Modelo M/M/1 com Capacidade

Modelo M/M/1 com Capacidade

- Modelo M/M/1/GD/c/∞ (ou M/M/1/c)
- Limitado a c clientes
- Em que casos essa condição Limitado à c clientes pode ser aplicada?

Modelo M/M/1/c

- Exemplo: Em um drive-through com 1 atendente 10 carros chegam por hora. Assumir que o tempo médio de serviço por cliente é de 4 minutos e tanto o tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento seguem distribuições exponenciais
  - Supondo que haja uma promoção: uma promoção faz com que haja um aumento de 20% nas chegadas de clientes!

Modelo MM1c

- Exemplo: Em um drive-through com 1 atendente **12** carros chegam por hora. Assumir que o tempo médio de serviço por cliente é de 4 minutos e tanto o tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento seguem distribuição exponenciais.

  A)Qual a probabilidade do servidor estar ocioso?

Modelo M/M/1/c

- Sabendo que o modelo de filas segue M/M/1/GD/∞/∞, que a taxa de chegadas é de **λ = 12** carros por hora e de atendimento é de **μ = 15** carros por hora e que $\rho = \lambda/\mu = 12/15 = 0{,}8$. Como $\rho < 1$ existe estado estacionário e pode-se empregar as equações.

$$\pi_0 = (1 - \rho) = (1 - 0{,}8) = 0{,}2$$

Modelo M/M/1/c

- Exemplo: Em um drive-through com 1 atendente **12** carros chegam por hora. Assumir que o tempo médio de serviço por cliente é de 4 minutos e tanto o tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento seguem distribuição exponenciais.

Em média qual o tamanho da fila?

$$Lq = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(0,8)^2}{1-(0,8)} = \frac{(0,64)}{(0,2)} = 3,2$$

Modelo M/M/1/c

- Exemplo: Em um drive-through com 1 atendente **12** carros chegam por hora. Assumir que o tempo médio de serviço por cliente é de 4 minutos e tanto o tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento seguem distribuição exponenciais.

Em média quanto tempo um carro gasta no sistema?

$L = \lambda W \rightarrow W = L/\lambda$

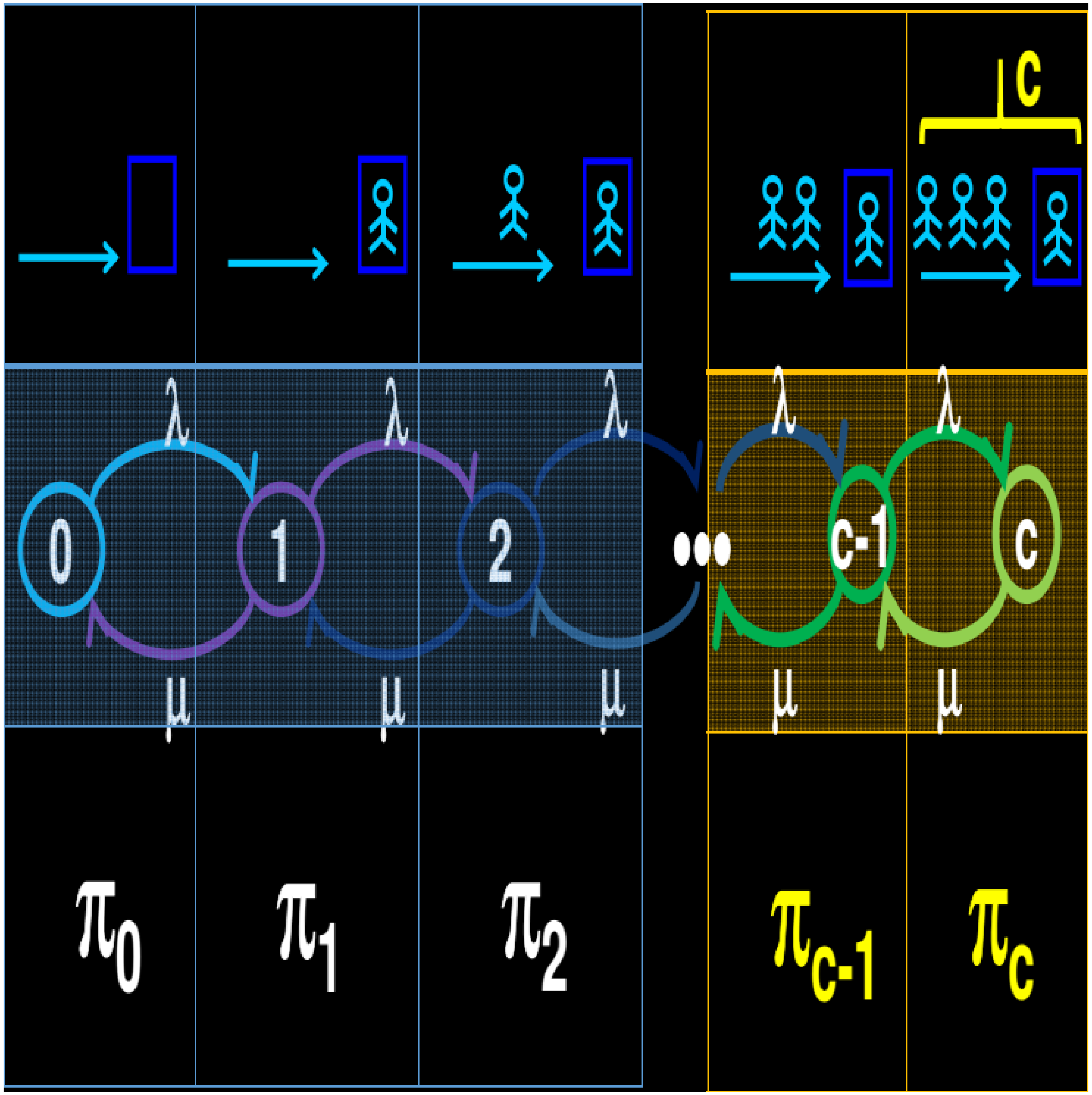
$$L = \frac{\rho}{(1-\rho)} = \frac{0,8}{(1-0,8)} = 4$$

