Prova Parcial

Princípios de Comunicação

Autoria	**Matrícula**
Pedro Henrique Dornelas Almeida	18/0108140

Engenharia de Redes de Comunicação
Universidade de Brasília

17 de Março de 2021

Questão 1 (4,50)

Um integrador real pode ser descrito pela seguinte relação entrada-saída:

$$y(t) = \int_{t-\tau}^{t} x(\tau)d\tau \tag{1}$$

Para o sistema apresentado:

(a) (0,75) Determine sua resposta impulsional;

Resolução:

Para calcular a resposta impulsional basta subsituir $y(t)$ por $h(t)$ e $x(t)$ por $\delta(t)$, assim:

$$h(t) = \int_{t-T}^{t} \delta(\tau)d\tau$$

Aqui podemos pensar na definição do degrau unitário em que:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = \begin{cases} 1 \text{ , } t > 0 \\ 0 \text{ , } c.c \end{cases}$$

Em que para onde a integral é 1 os limites ficam $-\infty < 0 < t$, e manipulando para obter em função de t obtemos $t > 0$, semelhante a isso, faremos o mesmo para os limites de integração do item:

$$t - T < 0 < t$$
$$-T < -t < 0$$
$$T > t > 0$$

Assim, obtemos que:

$$h(t) = \int_{t-T}^{t} \delta(\tau)d\tau = \begin{cases} 1 \text{ , } T > t > 0 \\ 0 \text{ , } c.c \end{cases} = u(t) - u(t-T)$$

$$h(t) = rect(\frac{t}{T} - \frac{1}{2})$$

(b) (1,00) Com base no item "a", determine sua função de transferência;

Resolução:

Aqui, basta utilizar da tabela de transformadas disponibilizada, para a função rect e a propriedade do deslocamento no tempo:

$$H(f) \rightleftharpoons h(t)$$
$$H(f) = T sinc(fT) e^{-j\pi fT}$$

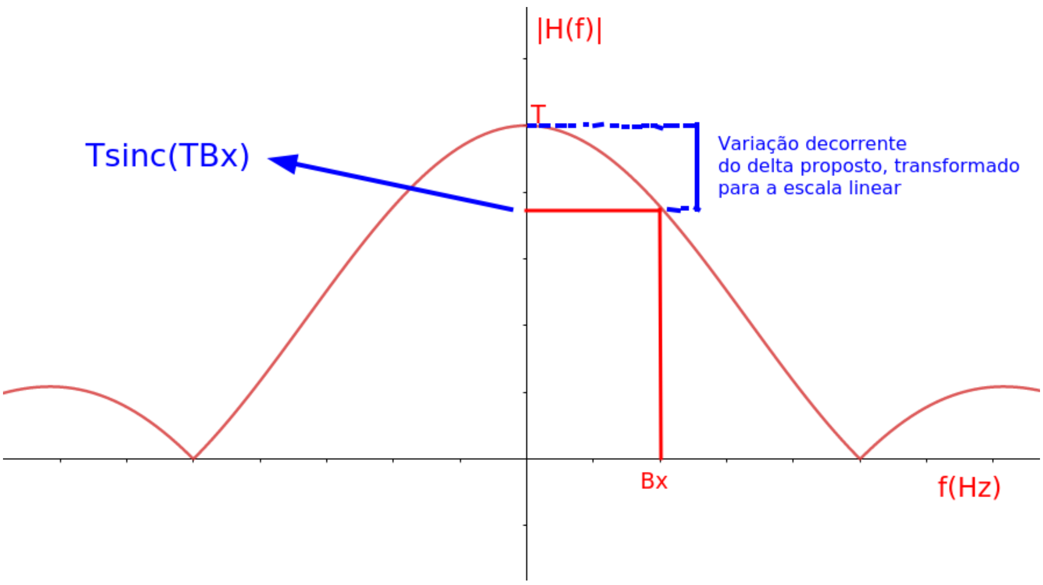
(c) (2,00) Considere que, para uma aplicação específica, o sistema descrito pelo integrador real possa ser considerado não distorcivo para um sinal banda base de largura de banda B_x Hz se sua resposta de amplitude tiver uma variação inferior a δ dB dentro da largura de faixa do sinal. Qual a relação entre T e B_x (a menos restritiva possível) de forma que o sistema não introduza distorção no sinal transmitido $x(t)$?

