Prova 1 - Parte 2

Pedro Henrique Damulas Almeida
180108140

1) a) $C = MS$, em que M é quantas vezes o sistema será replicado e S o número de canais disponíveis no sistema, logo:

$$M = \frac{2100}{6 \cdot 7} = 50 \qquad S = 1001$$

$$C = 50 \cdot 1001 = 50050$$

b) Para $N=4$, M será:

$$M = \frac{2100}{6 \cdot 4} = 87{,}5$$

c) A capacidade do sistema para $N=4$ então fica:

$$C = MS = 87{,}5 \cdot 1001 = 87.587{,}5 \Rightarrow 87587$$

d) Note que uma diminuição do cluster faz com que a capacidade do sistema aumente, pois para cobrir a mesma área mantendo a área de uma célula constante é necessário repetir mais vezes o cluster para cobrir toda a região, isto faz com que os canais sejam repetidos mais vezes, portanto, se temos células com mais canais sendo replicados, C é maior.

2) a) O número total de canais disponíveis pode ser dado por:

$$S = \frac{30MHz}{2 \cdot 25KHz} = 600 \text{ canais disponíveis.}$$

b) O número de canais de controle:

$$\frac{1\ MHz}{2 \cdot 25KHz} = 20 \text{ canais de controle}$$

c) O número de canais de voz:

$$\frac{29\ MHz}{2 \cdot 25\ kHz} = 580 \text{ canais de voz}$$

Por célula temos:

$$\frac{580}{9} = 64{,}44$$

Podemos dividir da seguinte maneira

- 5 células com 64 canais
- 4 células com 65 canais.

3) a) Para calcular a S/I no pior caso, podemos utilizar a expressão derivada da eq. 3.8, considerando o expoente de perda $n = 4$:

$$\frac{S}{I} = \frac{1}{2(Q-1)^{-4} + 2(Q+1)^{-4} + 2(Q)^{-4}}$$

Temos: $Q = \sqrt{3N} = \sqrt{3 \cdot 7} = 4{,}58$

$$\frac{S}{I} = \frac{1}{2(4{,}58-1)^{-4} + 2(4{,}58+1)^{-4} + 2(4{,}58)^{-4}}$$

$$\frac{S}{I} = 53{,}23 \rightarrow \left.\frac{S}{I}\right|_{dB} = 17{,}26\ dB$$

b) Não é aceitável, visto que o mínimo exigido foi uma S/I de 18dB, logo, não atinge o mínimo. Uma melhor escolha seria $N = 9$, pois assim a interferência de co-canal seria menor, fazendo a S/I para este caso teríamos:

$$Q = \sqrt{3 \cdot 9} = 5{,}19$$

$$\frac{S}{I} = 94{,}77 \qquad \left.\frac{S}{I}\right|_{dB} = 19{,}76\ dB.$$

Atingindo o mínimo exigido.

4) a) Cada célula pode usar $K = \frac{416-21}{9} \approx 43$ canais de voz. Assim, podemos descobrir qual o tráfego total por célula por meio de uma interpolação na tabela Erlang B e sabendo que $P = 0{,}02$:

$$\frac{43-40}{70-40} = \frac{A-31}{59{,}13-31} \rightarrow A = 33{,}813 \text{ Erlangs}$$

Neste momento, pode-se encontrar a quantidade de chamadas por célula (N_c), dividindo o ~~trat~~ tráfego total na célula pelo tráfego de uma chamada:

$$180/3600 = 0{,}05 \text{ Erlangs}$$

$$N_c = \frac{33{,}813}{0{,}05} \approx 676 \text{ chamadas}$$

b) A relação S/I de células de co-canal para a primeira camada ($i_0 = 6$), expoente de perda de caminho $n = 4$, podemos fazer:

$$\frac{S}{I} = \frac{(\sqrt{3N})^4}{6} = \frac{729}{6} = 121{,}5$$

$$\left.\frac{S}{I}\right|_{dB} = 20{,}84 \text{ dB}$$

5) a) A carga de tráfego oferecido pode ser encontrada por meio da tabela Erlang B fazendo uma interpolação. Como $P = 2/100 = 2\%$:

$$\frac{50-40}{70-40} = \frac{A-31}{59{,}13-31} \rightarrow A = 40{,}37 \text{ Erlangs}$$

b) A carga de tráfego transportada pode ser dada pela relação entre o tráfego oferecido e sua probabilidade da chamada se completar $(1-P)$, em que P é a probabilidade da chamada ser bloqueada, assim:

$$C = A(1-P)$$

$$C = 40{,}37(1-0{,}02) = 39{,}56 \text{ Erlangs}$$

c) O número máximo de usuários servidos pode ser dado dividindo o tráfego total (A) pelo tráfego ~~gerat~~ por usuário (A_U). Para descobrir A_U:

$$A_U = \lambda h \qquad \lambda: \text{taxa média de chamadas p/ usuário}$$
$$h: \text{tempo médio de chamada}$$

$$A_U = \frac{1,2}{3600} \cdot 120 = 0,04 \text{ Erlangs}$$

Agora, podemos achar a quantidade máxima de usuários servidos (U) por célula:

$$U = \frac{A}{A_U} = \frac{40,37}{0,04} \cong 1009$$

d) Para este item, devemos utilizar a fórmula de Erlang C para determinar a probabilidade de uma chamada não ter acesso imediato ao canal ($P_r[\text{atraso} > 0]$). Após isso, utilizaremos a seguinte relação para encontrar a probabilidade de uma chamada atrasada esperar mais que 10 segundos:

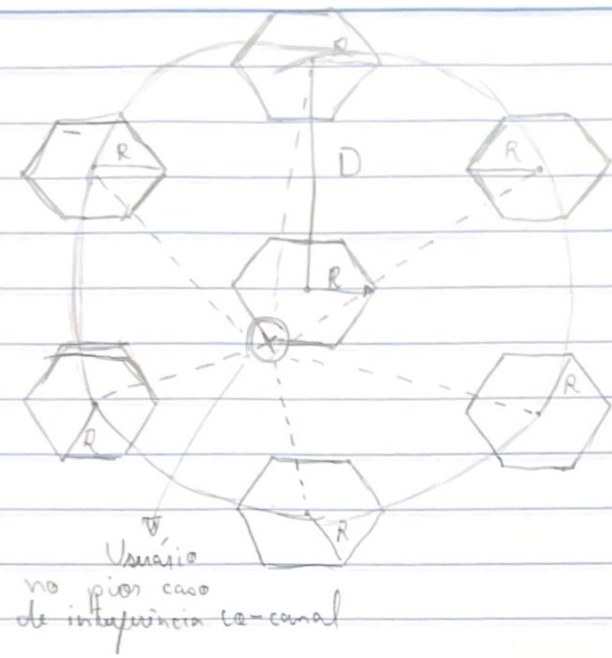
$$P_r[\text{atraso} > t] = P_r[\text{atraso} > 0] \cdot e^{\frac{-(C-A)t}{H}}$$

Em que C é a quantidade de canais, A é a quantidade de tráfego total em Erlangs e H o tempo médio de duração de uma chamada, fiz um programa para calcular estas probabilidades (anexado ao final):

$$P_r[\text{atraso} > 0] = 0,098 = 9,8\%$$

$$P_r[\text{atraso} > 10] = 0,044 = 4,4\%$$

3) a)



```python
import math
from cmath import exp, log10

def factorial(x):
    return math.factorial(x)

def pow(x,y):
    return math.pow(x,y)

def somatorio(a,c):
    soma = 0
    for k in range(c):
        soma = soma + (pow(a,k)/factorial(k))
    return soma

a = float(input("A(Erlangs) = "))
c = int(input("C(canais) = "))
h = float(input("H(hold time) = "))
t = float(input("t(time) = "))

pr0 = pow(a,c) / (pow(a,c) + (factorial(c)*(1-(a/c))*somatorio(a,c)))

prt = pr0*exp(( (-(c-a)) * t) / h)

print("Pr[atraso > 0] = " + str(pr0))
print("Pr[atraso > " + str(t) + "] = " + str(prt))
```

Table 10.3 Erlang B Table

	Capacity (Erlangs) for Grade of Service of				
Number of Servers (N)	**$P = 0.02$ (1/50)**	**$P = 0.01$ (1/100)**	**$P = 0.005$ (1/200)**	**$P = 0.002$ (1/500)**	**$P = 0.001$ (1/1000)**
1	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
4	1.09	0.87	0.7	0.53	0.43
5	1.66	1.36	1.13	0.9	0.76
10	5.08	4.46	3.96	3.43	3.09
20	13.19	12.03	11.10	10.07	9.41
24	16.64	15.27	14.21	13.01	12.24
40	31.0	29.0	27.3	25.7	24.5
70	59.13	56.1	53.7	51.0	49.2
100	87.97	84.1	80.9	77.4	75.2