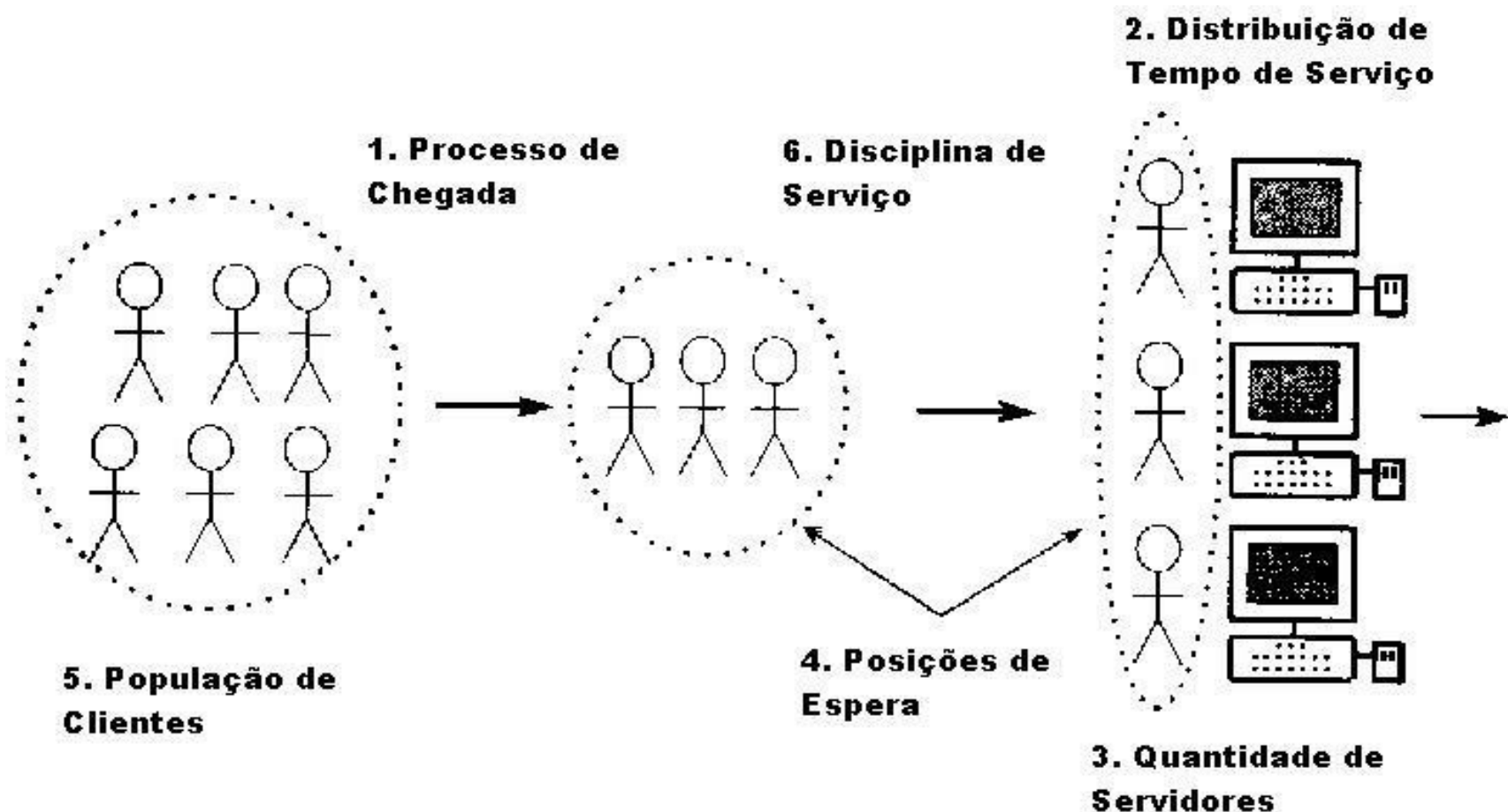


ENGENHARIA DE TRÁFEGO EM REDES DE COMUNICAÇÃO

Prof. Paulo Gondim

Características de um Sistema de Fila



Notação de Kendall

- 1. Processo de Chegada**
- 2. Distribuição de Tempo de Serviço**
- 3. Quantidade de Servidores**
- 4. Tamanho do Sistema de Fila**
- 5. População de Clientes**
- 6. Disciplina de Atendimento**