Resolução:

Primeiro, é necessário calcularmos $|H(f)|$ para analisar o comportamento do sistema:

$$|H(f)| = |T| \cdot |sinc(fT)|$$

Para pensarmos na solução primeiro entenderemos o problema. Veja a figura a seguir em que temos o módulo de $|H(f)|$:



Da figura acima é possível ver que há uma relação entre T e B_x, de forma que a diferença entre o valor máximo de $|H(f)| = |T|$ e um valor qualquer $|H(B_x)| = |T||sinc(TB_x)|$, e o que queremos achar é justamente que essa variação desses valores sejam proporcionais a $\delta = \frac{1}{2}dB$. Essa diferença em dB pode ser descrita pela relação $(1 - \frac{1}{1,122})T$, pois tem a ver com o ganho que daremos a cada um dos valores citados, e então fazendo a diferença, em questões proporcionais teremos esta relação.

Pensando então no gráfico novamente, a diferença entre os valores de $|H(f)|$ tem de ser menor ou igual a relação obtida pela variação em dB para que o sistema possa ser considerado não distorcivo:

$$T - Tsinc(TB_x) \leq (1 - \frac{1}{1,122})T$$
$$1 - sinc(TB_x) \leq 1 - 0,818$$
$$sinc(TB_x) \geq 0,818$$

Desta maneira, a relação entre T e B_x é tal que $sinc(TB_x)$ precisa ser maior que o valor da desigualdade para que a largura de banda B_x seja a maior possível e permita que o sistema seja não distorcivo.

(d) (0,75) Sob a hipótese do item "c", expresse $y(t)$ em termos de $x(t)$.

Resolução:

Com a relação encontrada, é possível obter uma relação para que o sistema não seja distorcivo, assim:

$$Y(f) = H(f)X(f)$$
$$Y(f) = Tsinc(fT)e^{-j\pi fT}X(f)$$

Sob a hipótese do item "c", para que o sistema seja não distorcivo, pode-se dizer que o $sinc(Tf)$ terá de ser algo entre a relação anterior, em que $sinc(TB_x)$, deve ser menor que $0,818$, então, considerando que:

$$1 \geq sinc(TB_x) \geq 0,818$$

Podemos fazer pela transformada inversa e o deslocamento temporal:

$$Y(f) = Tsinc(TB_x)e^{-j\pi fT}X(f)$$
$$y(t) = Tsinc(TB_x)x(t - \frac{T}{2})$$

Para a resolução do item "c", tome que δ é dado pelo último dígito de sua matrícula somado de 1 e em seguida multiplicado por 1/2. Por exemplo, para uma matrícula 12/3456789, o valor tolerado da variação será dado por $\delta = (9 + 1) \cdot \frac{1}{2} = 5dB$.

Questão 2 (5,50)

Considere o sinal mensagem $m(t) = sinc^2(\frac{t-t_m}{T})$. Tal sinal é utilizado para gerar um sinal modulado na forma $s(t) = m(t)cos(2\pi f_c t)$, com $f_c >> 2/T$ Hz.

O sinal $s(t)$ é transmitido por um canal de comunicação, produzindo o sinal $y(t)$. Pela forma de propagação, o canal pode ser modelado como um sistema cuja resposta ao impulso é dada por $h(t) = G_c\delta(t - t_c)$.

O sinal $y(t)$ é injetado em um misturador, que produz em sua saída o sinal $r(t)$, que pode ser expresso matematicamente como o produto entre os sinais $y(t)$ e $c(t)$, em que se tem o sinal $c(t) = cos(2\pi f_c t)$.

