Solução numérica de equações diferenciais ordinárias

MÉTODO DE EULER PARA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Equação diferencial de primeira ordem

$$y' = f(x, y)$$

f é uma função de duas variáveis

y é uma função da variável x

Solução para esse tipo de equação

Encontrar uma função ,

$$y = y(x)$$

tal que

$$y'(x) = f(x, y(x))$$

Exemplo fácil

Equação:

$$y' = y$$

Solução:

$$y(x) = Ce^x$$

Uma condição inicial é importante

Equação:

$$\begin{cases} y' = y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Solução:

$$y = 1.e^x$$

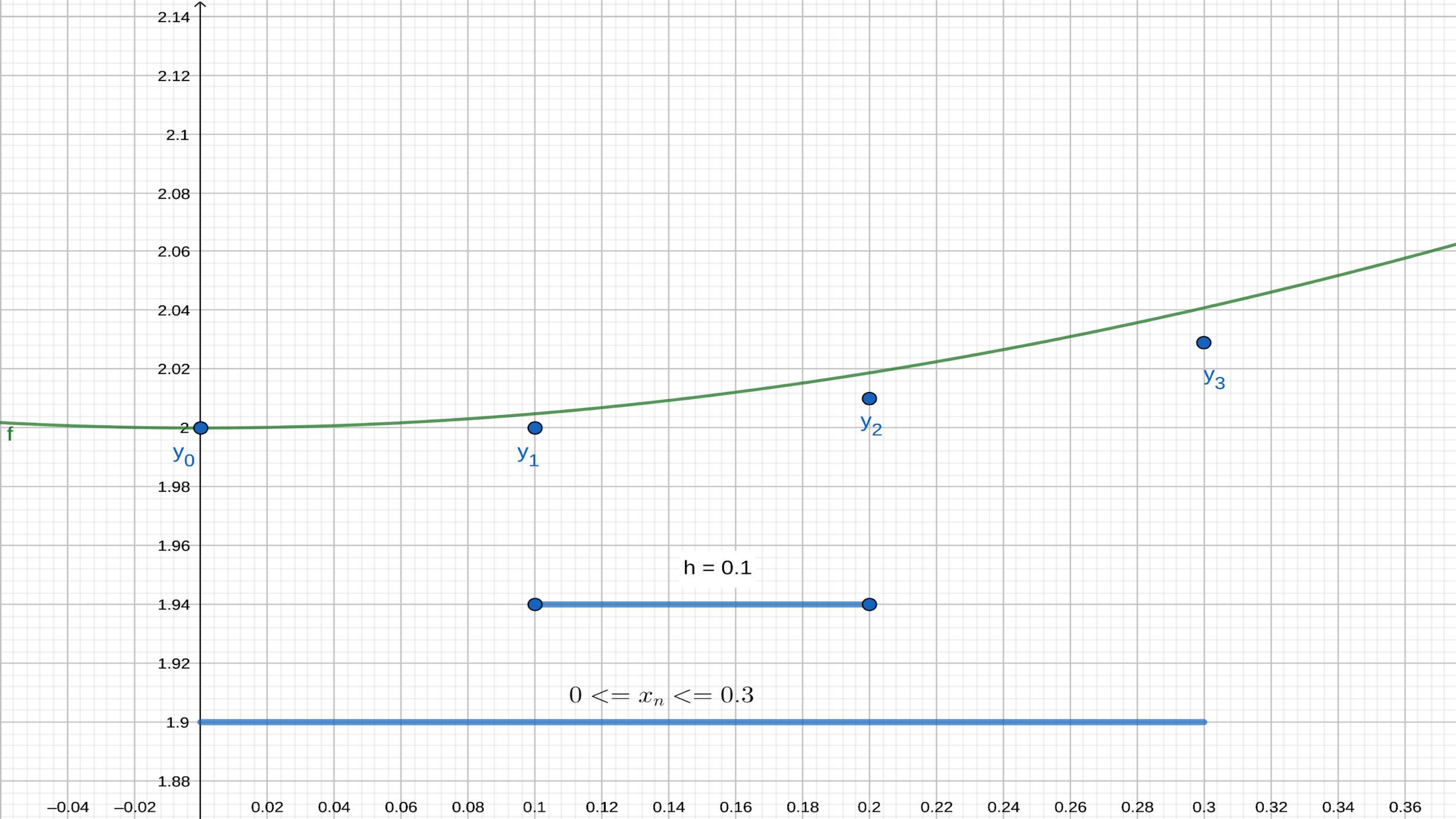
Problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Solução numérica