Notação de Kendall

$$A / S / m / K / P / DS$$

Onde:

A = Distribuição de tempo interchegada

S = Distribuição de tempo de serviço

**m = Número de canais de serviço simultâneo
(servidores)**

K = Capacidade do sistema

= [nr. posições em buffer] + [nr. postos de serviço]

P = Tamanho da população

DS = Disciplina de serviço

Distribuições

- As distribuições utilizadas para o tempo entre chegadas e o tempo de serviço:
 - M = Exponencial
 - E_k = Erlang, com parâmetro K
 - H_k = Hiperexponencial, com parâmetro K
 - D = Determinístico
 - G = Distribuição Genérica
- A distribuição exponencial é sem memória (*memoryless* (M)) e atende à propriedade de Markov, levando ao conceito de sistemas *markovianos*.
- Distribuição determinística (D): tempo de chegada e tempo de serviço constante, ou sem variância.

EXEMPLOS DE SISTEMAS DE FILAS

M/M/1

- Tempo interchegada exponencialmente distribuído (= processo de chegada do tipo Poisson)
- Tempo de serviço exponencialmente distribuído
- Existe 1 servidor
- A fila possui quantidade ilimitada de buffer (*default*)
- A população de clientes é infinita (*default*)
- A disciplina de serviço é FIFO (primeiro a chegar, primeiro a ser servido) - (*default*)

EXEMPLOS DE SISTEMAS DE FILAS

M/G/1

- Tempo interchegada exponencialmente distribuído
- Tempo de serviço segue distribuição genérica (não conhecida)
- Existe 1 servidor
- A fila possui quantidade ilimitada de buffer (*default*)
- A população de clientes é infinita (*default*)
- A disciplina de serviço é FIFO (primeiro a chegar, primeiro a ser servido) - (*default*)

EXEMPLOS DE SISTEMAS DE FILAS

M/M/c

- Tempo interchegada exponencialmente distribuído (= processo de chegada do tipo Poisson)
- Tempo de serviço exponencialmente distribuído
- Existem **c** servidores (em paralelo)
- A fila possui quantidade ilimitada de buffer (*default*)
- A população de clientes é infinita (*default*)
- A disciplina de serviço é FIFO (primeiro a chegar, primeiro a ser servido) - (*default*)

EXEMPLOS DE SISTEMAS DE FILAS

M/M/c/c

- Tempo interchegada exponencialmente distribuído
- Tempo de serviço exponencialmente distribuído
- Existem **c** servidores (em paralelo)
- Não há buffer (capac sistema = nr. de posições de atendimento = **c**)
- A população de clientes é infinita (*default*)
- A disciplina de serviço é FIFO (primeiro a chegar, primeiro a ser servido) - (*default*)

TERMINOLOGIA E DEFINIÇÕES:

- Chamada bloqueada: perda por congestão;
- Holding Time = duração média de uma chamada ==> corresponde a $1/\mu$, onde μ é a taxa de atendimento de um servidor
- Carga: intensidade de tráfego no sistema troncalizado como um todo, medida em Erlangs

- O ponto de partida para a Engenharia de Tráfego é saber o Grau de Serviço necessário.
- Este é usualmente definido por 2% durante o horário de pico ('busy hour')
- A definição de horário de pico pode variar:
 - Horário de pico da célula mais congestionada
 - Horário de pico do sistema
 - Média do sistema durante todas as horas

- A taxa de uso estimada de um usuário é, geralmente, baseada em condições e informações demográficas pois estas podem variar de acordo com cada região
- Assumir que o tráfego é uniformemente distribuído, geralmente simplifica os cálculos
- Porém, na prática, distribuições uniformes de tráfego são raras
- Em Start-up de sistemas, a distribuição não é bem conhecida e os cálculos são baseados nas melhores estimativas de tráfego.