Finalmente, o sinal na saída do misturador é injetado na entrada de um sistema linear e invariante ao deslocamento cuja resposta ao impulso é dada por $h_{LP}(t) = sinc(B_h t - B_h t_h)$, gerando $\hat{m}(t)$.

Para a situação apresentada, responda os seguintes itens, desenvolvendo apropriadamente suas respostas em função das características temporais e espectrais do sinal $m(t)$:

(a) (0,75) Obtenha uma expressão para os espectros de amplitude e de fase de $s(t)$;

Resolução:
É possível ver do sistema que:

$$s(t) = m(t)cos(2\pi f_c t)$$

Aplicando a transformada e o deslocamento temporal provocado pelo cosseno:

$$S(f) = \frac{1}{2}(M(f + f_c) + M(f - f_c))$$

Desta maneira, basta descobrir a transformada de $m(t)$ para encontrar $S(f)$, usando a propriedade de deslocamento de frequência e a propriedade da dualidade:

$$M(f) = F\{sinc^2(\frac{t}{T})\}e^{-j2\pi f t_m}$$

Pela dualidade:

$g(t) \rightleftharpoons G(f)$

$G(t) \rightleftharpoons g(-f)$

Dessa maneira, pela tabela de transformadas:

$tri(\frac{t}{T}) \rightleftharpoons Tsinc^2(fT)$

$Tsinc^2(tT) \rightleftharpoons tri(\frac{-f}{T})$

Em que a função tri é uma função par, logo $tri(x) = tri(-x)$, assim podemos continuar:

$Tsinc^2(tT) \rightleftharpoons tri(\frac{f}{T})$

$M(f) = TF\{\frac{1}{T}sinc^2(\frac{t}{T})\}e^{-j2\pi f t_m}$

$M(f) = Ttri(fT)e^{-j2\pi f t_m}$

Voltando para $S(f)$:

$$S(f) = \frac{T}{2}\Big(tri(T(f+f_c))e^{-j2\pi(f+f_c)t_m} + tri(T(f-f_c))e^{-j2\pi(f-f_c)t_m}\Big)$$

Aplicando o módulo, e usando que os sinais não se sobrepõem por conta de $f_c >> \frac{2}{T}$ e o tamanho da tri é $\frac{2}{T}$, podemos dizer que o módulo da soma é a soma dos módulos, então:

$$S(f) = \frac{|T|}{2}\Big(|tri(T(f+f_c))| + |tri(T(f-f_c))|\Big)$$

Para a resposta em fase, como $f_c >> \frac{2}{T}$ e o tamanho da tri é $\frac{2}{T}$, então, pode-se dizer:

$$\angle S(f) = \begin{cases} -2\pi(f+f_c)t_m \text{ , } f < 0 \\ -2\pi(f-f_c)t_m \text{ , } f > 0 \end{cases}$$

(b) (0,75) Obtenha uma expressão para os espectros de amplitude e de fase de $y(t)$;

Resolução:

Sabemos que:

$$\begin{aligned} y(t) = s(t) * h(t) \rightleftharpoons Y(f) = S(f)H(f) \\ h(t) = G_c\delta(t - t_c) \rightleftharpoons H(f) = G_c e^{-j2\pi f t_c} \end{aligned}$$

Assim, pela propriedade $|Y(f)| = |S(f)||H(f)|$, então:

$$\begin{aligned} |H(f)| &= |G_c| \\ |Y(f)| &= \frac{|T||G_c|}{2}\Big(|tri(T(f + f_c))| + |tri(T(f - f_c))|\Big) \\ |Y(f)| &= \frac{|T||G_c|}{2}\Big(tri(T(f + f_c)) + tri(T(f - f_c))\Big) \end{aligned}$$

