volume	Sol.	Volume	Sol.	Volume	Sol.	Volume
1	14.47	7	14.47	13	15.15	19	14.47
2	14.47	8	14.47	14	14.47	20	14.47
3	15.15	9	14.47	15	14.47	21	14.47
4	15.15	10	14.47	16	14.47	22	14.47
5	14.47	11	14.47	17	14.47		
6	14.47	12	14.47	18	14.47		

TABLE III: Volumes mínimos por otimização (%)

Todos os pontos encontrados na fronteira pareto da figura 6, são soluções candidatas a serem utilizadas pelo decisor e estão listadas com os valores na tabela IV.

Solução	Custo	Nível Reservatório
1	1,7405E+11	-2,5560E+10
2	1,7405E+11	-2,7871E+10
3	1,7405E+11	-3,0181E+10
4	1,7405E+11	-3,2492E+10
5	1,7405E+11	-3,4802E+10
6	1,7944E+11	-3,7113E+10
7	1,9455E+11	-3,9423E+10
8	2,1888E+11	-4,1734E+10
9	2,4595E+11	-4,4044E+10
10	2,4875E+11	-4,4262E+10
11	2,7687E+11	-4,6355E+10
12	3,1012E+11	-4,8665E+10
13	3,2345E+11	-4,9478E+10
14	3,9717E+11	-5,0976E+10
15	4,7084E+11	-5,0976E+10
16	5,4542E+11	-5,0976E+10
17	6,2225E+11	-5,0976E+10
18	6,9661E+11	-5,0976E+10
19	7,6364E+11	-5,0976E+10
20	8,4482E+11	-5,0976E+10
21	8,9547E+11	-5,0976E+10
22	9,9575E+11	-5,0976E+10

TABLE IV: Conjunto de todas soluções candidatas.

Na tabela IV é possível perceber que temos soluções

dominadas basicamente nos dois extremos do pareto. Neste caso se torna recomendável que essas sejam eliminadas, pois como existem soluções necessariamente melhores, não faz sentido a existência a análise delas. Sendo assim, com a aplicação do método da ϵ -Dominância, para o valor de ϵ igual a zero, sobraram as soluções listadas na tabela V.

Solução	Custo	Nível Reservatório
1	1,7405E+11	-3,4802E+10
2	1,7944E+11	-3,7113E+10
3	1,9455E+11	-3,9423E+10
4	2,1888E+11	-4,1734E+10
5	2,4595E+11	-4,4044E+10
6	2,4875E+11	-4,4262E+10
7	2,7687E+11	-4,6355E+10
8	3,1012E+11	-4,8665E+10
9	3,2345E+11	-4,9478E+10
10	3,9717E+11	-5,0976E+10

TABLE V: Conjunto das soluções não dominadas.

Com todos valores das soluções não dominadas disponíveis e com os pesos para cada critérios definidos pelo AHP, foi então possível rodar o algoritmo de tomada de decisão PROMETHEE II. Para o grau de preferência do tomador de decisão em todos critérios, foi utilizada a função de preferência linear mostrada na figura 9 com o valor de $p = 4,0 \times 10^{10}$. Esse valor foi obtido através de análise empírica dos resultados.

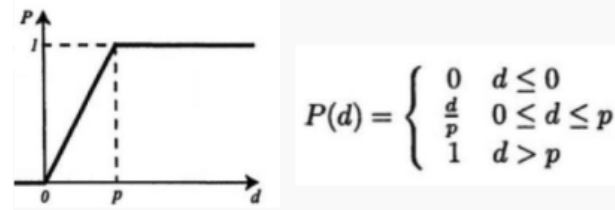


Fig. 9: Função de preferência linear

Com a execução a pré-ordem obtida, indicando do melhor para o pior, está mostrado na figura 10. Vale ressaltar que os números das solução mostradas na pré-ordem são os mesmos da tabela V, sendo a solução nove da relação das dominadas, representando a solução treze do conjunto das soluções factíveis não dominadas.



Fig. 10: Pré-Ordem obtida pela execução do PROMETHEE.

A melhor solução encontrada é condizente com o esperado se imaginando o problema e os pesos definidos para cada critério, entretanto algo que não era esperado mas que foi uma curiosa e excelente constatação é que a solução tida como a melhor, é a única que possui segundo a tabela I, o vertimento igual a zero, logo a que não joga nenhuma água fora.

VI. CONCLUSÃO

Na visão da dupla o trabalho desenvolvido cumpriu o esperado em exercitar os conceitos lecionados na disciplina,

sendo necessário realizar todos os passos para se resolver um problema multiobjetivo.

A maior dificuldade do trabalho, que tinha um tema livre, foi conseguir modelar o problema de maneira correta e conseguir os dados para que se pudesse rodar os algoritmos e encontrar resultados, por isso o seminário da disciplina se mostrou altamente importante, pois foi nesse ponto que pudemos ter uma ideia se o problema era realmente factível e quais pontos precisariam ser melhorados. Uma outra dificuldade que tivemos foi com relação ao solver de problemas lineares. O solver padrão do Matlat[®], a escolha inicial para utilização, não conseguiu resolver o que foi modelado, gerando erros e até mesmo resultados inconsistentes, logo tivemos que pesquisar alternativas, e foi nesse ponto que decidimos pelo Gurobi[®], conforme foi descrito neste trabalho. Como o problema linear escolhido era resolvido rapidamente, não foi preciso abrir mão da otimalidade, sendo obtida realmente uma fronteira Pareto ótima para o problema, e por isso não foi preciso medir a qualidade do conjunto solução obtido.

No desenvolvimento deste trabalho percebemos que em um mundo onde cada vez se têm mais informações, os métodos de tomada de decisão são extremamente importantes, pois com eles as escolhas são feitas de maneira mais correta, restringindo a subjetividade até um ponto, deixando que o resto seja resolvido através de cálculos matemáticos.

Para este trabalho em questão, foi analisado apenas uma vertente biobjetivo do problema, entretanto sabe-se que várias outras variáveis e objetivos podem fazer parte de um problema real como o descrito. Logo é possível para trabalhos futuros explorar outras questões nesse problema.

REFERENCES

- [1] Guedes, Lucas S. M.; LISBOA, A. C.; VIEIRA, D. A. G.; MONTE-RANI, G.; BRAGA, H. N.; CARVALHO, A. C.; SANTOS, R. N.; MENDES, J. R. . Otimização Multiobjetivo de Usinas Hidrelétricas em Cascata. In: Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2013, Brasília. XXII SNPTEE, 2013. p. 1-5.
- [2] Briozo, Rodrigo Amancio, and Marcel Andreotti Musetti. "Método multicritério de tomada de decisão: aplicação ao caso da localização espacial de uma Unidade de Pronto Atendimento–UPA 24 h." *Gestão E Produção* 22.4 (2015): 805-819.
- [3] Saaty, Thomas L. "Decision making with the analytic hierarchy process." *International journal of services sciences* 1.1 (2008): 83-98.
- [4] Software HydroData XP, disponível em <https://hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>