- **Intensidade de tráfego oferecido por cada usuário** em Erlangs:

$$(1) \quad A_u = \lambda h$$

λ = Taxa de chegadas média

h = Holding Time médio

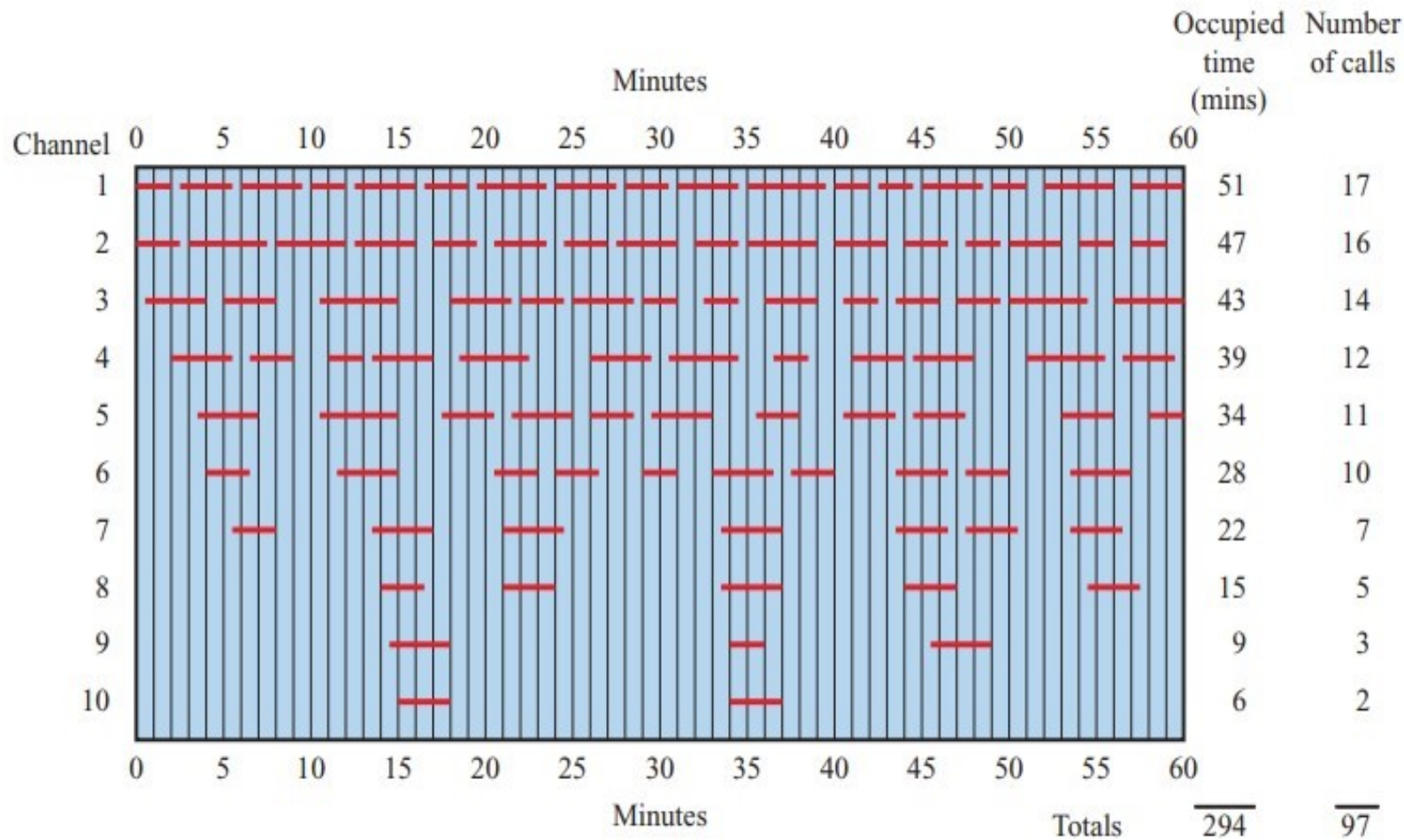
- Para um sistema contendo “k” usuários e um número não especificados de canais, a **intensidade de tráfego total** é dado por:

$$(2) \quad A = kA_u$$

- Se a intensidade de tráfego, em um sistema troncalizado, for igualmente distribuída entre seus canais, a **intensidade de tráfego por canal**, será dada por:

$$(3) \quad A_m = kA_u / m$$

m = número de canais (servidores).