A fase é dada por $\angle Y(f) = \angle S(f) + \angle H(f)$, de forma que, ainda lembrando que por $f_c >> \frac{2}{T}$ e o tamanho do sinal tri ser $\frac{2}{T}$, então os sinais não se sobrepõem, assim:

$$\begin{aligned} \angle H(f) &= -2\pi f t_c \\ \angle Y(f) &= \begin{cases} -2\pi(f + f_c)t_m - 2\pi f t_c \ , \ f < 0 \\ -2\pi(f - f_c)t_m - 2\pi f t_c \ , \ f > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

(c) (1,00) Determine uma expressão matemática para $r(t)$ e sua densidade espectral $R(f)$;

Resolução:
Aqui é possível ver que:

$$\begin{aligned} r(t) &= y(t) \cdot c(t) \\ r(t) &\rightleftharpoons R(f) \\ m(t) &\rightleftharpoons M(f) \\ s(t) &\rightleftharpoons S(f) \\ h(t) &\rightleftharpoons H(f) \end{aligned}$$

Aplicando a transformada e o deslocamento frequencial provocado pelo cosseno de $c(t)$, vamos desenvolver:

$$r(t) = y(t) \cdot c(t) \rightleftharpoons R(f) = \frac{1}{2}(Y(f - f_c) + Y(f + f_c))$$
$$R(f) = \frac{1}{2}\Big(S(f - f_c)H(f - f_c) + S(f + f_c)H(f + f_c)\Big)$$
$$R(f) = \frac{1}{2}\Big(\frac{H(f - f_c)}{2}\big(M(f - f_c + f_c) + M(f - f_c - f_c)\big) +$$
$$+ \frac{H(f + f_c)}{2}\big(M(f + f_c + f_c) + M(f + f_c - f_c)\big)\Big)$$
$$R(f) = \frac{H(f - f_c)}{4}\Big(M(f) + M(f - 2f_c)\Big) + \frac{H(f + f_c)}{4}\Big(M(f) + M(f + 2f_c)\Big)$$

Aplicando $H(f)$:

$$R(f) = \frac{G_c e^{-j2\pi(f - f_c)t_c}}{4}\Big(M(f) + M(f - 2f_c)\Big) + \frac{G_c e^{-j2\pi(f + f_c)t_c}}{4}\Big(M(f) + M(f + 2f_c)\Big)$$

Fazendo a transformada inversa e usando as propriedades de deslocamento temporal e frequencial:

$$r(t) = \frac{G_c e^{j2\pi f_c t_c}}{4}\Big(m(t - t_c) + m(t - t_c)e^{j4\pi f_c t}\Big) + \frac{G_c e^{-j2\pi f_c t_c}}{4}\Big(m(t - t_c) + m(t - t_c)e^{-j4\pi f_c t}\Big)$$
$$r(t) = \frac{G_c}{4}\Big(m(t - t_c)cos(2\pi f_c t_c) + m(t - t_c)e^{j2\pi f_c(t_c + 2t)} + m(t - t_c)e^{-j2\pi f_c(t_c + 2t)}\Big)$$
$$r(t) = \frac{G_c}{2}m(t - t_c)\Big(cos\big(2\pi f_c t_c\big) + cos\big(2\pi f_c(t_c + 2t)\big)\Big)$$
$$r(t) = \frac{G_c}{2}sinc^2(\frac{t - (t_c + t_m)}{T})\Big(cos\big(2\pi f_c t_c\big) + cos\big(2\pi f_c(t_c + 2t)\big)\Big)$$

Agora, sabe-se que $\Psi_r(f) = |R(f)|^2$, novamente, como $f_c >> \frac{2}{T}$, então o módulo das somas será a soma dos módulos, de forma que teremos:

$$\Psi_r(f) = \frac{|G_c|^2}{16}\Big(2^2|M(f)|^2 + |M(f - 2f_c)|^2 + |M(f + 2f_c)|^2\Big)$$
$$\Psi_r(f) = \frac{G_c^2 T^2}{16}\Big(4tri^2(fT) + tri^2(T(f - 2f_c)) + tri^2(T(f + 2f_c))^2\Big)$$