W = 4/12 = 1/3 hora = 20 minutos

Modelo M/M/1/c

- Exemplo: Em um drive-through com 1 atendente 10 carros chegam por hora. Assumir que o tempo médio de serviço por cliente é de 4 minutos e tanto o tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento seguem distribuição exponenciais
  - Supondo que haja uma promoção: uma promoção faz com que haja um aumento de 500%, isto é, 60 carros passam a chegar por hora.
  - Neste caso temos que $\rho = \lambda/\mu = 60/15 = 4$. Isto significa que o sistema não atingirá um estado estacionário e não poderemos aplicar as equações de estado estacionário. Portanto será necessário limitar a quantidade de clientes no sistema (c).

Modelo de Fila M/M/1/GD/c/∞



Modelo de Fila M/M/1/GD/c/∞

Neste modelo $\lambda\pi_c$ chegadas irão encontrar o sistema com capacidade plena e serão portanto dispensadas. Desta forma teremos uma média correspondente a $(\lambda - \lambda\pi_{c})$ de entradas no sistema.

- Métricas:

$$W = L/(\lambda(1 - \pi_c))$$

$$L_s = L - L_q$$

$$W_q = L_q/(\lambda(1 - \pi_c))$$

$$\pi_0 = (1-\rho)/(1-\rho^{c+1})$$

$$\pi_j = \rho^j \pi_0,\ j=1,2,...c$$

Modelo M/M/1/c

- Métricas considerando a limitação da quantidade de clientes no sistema:

$$L = \frac{\rho[1-(c+1)\rho^{c} + c\rho^{c+1}]}{(1-\rho^{c+1})(1-\rho)}$$

$$Ls = 1 - \pi_0$$

Modelo M/M/1/c

- Sabendo que o modelo de filas segue M/M/1/GD/c/∞, que a taxa de chegadas é de $\lambda = 60$ carros por hora e de atendimento é de $\mu = 15$ carros por hora e que $\rho = \lambda/\mu = 60/15 = 4$. Apesar de $\rho \geq 1$ existe estado estacionário e pode-se empregar as equações. Suponha $c=10$.
  - Na média quantos clientes são atendidos por hora?

Modelo M/M/1/c

- Uma fração de π_{10} da chegada de clientes irá encontrar o sistema cheio por hora e não entra. Então, uma média de $\lambda(1-\pi_{10})$ clientes entra por hora.

$$\pi_0 = (1-\rho)/(1-\rho^{c+1}) = (1-4)/(1-4^{11})$$

$$\pi_j = \rho^j\pi_0 \rightarrow \pi_{10} = 4^{10}(1-4)/(1-4^{11}) = 0{,}75$$

Modelo M/M/1/c

- Uma média de 60(1 – 3/4) = 15 clientes por hora irão conseguir entrar no sistema. Isto significa que uma média de 60 – 15 = 45 clientes por hora não irão entrar no salão.

Modelo M/M/1/c

- Sabendo que o modelo de filas segue M/M/1/GD/c/∞, que a taxa de chegadas é de $\lambda = 60$ carros por hora e de atendimento é de $\mu = 15$ carros por hora e que $\rho = \lambda/\mu = 60/15 = 4$. Apesar de $\rho \geq 1$ existe estado estacionário e pode-se empregar as equações. Suponha c=10.
  - Na média, quanto tempo será gasto no salão por um cliente que consegue entrar?

Modelo M/M/1/c

$$L = \frac{\rho[1-(c+1)\rho^{c} + c\rho^{c+1}]}{(1-\rho^{c+1})(1-\rho)} = \frac{4[1-11(4^{10})+10(4^{11})]}{(1-4^{11})(1-4)} = 9{,}67 \text{ clientes}$$

$$W = \frac{L}{\lambda(1-\pi_c)} = \frac{9{,}67}{20(1-3/4)} = 1{,}93 \text{ horas}$$