Note: horizontal lines indicate occupied periods to the nearest 1/2 minute

Figure 13.8 Example of Distribution of Traffic in a Cell with Capacity 10



O Conceito de Erlang

- Veja figura: padrão de atividade em uma célula com 10 canais durante 1 hora.

- Taxa de chamadas/minuto = $\lambda = 97/60$.

- Holding time médio por chamada = $h = 294/97$ minutos.

$$A = (97/60) * (294/97) = 4.9 \text{ Erlangs.}$$

- Outra forma: “A” representa o número médio de chamadas em andamento; assim, em média, 4.9 canais estão sendo empregados, que é uma interpretação válida para o caso de não-bloqueio.
- Observe que está sendo tratado o tráfego OFERECIDO e não o tráfego transportado.

Tipos de sistemas troncalizados:

- BCC (*Blocked Calls Cleared*)
- BCD (*Blocked Calls Delayed*)
- BCH (*Blocked Calls Held*)
- (BCC e BCD são mais comuns)

- Troncalização (em um SCMC):
 - Um sistema *troncalizado* permite que um número grande de usuários compartilhe um número relativamente menor de canais em uma célula, provendo acesso a cada usuário “on demand”.
 - Recursos são liberados ao final do emprego e assim não são alocados de forma dedicada/exclusiva aos seus usuários;
- Grau de Serviço (*Grade of Service - GoS*)

É a medida utilizada para definir uma performance desejada em um sistema troncalizado, pela especificação da chance desejada de um usuário obter um acesso ao canal, dado um número específico de canais disponíveis no sistema.

Uma das métricas de GoS é a probabilidade de bloqueio.

Um tipo de sistema troncalizado:

- BCC (*Blocked Calls Cleared*) – Sistema **M/M/c/c**
(ou LCC – *Lost Calls Cleared*)
 - Distribuições dos tempos entre chegadas e dos atendimentos são exponenciais; sistema é **M**arkoviano;
 - c servidores (p.ex. canais de tráfego, troncos)
 - **Não há fila**. Caso não exista canal disponível, a chamada é bloqueada (perdida).
 - Probabilidade de Bloqueio (Fórmula Erlang B)

$$(4) \quad Pr[blocking] = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{k=0}^C \frac{A^k}{k!}} = GOS$$

VALORES MAIS COMUNS:

- Start-up: $P_b = 2\%$ (valores de BH)
- Previsão de expansão: $P_b \gg \gg$
- Usualmente 3 opções:
 - BH (HMM) na célula de maior demanda
 - BH (HMM) do sistema
 - média do sistema em todo o tempo.

BH = “Busy Hour” = HMM = Hora de Maior Movimento

Formula Erlang-B:

$$E(A, c) = \frac{A^c / c!}{\sum_{i=0}^c A^i / i!}$$

- ❖ A [erlang] = tráfego oferecido (carga)
- ❖ c = nr. canais disponíveis
- ❖ E (A, c) = P_c = probabilidade de bloqueio
(métrica de QoS)

Número de Canais c	Capacidade (Erlangs) para GoS			
Pc →	= 0,01	= 0,005	= 0,002	= 0,001
2	0,153	0,105	0,065	0,046
4	0,869	0,701	0,535	0,439
5	1,36	1,13	0,900	0,762
10	4,46	3,96	3,43	3,09
20	12,0	11,1	10,1	9,41
24	15,3	14,2	13,0	12,2
40	29,0	27,3	25,7	24,5
70	56,1	53,7	51,0	49,2
100	84,1	80,9	77,4	75,2

Tabela 3.4 – Capacidade de um Sistema Erlang B – Rappaport, 1996

(C)