(d) (1,00) Qual a menor escolha, justificada, para o parâmetro B_h de tal forma que $\hat{m}(t)$ seja, se possível, uma versão não distorcida de $m(t)$? Não havendo tal possibilidade, justifique. Em quaisquer casos, obtenha uma expressão para $\hat{m}(t)$;

Resolução:

Primeiro, precisamos fazer $H_{LP}(f)$ para analisar a resposta em frequência deste filtro:

$$H_{LP}(f) = F\{sinc(B_h t)\}e^{-j2\pi f t_h}$$
$$H_{LP}(f) = \frac{1}{B_h} rect(\frac{f}{B_h})e^{-j2\pi f t_h}$$

Dessa forma, é possível, ver que a frequência de corte é regulada por $B_h/2$, por ser o tamanho da rect, assim, para que a $H_{LP}(f)$ suporte $M(f)$, a largura de banda de $M(f)$ é igual a $\frac{1}{T}$, logo:

$$\frac{B_h}{2} = \frac{1}{T}$$
$$B_h = \frac{2}{T}$$

Agora buscamos achar $\hat{m}(t)$, e sabendo que o passa-baixas tem frequência de corte $1/T$, descoberto por B_h, e que $f_c >> \frac{2}{T}$, retomando R(f) do item anterior, passando o filtro passa-baixas nele, teremos que:

$$\hat{M}(f) = R(f)H_{LP}(f)$$
$$\hat{M}(f) = \Bigg(\frac{G_c e^{-j2\pi(f-f_c)t_c}}{4}\Big(M(f) + M(f-2f_c)\Big)$$
$$+ \frac{G_c e^{-j2\pi(f+f_c)t_c}}{4}\Big(M(f) + M(f+2f_c)\Big)\Bigg)H_{LP}(f)$$

Agora passando pelo filtro passa-baixas, de forma que B_h seja a escolha do item anterior, ou algo que corte as frequências não desejadas, no caso, as frequências altas, então teremos:

$$\hat{M}(f) = \frac{G_c}{4B_h}e^{-j2\pi(f-f_c)t_c}e^{-j2\pi f t_h}M(f) + \frac{G_c}{4B_h}e^{-j2\pi(f+f_c)t_c}e^{-j2\pi f t_h}M(f)$$
$$\hat{M}(f) = \frac{G_c}{4B_h}M(f)2cos(2\pi f_c t_c)e^{-j2\pi f(t_c+t_h)}$$

Agora fazendo a transformada inversa, aplicando o deslocamento temporal:

$$\hat{m}(t) = \frac{G_c}{2B_h}cos(2\pi f_c t_c)m(t-(t_c+t_h))$$
$$\hat{m}(t) = \frac{G_c}{2B_h}cos(2\pi f_c t_c)sinc^2\Big(\frac{t-(t_m+t_c+t_h)}{T}\Big)$$

Aplicando $B_h = \frac{2}{T}$:

$$\hat{m}(t) = \frac{TG_c}{4}cos(2\pi f_c t_c)sinc^2\Big(\frac{t-(t_m+t_c+t_h)}{T}\Big)$$

(e) (2,00) Suponha que o sinal $y(t)$ seja corrompido de forma aditiva por um processo de distorção $n(t)$ independente do sinal mensagem, de tal forma que uma das entradas do misturador é agora dada por $y(t) + n(t)$, e a outra entrada continua sendo o sinal $c(t)$, conforme o enunciado.A distorção pode ser modelada pelo sinal passa-faixa $n(t) = n_c(t)cos(2\pi f_c t)$, cuja densidade espectral de energia é dada por $\Psi_n(f) = \frac{\mathcal{N}}{8}rect(\frac{f+f_c}{2B_n})+\frac{\mathcal{N}}{8}rect(\frac{f-f_c}{2B_n})$, com $\mathcal{N}$ uma constante e B_n numericamente maior que a largura de banda absoluta do sinal mensagem. Para esse novo cenário, determine a razão entre a energia do sinal de informação e a energia da distorção presente no sinal $\hat{m}(t)$ nas mesmas condições estabelecidas no item "d" para o comportamento do sistema $h_{LP}(t)$. *Justifique em detalhes e cuidadosamente sua resposta.*

