Questionário 7

Princípios de Comunicação

Autoria	Matrícula
Pedro Henrique Dornelas Almeida	18/0108140

Engenharia de Redes de Comunicação
Universidade de Brasília

4 de abril de 2021

Questão 1

A partir do sinal modulante $m(t) = 2sen(1000\pi t) + 8cos(2000\pi t) - 4sen(6000\pi t)$, deve-se gerar um sinal FM $S_{FM}(t)$ e um sinal PM $S_{PM}(t)$, para a frequência quiescente de portadora dada por $f_c = 200MHz$, e as sensibilidades dos moduladores são dadas respectivamente pelos valores $k_f = 5000\pi rad/s/V$ e $k_p = 2rad/V$.

(a) (2,00) Determine uma expressão para a frequência instantânea, em Hz, dos sinais FM e PM;

Resolução:
Para o sinal **FM**:

$$S_{FM}(t) = Acos\Big(2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} m(\lambda)d\lambda\Big)$$

De forma que sua frequência instantânea é dada por:

$$f_i(t) = \frac{d}{dt}\Big(2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} m(\lambda)d\lambda\Big)$$

$$f_i(t) = 2\pi f_c + k_f m(t)$$

$$f_i(t) = 2\pi f_c + k_f\Big(2sen(1000\pi t) + 8cos(2000\pi t) - 4sen(6000\pi t)\Big)$$

Para o sinal **PM**:

$$S_{FM}(t) = Acos\Big(2\pi f_c t + k_p m(t)\Big)$$

Podemos fazer a frequência instantânea:

$$f_i(t) = \frac{d}{dt}(2\pi f_c t + k_p m(t))$$

$$f_i(t) = 2\pi f_c + k_p m'(t)$$

$$f_i(t) = 2\pi f_c + k_p\Big(2000\pi cos(1000\pi t) - 16000\pi sen(2000\pi t) - 24000\pi cos(6000\pi t)\Big)$$

(b) (2,00) Determine, em Hz, o desvio de frequência dos sinais FM e PM;

Resolução:
Para o sinal **FM**:

Podemos usar a relação $\Delta f_{FM} = k_f \frac{m_p}{2\pi}$, em que m_p é o valor de pico, ou seja, usaremos aqui o valor máximo de $m(t)$, e então usando uma rotina computacional, podemos obter o máximo da função:

```
>> x=[0:0.000001:100];
>> func=2.*sin(1000.*pi.*x)+8.*cos(2000.*pi.*x)-4.*sin(6000*pi*x);
>> max(func)
ans =  11.553
>>
```

Figura 1: Máximo FM

E então:

$$\Delta f_{FM} = 5000\pi \frac{11,553}{2\pi} = 28,88kHz$$

Para o sinal **PM**:

Podemos usar a relação $\Delta f_{PM} = k_f \frac{m'_p}{2\pi}$, em que m'_p é o valor de pico para a derivada de $m(t)$, e usaremos o seu máximo como este valor de pico, e usando uma rotina computacional, podemos obter o máximo como:

```
>> x=[0:0.000001:100];
>> func=2000.*pi.*cos(1000.*pi.*x)-16000.*pi.*sin(2000.*pi.*x)-24000.*pi.*cos(60
00.*pi.*x);
>> max(func)
ans =  124754.33239
>> |
```

Figura 2: Máximo PM

E então:

$$\Delta f_{PM} = \frac{2}{2\pi} 124754,33 = 39,71kHz$$

(c) (2,00) Estime, em Hz, por meio da regra de Carson, a largura de banda dos sinais modulados em FM e PM;

Resolução:

Para obter a largura de banda precisamos fazer a transformada de fourier do sinal $m(t)$, obtendo:

$$M(f) = \frac{2}{2}\big(\delta(f-500)-\delta(f+500)\big)+\frac{8}{2}\big(\delta(f-1000)+\delta(f+1000)\big)-\frac{4}{2}\big(\delta(f-3000)+\delta(f+3000)\big)$$

Para que a largura de banda contenha todas as componentes do sinal é necessário que ela seja:

$$B = 3kHz$$

Para obtermos a largura de banda de Carson para os sinais devemos fazer:

$$B_{FM} = 2(\Delta f_{FM} + B) = 2(28,88k + 3k) = 63,76kHz$$

$$B_{PM} = 2(\Delta f_{PM} + B) = 2(39,71k + 3k) = 85,42kHz$$

(d) (2,00) Se a amplitude de $m(t)$ for duplicada, qual será o efeito disso na largura de banda dos sinais modulados $S_{FM}(t)$ e $S_{PM}(t)$? Desenvolva sua resposta, calculando o novo valor de largura de banda para cada sinal;

Resolução:

Para pensarmos na solução, vamos adotar um sinal $g(t) = 2m(t)$, então, podemos perceber que o máximo de $g(t)$, será o máximo de $m(t)$ multiplicado por dois. Veja que a largura de banda de $g(t)$ é a mesma de $m(t)$ pois a única alteração feita foi a multiplicação, então, pode-se ver que:

$$B = 3kHz$$

$$\Delta f_{g,FM} = 2\Delta f_{FM}$$
$$\Delta f_{g,PM} = 2\Delta f_{PM}$$

E então, podemos fazer a largura de banda de Carson:

$$B_{FM} = 2(2\Delta f_{FM} + B) = 2(2 \cdot 28,88k + 3k) = 121,52kHz$$

$$B_{PM} = 2(2\Delta f_{PM} + B) = 2(2 \cdot 39,71k + 3k) = 164,84kHz$$

Logo, podemos ver que o efeito é quase dobrar a largura de banda, só não é pelo fator B que é somado.

(e) (2,00) Se $m(t)$ for expandido temporalmente por um fator 2, qual será o efeito disso na largura de banda dos sinais modulados $S_{FM}(t)$ e $S_{PM}(t)$? Desenvolva sua resposta, calculando o novo valor de largura de banda para cada sinal.

Aqui podemos fazer semelhante ao item passado, fazendo $g(t) = m(\frac{t}{2})$. Assim podemos perceber que se for expandido por um fator dois o máximo de $g(t)$ ainda será o máximo de $m(t)$, eles somente estarão em instantes de tempo diferentes, então o desvio de frequência tanto para o sinal FM quanto para o PM permanecerá o mesmo. Porém, agora perceba que a largura de banda do sinal será alterada, tendo:

$$g(t) = 2sen(1000\pi\frac{t}{2}) + 8cos(2000\pi\frac{t}{2}) - 4sen(6000\pi\frac{t}{2})$$

$$G(f) = \frac{2}{2}\big(\delta(f-250)-\delta(f+250)\big)+\frac{8}{2}\big(\delta(f-500)+\delta(f+500)\big)-\frac{4}{2}\big(\delta(f-1500)+\delta(f+1500)\big)$$

Assim, a largura de banda de $g(t)$ é dada por:

$$B_g = 1500Hz = 1,5kHz$$

Então, a largura de banda de Carson para os sinais será dada por:

$$B_{FM} = 2(\Delta f_{FM} + B_g) = 2(28,88k + 1,5k) = 60,76kHz$$

$$B_{PM} = 2(\Delta f_{PM} + B_g) = 2(39,71k + 1,5k) = 82,42kHz$$

Podemos ver então que a largura de banda quase não se alterou comparado ao sinal original, pelo fato de que Δf é significativamente maior que B, porém, não podemos desconsiderar, fato que reduziu a largura de banda do sinal.