Questionário 8

Princípios de Comunicação

Autoria	**Matrícula**
Pedro Henrique Dornelas Almeida	18/0108140

Engenharia de Redes de Comunicação
Universidade de Brasília

12 de abril de 2021

Questão 1

A estrutura mostrada na Figura 1 é utilizada para gerar um sinal modulado em FM do tipo banda larga a partir de um sinal FM banda estreita.

O sinal modulante possui largura de banda de 15 kHz e o sinal FM banda estreita, por questões de controle de distorção, possui razão de desvio $\beta = 0,1$ e é gerado utilizando-se uma portadora de frequência quiescente de $f_0 = 100kHz$. O sinal FM do tipo banda larga possui frequência quiescente de $f_c = 104MHz$ e desvio de frequência $\Delta f = 75kHz$.

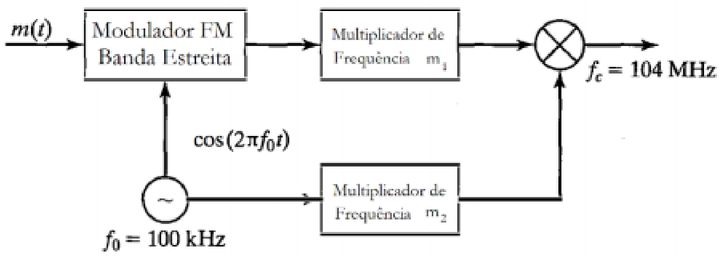

Figura 1. Modulador FM Banda Larga.

(a) (1,00) Determine, justificando, o valor do fator multiplicador de frequência m_1;

Resolução:

Neste momento, é necessário notar que:

$$f_2 = 100kHz = f_0$$

$$\Delta f_2 = \beta \cdot B_m = 1,5kHz$$

$$f_3 = m_1 f_2 = 5MHz$$

$$\Delta f_3 = m_1 \cdot \Delta f_2$$

$$f_4 = m_2 \cdot f_0$$

$$f_5 = \begin{cases} |f_3 - f_4| \\ f_3 + f_4 \end{cases}$$

$$\Delta f_5 = \Delta f_3$$

$$\Delta f_5 = 75kHz$$
$$m_1 \cdot \Delta f_2 = 75kHz$$
$$m_1 = \frac{75kHz}{1,5kHz} = 50$$

(b) (1,50) Determine, justificando, o valor do fator multiplicador de frequência m_2;

Resolução:
1ª Possibilidade:

$$f_5 = f_3 + f_4$$
$$f_4 = f_5 - f_3$$
$$m_2 = \frac{f_5 - f_3}{f_0} = \frac{104M - 5M}{100k} = 990$$

2ª Possibilidade:

$$f_5 = f_3 - f_4$$
$$f_4 = f_5 - f_3$$
$$m_2 = \frac{f_3 - f_5}{f_0} < 0$$

Logo, esta não é uma possibilidade válida.
3ª Possibilidade:

$$f_5 = f_4 - f_3$$
$$f_4 = f_5 + f_3$$
$$m_2 = \frac{f_5 + f_3}{f_0} = \frac{104M + 5M}{100k} = 1090$$

Portanto, existem 2 valores possíveis para m_2 que podem satisfazer o sistema.

(c) (1,00) Por questões de estabilidade dos osciladores utilizados, considere que a portadora modulada em FM banda larga tolera um erro de frequência de ±2 Hz em sua frequência quiescente. Qual o máximo erro de frequência que o oscilador local de 100 kHz pode introduzir no sinal modulado em banda estreita?

Resolução:
Pode-se realizar para cada uma das possibilidades.
1ª Possibilidade($m_2 = 990$):

$$f_5 = f_4 + f_3$$

$$f_5 = m_2 f_0 + m_1 f_0 = f_0(m_1 + m_2)$$

$$f_0 = \frac{\pm 2}{m_1 + m_2} = \frac{\pm 2}{1040} = \pm 0,001923076$$

2ª Possibilidade($m_2 = 1090$):

$$f_5 = f_0(m_2 - m_1)$$

$$f_0 = \frac{f_5}{m_2 - m_1}$$

$$f_0 = \frac{\pm 2}{m_2 - m_1} = \frac{\pm 2}{1040} = \pm 0,001923976$$

Logo, conclui-se que o máximo erro de frequência introduzido pelo oscilador têm de ter igual a $\pm 0,001923976$.