Primeiro, iremos achar qual foi a parte da distorção do sinal em que aparece na saída, por isso, precisamos começar analisar o sistema, para isso, utilizarei $r^*(t)$ usando do $*$ para mostrar que esse é um sinal que contém a distorção, utilizaremos as relações:

$$\begin{aligned} r(t) &\rightleftharpoons R(f) \\ m(t) &\rightleftharpoons M(f) \\ s(t) &\rightleftharpoons S(f) \\ h(t) &\rightleftharpoons H(f) \\ n(t) &\rightleftharpoons N(f) \end{aligned}$$

Sabendo das relações e que o $*$ indica que o respectivo sinal contém distorção:

$$r^*(t) = (y(t) + n(t))c(t) = y(t)c(t) + n(t)c(t)$$

Note que $y(t)c(t)$ é o sinal $r(t)$ que analisamos nos itens anteriores, o sinal sem distorção, então:

$$r^*(t) = r(t) + n(t)c(t)$$

Fazendo a transformada de $r^*(t)$:

$$R^*(f) = R(f) + \frac{1}{2}\Big(N(f - f_c) + N(f + f_c)\Big)$$

Note que este sinal será passado pelo filtro, e sob as mesmas condições do filtro do item anterior, assim:

$$\hat{M}^*(f) = \left(R(f) + \frac{1}{2}\Big(N(f - f_c) + N(f + f_c)\Big)\right)H_{LP}(f)$$

Neste momento iremos calcular a transformada de $n(t)$, e usando do deslocamento frequencial provocado pelo cosseno:

$$N(f) = \frac{1}{2}(N_c(f - f_c) + N_c(f + f_c))$$

Voltando para $\hat{M}^*(f)$, podemos substituir $N(f)$ na equação, então, percebendo também que o sinal $R(f)$ é uma versão não distorcida, então, teremos que este sinal ao passar pelo filtro passa-baixas resultará no $\hat{M}(f)$, a saída do sistema sem distorção, então temos:

$$\hat{M}^*(f) = \hat{M}(t) + \frac{H_{LP}}{4}\Bigg(2N_c(f) + N_c(f - 2f_c) + N_c(f + 2f_c)\Bigg)$$

Neste momento passaremos o sinal proveniente da distorção pelo filtro passa-baixas, assim temos:

$$\hat{M}^*(f) = \hat{M}(t) + \frac{N_c(f)}{2B_h}e^{-j2\pi f t_h}$$

$$\hat{m}^*(t) = \hat{m}(t) + \frac{n_c(t - t_h)}{2B_h}$$

Neste momento é importante notar que a energia da distorção presente no final do sistema será a proveniente do termo que soma a versão não distorcida, representada por:

$$\frac{n_c(t - t_h)}{2B_h} \rightleftharpoons \frac{N_c(f)}{2B_h}e^{-j2\pi f t_h}$$

Neste momento também é preciso ver que a energia de $N(f)$ é a mesma de $N_c(f)$, porém, com um fator de $\frac{1}{2}$, com a manipulação abaixo podemos ver:

$$N(f) = \frac{1}{2}(N_c(f - f_c) + N_c(f + f_c))$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |N(f)|^2 = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} |N_c(f - f_c) + N_c(f + f_c)|^2 df$$

Fazendo o módulo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |N(f)|^2 = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} \left(\sqrt{N_c^2(f - f_c) + N_c^2(f + f_c)}\right)^2 df$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |N(f)|^2 = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} N_c^2(f - f_c) + N_c^2(f + f_c) df$$

Note que a integral de cada um dos termos de N_c são iguais, elas apenas são deslocadas, então:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |N(f)|^2 = \frac{2}{4}\int_{-\infty}^{\infty} N_c^2(f)df$$