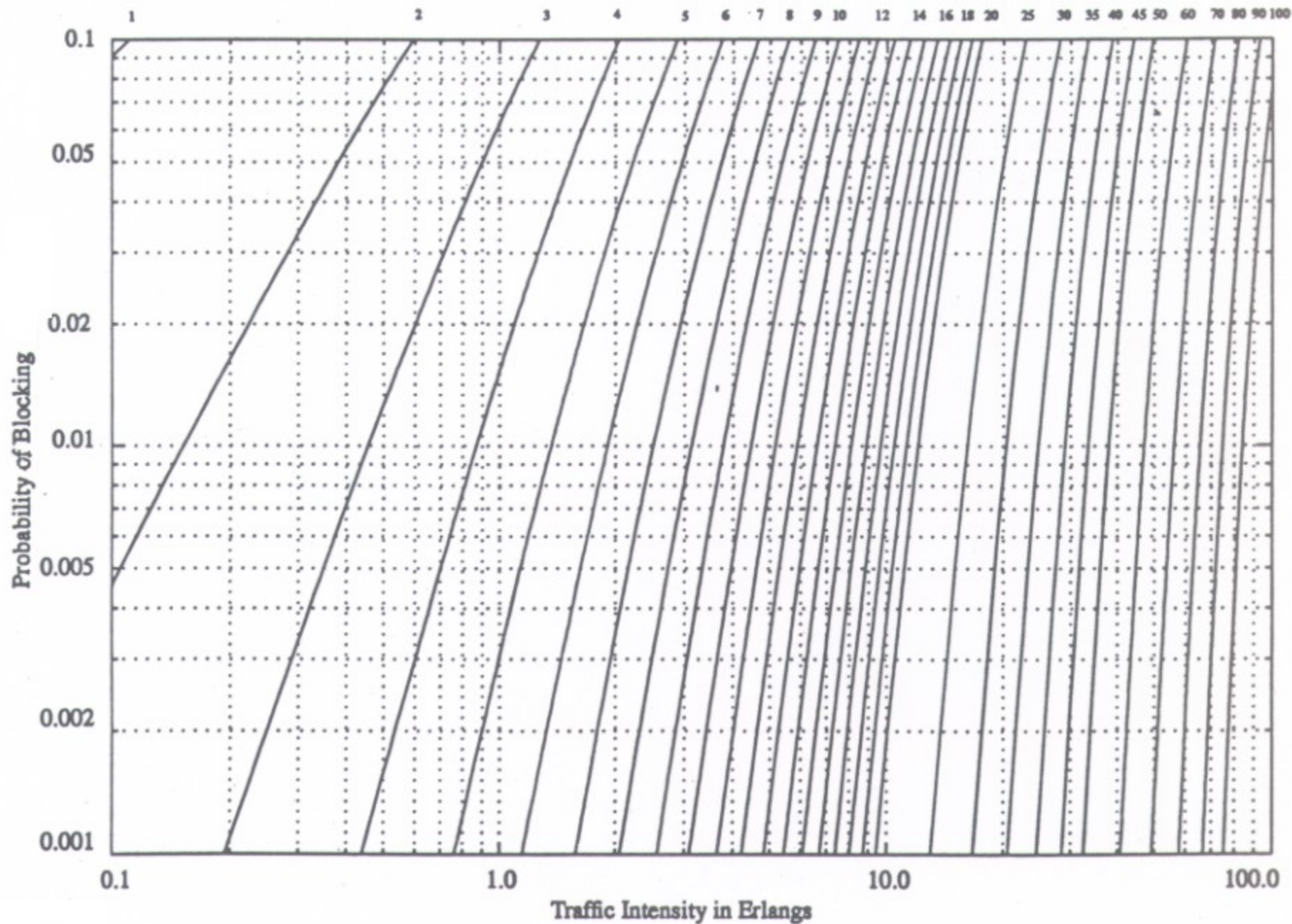


TABLE 12C.1. Blocked Calls Cleared — Erlang B

A (erlangs)													
Blocking Probability													
N	1.0%	1.2%	1.5%	2%	3%	5%	7%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
1	0.0101	0.0121	0.0152	0.0204	0.0309	0.0526	0.0753	0.111	0.176	0.250	0.429	0.667	1.00
2	0.153	0.168	0.190	0.223	0.282	0.381	0.470	0.595	0.796	1.00	1.45	2.00	2.73
3	0.455	0.489	0.535	0.602	0.715	0.899	1.06	1.27	1.60	1.93	2.63	3.48	4.59
4	0.869	0.922	0.992	1.09	1.26	1.52	1.75	2.05	2.50	2.95	3.89	5.02	6.50
5	1.36	1.43	1.52	1.66	1.88	2.22	2.50	2.88	3.45	4.01	5.19	6.60	8.44
6	1.91	2.00	2.11	2.28	2.54	2.96	3.30	3.76	4.44	5.11	6.51	8.19	10.4
7	2.50	2.60	2.74	2.94	3.25	3.74	4.14	4.67	5.46	6.23	7.86	9.80	12.4
8	3.13	3.25	3.40	3.63	3.99	4.54	5.00	5.60	6.50	7.37	9.21	11.4	14.3
9	3.78	3.92	4.09	4.34	4.75	5.37	5.88	6.55	7.55	8.52	10.6	13.0	16.3
10	4.46	4.61	4.81	5.08	5.53	6.22	6.78	7.51	8.62	9.68	12.0	14.7	18.3
11	5.16	5.32	5.54	5.84	6.33	7.08	7.69	8.49	9.69	10.9	13.3	16.3	20.3
12	5.88	6.05	6.29	6.61	7.14	7.95	8.61	9.47	10.8	12.0	14.7	18.0	22.2
13	6.61	6.80	7.05	7.40	7.97	8.83	9.54	10.5	11.9	13.2	16.1	19.6	24.2
14	7.35	7.56	7.82	8.20	8.80	9.73	10.5	11.5	13.0	14.4	17.5	21.2	26.2
15	8.11	8.33	8.61	9.01	9.65	10.6	11.4	12.5	14.1	15.6	18.9	22.9	28.2
16	8.88	9.11	9.41	9.83	10.5	11.5	12.4	13.5	15.2	16.8	20.3	24.5	30.2