Questão 2

Considere a transmissão de um sinal de informação $m(t)$ por um canal de comunicação em banda base. O sinal mensagem $m(t)$ para a aplicação em questão pode ser modelado por meio de:

$$m(t) = A_1 cos(2\pi f_1 t) + A_2 cos(2\pi f_2 t) \tag{1}$$

O sinal mensagem é corrompido por ruído do tipo branco gaussiano $n(t)$ de densidade espectral de potência $S_n(f) = \frac{N_0}{2} W/H$. A degradação é do tipo aditiva, o que resulta em um sinal, na entrada do sistema de recepção, dado pela expressão $r(t) = m(t) + n(t)$.

Finalmente, o sinal corrompido por ruído é injetado em um filtro do tipo passa-baixas real, modelado como um circuito do tipo RC com constante de tempo dada por $\tau = RC$ s.

Para a situação apresentada, determine, com expressões na forma a mais simplificada possível:

(a) (1,25) A potência de sinal (mensagem) disponível na saída do filtro passa-baixas;

Resolução:

Para encontrar a potência do sinal mensagem é necessário fazer:

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} |m(t)|^2 dt$$

Então, como m(t) é puramente real:

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} m^2(t) dt$$

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} (A_1^2 cos^2(2\pi f_1 t) + 2A_1A_2 cos(2\pi f_1 t) cos(2\pi f_2 t) + A_2^2 cos^2(2\pi f_2 t)) dt$$

Note que o termo do meio, como o numerador é limitado, e que o denominador quando o limite for passado tenderá para o infinito, logo, esse termo convergirá para zero, restando apenas:

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} (A_1^2 cos^2(2\pi f_1 t) + A_2^2 cos^2(2\pi f_2 t)) dt$$

Assim, podemos usar a relação $cos^2(x) = \frac{1+cos(2x)}{2}$:

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Big(\frac{A_1^2}{2}(1 + cos(4\pi f_1 t)) + \frac{A_2^2}{2}(1 + cos(4\pi f_2 t)) \Big) dt$$

Utilizando o mesmo argumento, os termos que contém cossenos serão zerados quando o limite for aplicado, assim, restaremos com:

$$P_s = \frac{A_1^2}{2} \lim_{T\to\infty} \frac{\frac{T}{2} + \frac{T}{2}}{T} + \frac{A_2^2}{2} \lim_{T\to\infty} \frac{\frac{T}{2} + \frac{T}{2}}{T}$$

$$P_s = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2}$$

(b) (2,25) A potência de ruído disponível na saída do filtro passa-baixas;

Resolução:

Para este cálculo é preciso fazer:

$$P_n = \int_{-B_m}^{B_m} S_n(f) |H(f)|^2 df$$

$$P_n = \int_{-B_m}^{B_m} \frac{\mathcal{N}_0}{2} \cdot \frac{1}{1 + (2\pi f \tau)^2} df$$

$$P_n = \frac{\mathcal{N}_0}{2} \cdot \frac{arctan(2\pi B_m \tau)}{\pi \tau}$$

(c) (3,00) A razão sinal-ruído (SNR), em dB, na saída do filtro passa-baixas, considerando que a escolha do valor da constante de tempo RC deve ser tal que, se possível, maximize o valor da SNR. Do contrário, justifique tal impossibilidade. *Utilize, para a solução do presente item, as relações* $A_1 = A_2$ *e* $f_2 = 2f_1$.

Resolução:
Para encontrar a SNR é necessário fazer:

$$SNR = \frac{P_s}{P_n}$$

$$SNR = \frac{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2}}{\frac{\mathcal{N}_0}{2} \cdot \frac{arctan(2\pi B_m \tau)}{\pi\tau}}$$

$$SNR = \frac{A_1^2 2\pi}{\mathcal{N}_0} \cdot \frac{\tau}{arctan(2\pi B_m \tau)}$$

Em dB:

$$SNR_{dB} = 20\Big(log(A_1^2) + log(2\pi) + log(\tau) - log(\mathcal{N}_0) - log(arctan(2\pi B_m \tau))\Big)$$

Para encontrar a possibilidade com a maior SNR possível foi feito:

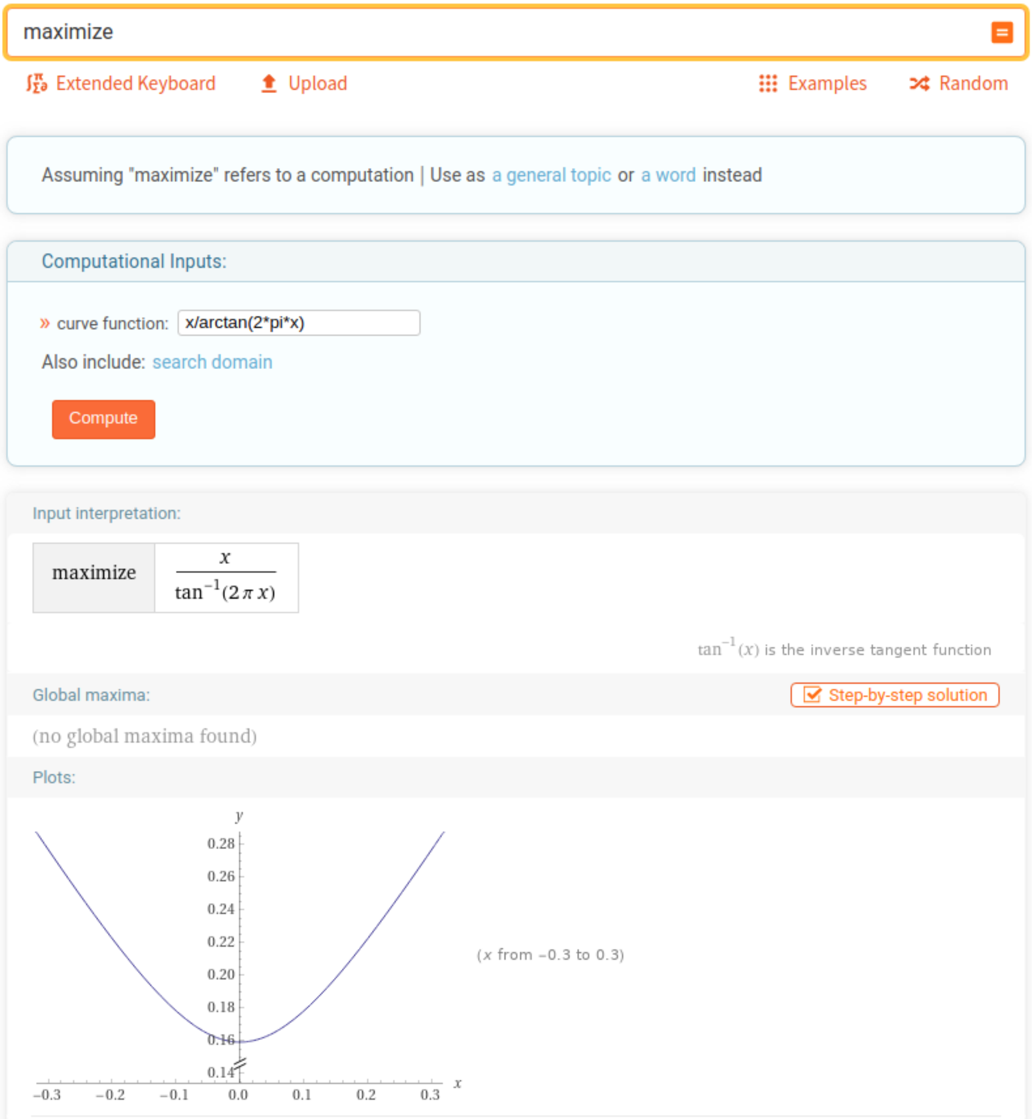

Figura 2

E assim pôde-se observar que não é possível encontrar uma valor máximo, e que quanto maior o τ melhor será a relação sinal ruído, porém, não é possível encontrar um valor máximo, pois a SNR vai para infinito com esse aumento de τ.

O link para o cálculo é:

https://www.wolframalpha.com/input/?i=maximize&assumption=%7B%22C%22%2C+%22maximize%22%7D+-%3E+%7B%22Calculator%22%7D&assumption=%7B%22F%22%2C+%22GlobalMaximizeCalculator%22%2C+%22curvefunction%22%7D+-%3E%22x%2Farctan%282*pi*x%29%22