Assim:

$$E_n = \frac{1}{2}E_{n_c}$$

Então podemos calcular a energia E_n a partir de $\Psi_n(f)$, em que:

$$E_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n(f)df$$

$$E_n = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{N}}{8} rect\Big(\frac{f+f_c}{2B_n}\Big) + \frac{\mathcal{N}}{8} rect\Big(\frac{f-f_c}{2B_n}\Big)df$$

$$E_n = \frac{\mathcal{N}B_n}{2}$$

Logo, podemos achar a energia de $N_c(f)$:

$$E_{n_c} = \mathcal{N}B_n$$

Dessa maneira, a energia a distorção(E_d) é dada por:

$$E_d = \int_{-\infty}^{\infty} \Big|\frac{N_c(f)}{2B_h}e^{-j2\pi f t_h}\Big|^2 df$$

$$E_d = \frac{1}{2B_h}\int_{-\infty}^{\infty} N_c^2(f)df$$

$$E_d = \frac{1}{2B_h}E_{n_c}$$

$$E_d = \frac{\mathcal{N}B_n}{2B_h}$$

Como descobrimos no item anterior, a melhor escolha para $B_h = \frac{2}{T}$, assim, temos a energia de distorção:

$$E_d = \frac{T\mathcal{N}B_n}{4}$$

Neste momento, precisamos fazer a energia do sinal mensagem $M(f)$:

$$E_m = \int_{-\infty}^{\infty} |Ttri(fT)e^{-j2\pi f t_m}|^2 df$$

$$E_m = \frac{2T}{3}$$

Assim, a razão entre a energia do sinal de informação e a energia da distorção é:

$$\frac{E_m}{E_d} = \frac{2T/3}{T\mathcal{N}B_n/4}$$

$$\frac{E_m}{E_d} = \frac{2T}{3}\frac{4}{T\mathcal{N}B_n}$$

$$\frac{E_m}{E_d} = \frac{8}{3\mathcal{N}B_n}$$

Table 2.2 Fourier-transform pairs and commonly used time functions

	Time function	Fourier transform
1.	$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$	$T\,\mathrm{sinc}(fT)$
2.	$\mathrm{sinc}(2Wt)$	$\frac{1}{2W}\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2W}\right)$
3.	$\exp(-at)u(t), \quad a > 0$	$\frac{1}{a + \mathrm{j}2\pi f}$
4.	$\exp(-a\lvert t\rvert), \quad a > 0$	$\frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2}$
5.	$\exp(-\pi t^2)$	$\exp(-\pi f^2)$
6.	$\begin{cases} 1 - \frac{\lvert t\rvert}{T}, & \lvert t\rvert < T \\ 0, & \lvert t\rvert \geq T \end{cases}$	$T\,\mathrm{sinc}^2(fT)$
7.	$\delta(t)$	1
8.	1	$\delta(f)$
9.	$\delta(t - t_0)$	$\exp(-\mathrm{j}2\pi f t_0)$
10.	$\exp(\mathrm{j}2\pi f_c t)$	$\delta(f - f_c)$
11.	$\cos(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$
12.	$\sin(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2\mathrm{j}}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)]$
13.	$\mathrm{sgn}(t)$	$\frac{1}{\mathrm{j}\pi f}$
14.	$\frac{1}{\pi t}$	$-\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(f)$
15.	$u(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{\mathrm{j}2\pi f}$
16.	$\sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT_0)$	$f_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_0), \quad f_0 = \frac{1}{T_0}$

Definitions

Unit step function:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ \frac{1}{2}, & t = 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Dirac delta function:

$\delta(t) = 0$ for $t \neq 0$ and

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,\mathrm{d}t = 1$$

Rectangular function:

$$\mathrm{rect}(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} < t \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Signum function:

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} +1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

Sinc function:

$$\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

Gaussian function:

$$g(t) = \exp(-\pi t^2)$$