17	9.65	9.89	10.2	10.7	11.4	12.5	13.4	14.5	16.3	18.0	21.7	26.2	32.2
18	10.4	10.7	11.0	11.5	12.2	13.4	14.3	15.5	17.4	19.2	23.1	27.8	34.2
19	11.2	11.5	11.8	12.3	13.1	14.3	15.3	16.6	18.5	20.4	24.5	29.5	36.2
20	12.0	12.3	12.7	13.2	14.0	15.2	16.3	17.6	19.6	21.6	25.9	31.2	38.2
21	12.8	13.1	13.5	14.0	14.9	16.2	17.3	18.7	20.8	22.8	27.3	32.8	40.2
22	13.7	14.0	14.3	14.9	15.8	17.1	18.2	19.7	21.9	24.1	28.7	34.5	42.1
23	14.5	14.8	15.2	15.8	16.7	18.1	19.2	20.7	23.0	25.3	30.1	36.1	44.1
24	15.3	15.6	16.0	16.6	17.6	19.0	20.2	21.8	24.2	26.5	31.6	37.8	46.1
25	16.1	16.5	16.9	17.5	18.5	20.0	21.2	22.8	25.3	27.7	33.0	39.4	48.1
26	17.0	17.3	17.8	18.4	19.4	20.9	22.2	23.9	26.4	28.9	34.4	41.1	50.1
27	17.8	18.2	18.6	19.3	20.3	21.9	23.2	24.9	27.6	30.2	35.8	42.8	52.1
28	18.6	19.0	19.5	20.2	21.2	22.9	24.2	26.0	28.7	31.4	37.2	44.4	54.1
29	19.5	19.9	20.4	21.0	22.1	23.8	25.2	27.1	29.9	32.6	38.6	46.1	56.1
30	20.3	20.7	21.2	21.9	23.1	24.8	26.2	28.1	31.0	33.8	40.0	47.7	58.1
31	21.2	21.6	22.1	22.8	24.0	25.8	27.2	29.2	32.1	35.1	41.5	49.4	60.1
32	22.0	22.5	23.0	23.7	24.9	26.7	28.2	30.2	33.3	36.3	42.9	51.1	62.1
33	22.9	23.3	23.9	24.6	25.8	27.7	29.3	31.3	34.4	37.5	44.3	52.7	64.1
34	23.8	24.2	24.8	25.5	26.8	28.7	30.3	32.4	35.6	38.8	45.7	54.4	66.1
35	24.6	25.1	25.6	26.4	27.7	29.7	31.3	33.4	36.7	40.0	47.1	56.0	68.1
36	25.5	26.0	26.5	27.3	28.6	30.7	32.3	34.5	37.9	41.2	48.6	57.7	70.1
37	26.4	26.8	27.4	28.3	29.6	31.6	33.3	35.6	39.0	42.4	50.0	59.4	72.1