Usando um método numérico, não vamos encontrar a função $y(x)$ diretamente

Ao invés disso, vamos encontrar uma série de pontos que aproximam essa função em um intervalo



h = 0.1
$0 <= x_n <= 0.3$
y_0
y_1
y_2
y_3
f

Exemplo não-fácil

$$\begin{cases} y' = -y + x + 2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$0 \leq x \leq 0.3$$
$$h = 0.1$$

Método de Euler

y_n é a estimativa para $y(x_n)$

$$f_n = f(x_n, y_n)$$

$$y_{n+1} = y_n + hf_n$$

Solução do exemplo

x_n	y_n
0	2
0.1	2
0.2	2.01
0.3	2.029

Exercício

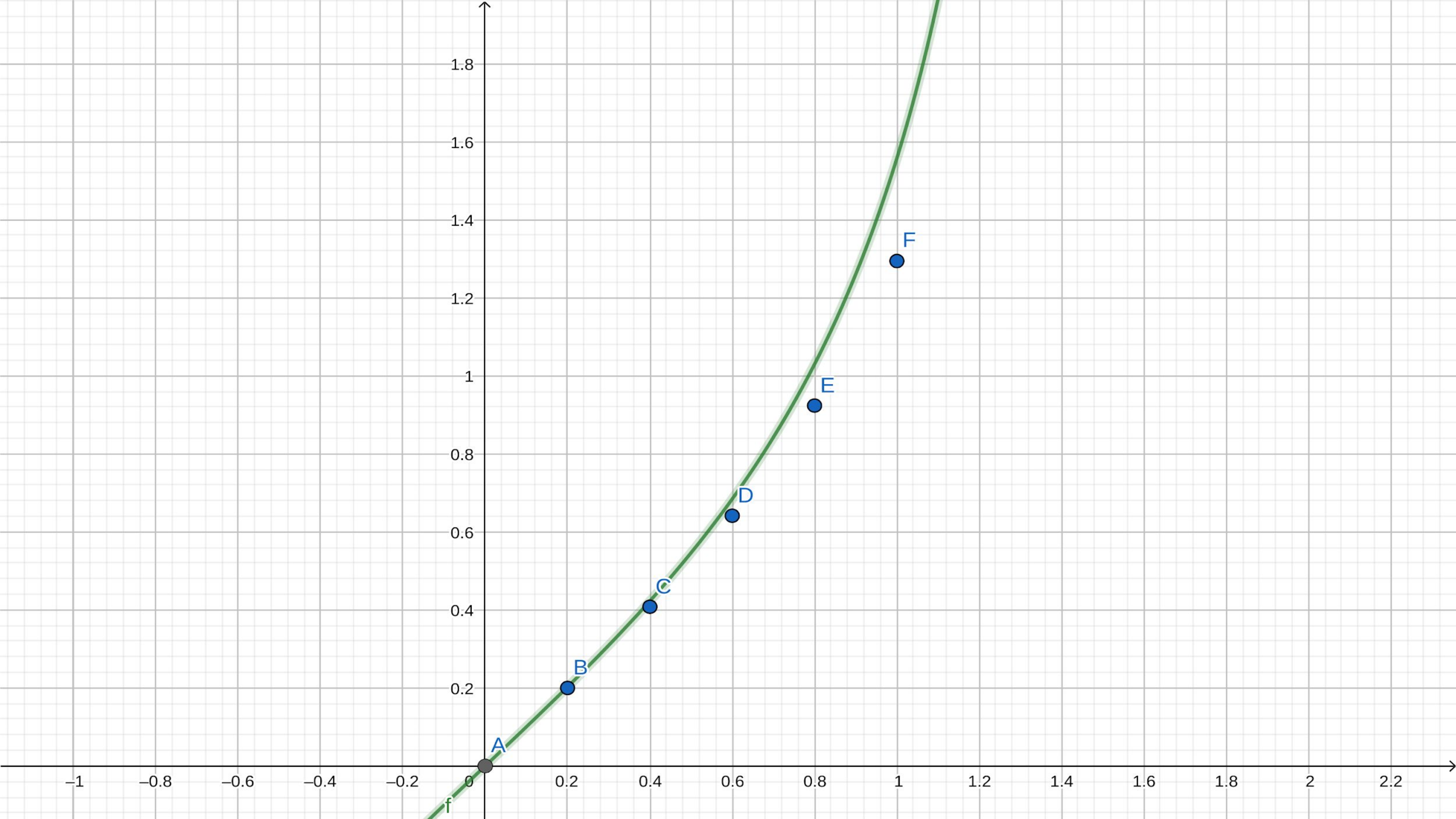
$$\begin{cases} y' = y^2 + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$h = 0.2$$

Solução do exercício

x_n	y_n
0	0
0.2	0.2
0.4	0.408
0.6	0.6412928
0.8	0.9235441
1	1.2941308


A
B
C
D
E
F
f
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
−1
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
2.2