38	27.3	27.7	28.3	29.2	30.5	32.6	34.4	36.6	40.2	43.7	51.4	61.0	74.1
39	28.1	28.6	29.2	30.1	31.5	33.6	35.4	37.7	41.3	44.9	52.8	62.7	76.1
40	29.0	29.5	30.1	31.0	32.4	34.6	36.4	38.8	42.5	46.1	54.2	64.4	78.1
41	29.9	30.4	31.0	31.9	33.4	35.6	37.4	39.9	43.6	47.4	55.7	66.0	80.1
42	30.8	31.3	31.9	32.8	34.3	36.6	38.4	40.9	44.8	48.6	57.1	67.7	82.1
43	31.7	32.2	32.8	33.8	35.3	37.6	39.5	42.0	45.9	49.9	58.5	69.3	84.1
44	32.5	33.1	33.7	34.7	36.2	38.6	40.5	43.1	47.1	51.1	59.9	71.0	86.1
45	33.4	34.0	34.6	35.6	37.2	39.6	41.5	44.2	48.2	52.3	61.3	72.7	88.1
46	34.3	34.9	35.6	36.5	38.1	40.5	42.6	45.2	49.4	53.6	62.8	74.3	90.1
47	35.2	35.8	36.5	37.5	39.1	41.5	43.6	46.3	50.6	54.8	64.2	76.0	92.1
48	36.1	36.7	37.4	38.4	40.0	42.5	44.6	47.4	51.7	56.0	65.6	77.7	94.1
49	37.0	37.6	38.3	39.3	41.0	43.5	45.7	48.5	52.9	57.3	67.0	79.3	96.1
50	37.9	38.5	39.2	40.3	41.9	44.5	46.7	49.6	54.0	58.5	68.5	81.0	98.1
51	38.8	39.4	40.1	41.2	42.9	45.5	47.7	50.6	55.2	59.7	69.9	82.7	100.1
52	39.7	40.3	41.0	42.1	43.9	46.5	48.8	51.7	56.3	61.0	71.3	84.3	102.1
53	40.6	41.2	42.0	43.1	44.8	47.5	49.8	52.8	57.5	62.2	72.7	86.0	104.1
54	41.5	42.1	42.9	44.0	45.8	48.5	50.8	53.9	58.7	63.5	74.2	87.6	106.1
55	42.4	43.0	43.8	44.9	46.7	49.5	51.9	55.0	59.8	64.7	75.6	89.3	108.1
56	43.3	43.9	44.7	45.9	47.7	50.5	52.9	56.1	61.0	65.9	77.0	91.0	110.1
57	44.2	44.8	45.7	46.8	48.7	51.5	53.9	57.1	62.1	67.2	78.4	92.6	112.1

TABLE 12C.1. (Continued)

N	A (erlangs)													
	Blocking Probability													
	1.0%	1.2%	1.5%	2%	3%	5%	7%	10%	15%	20%	30%	40%	50%	
58	45.1	45.8	46.6	47.8	49.6	52.6	55.0	58.2	63.3	68.4	79.8	94.3	114.1	
59	46.0	46.7	47.5	48.7	50.6	53.6	56.0	59.3	64.5	69.7	81.3	96.0	116.1	
60	46.9	47.6	48.4	49.6	51.6	54.6	57.1	60.4	65.6	70.9	82.7	97.6	118.1	
61	47.9	48.5	49.4	50.6	52.5	55.6	58.1	61.5	66.8	72.1	84.1	99.3	120.1	
62	48.8	49.4	50.3	51.5	53.5	56.6	59.1	62.6	68.0	73.4	85.5	101.0	122.1	
63	49.7	50.4	51.2	52.5	54.5	57.6	60.2	63.7	69.1	74.6	87.0	102.6	124.1	
64	50.6	51.3	52.2	53.4	55.4	58.6	61.2	64.8	70.3	75.9	88.4	104.3	126.1	
65	51.5	52.2	53.1	54.4	56.4	59.6	62.3	65.8	71.4	77.1	89.8	106.0	128.1	
66	52.4	53.1	54.0	55.3	57.4	60.6	63.3	66.9	72.6	78.3	91.2	107.6	130.1	
67	53.4	54.1	55.0	56.3	58.4	61.6	64.4	68.0	73.8	79.6	92.7	109.3	132.1	
68	54.3	55.0	55.9	57.2	59.3	62.6	65.4	69.1	74.9	80.8	94.1	111.0	134.1	
69	55.2	55.9	56.9	58.2	60.3	63.7	66.4	70.2	76.1	82.1	95.5	112.6	136.1	
70	56.1	56.8	57.8	59.1	61.3	64.7	67.5	71.3	77.3	83.3	96.9	114.3	138.1	
71	57.0	57.8	58.7	60.1	62.3	65.7	68.5	72.4	78.4	84.6	98.4	115.9	140.1	
72	58.0	58.7	59.7	61.0	63.2	66.7	69.6	73.5	79.6	85.8	99.8	117.6	142.1	
73	58.9	59.6	60.6	62.0	64.2	67.7	70.6	74.6	80.8	87.0	101.2	119.3	144.1	
74	59.8	60.6	61.6	62.9	65.2	68.7	71.7	75.6	81.9	88.3	102.7	120.9	146.1	
75	60.7	61.5	62.5	63.9	66.2	69.7	72.7	76.7	83.1	89.5	104.1	122.6	148.0	
76	61.7	62.4	63.4	64.9	67.2	70.8	73.8	77.8	84.2	90.8	105.5	124.3	150.0	
77	62.6	63.4	64.4	65.8	68.1	71.8	74.8	78.9	85.4	92.0	106.9	125.9	152.0	
78	63.5	64.3	65.3	66.8	69.1	72.8	75.9	80.0	86.6	93.3	108.4	127.6	154.0	
79	64.4	65.2	66.3	67.7	70.1	73.8	76.9	81.1	87.7	94.5	109.8	129.3	156.0	
80	65.4	66.2	67.2	68.7	71.1	74.8	78.0	82.2	88.9	95.7	111.2	130.9	158.0	
81	66.3	67.1	68.2	69.6	72.1	75.8	79.0	83.3	90.1	97.0	112.6	132.6	160.0	
82	67.2	68.0	69.1	70.6	73.0	76.9	80.1	84.4	91.2	98.2	114.1	134.3	162.0	
83	68.2	69.0	70.1	71.6	74.0	77.9	81.1	85.5	92.4	99.5	115.5	135.9	164.0	
84	69.1	69.9	71.0	72.5	75.0	78.9	82.2	86.6	93.6	100.7	116.9	137.6	166.0	
85	70.0	70.9	71.9	73.5	76.0	79.9	83.2	87.7	94.7	102.0	118.3	139.3	168.0	
86	70.9	71.8	72.9	74.5	77.0	80.9	84.3	88.8	95.9	103.2	119.8	140.9	170.0	
87	71.9	72.7	73.8	75.4	78.0	82.0	85.3	89.9	97.1	104.5	121.2	142.6	172.0	
88	72.8	73.7	74.8	76.4	78.9	83.0	86.4	91.0	98.2	105.7	122.6	144.6	174.0	
89	73.7	74.6	75.7	77.3	79.9	84.0	87.4	92.1	99.4	106.9	124.0	145.9	176.0	
90	74.7	75.6	76.7	78.3	80.9	85.0	88.5	93.1	100.6	108.2	125.5	147.6	178.0	
91	75.6	76.5	77.6	79.3	81.9	86.0	89.5	94.2	101.7	109.4	126.9	149.3	180.0	
92	76.6	77.4	78.6	80.2	82.9	87.1	90.6	95.3	102.9	110.7	128.3	150.9	182.0	
93	77.5	78.4	79.6	81.2	83.9	88.1	91.6	96.4	104.1	111.9	129.7	152.6	184.0	
94	78.4	79.3	80.5	82.2	84.9	89.1	92.7	97.5	105.3	113.2	131.2	154.3	186.0	
95	79.4	80.3	81.5	83.1	85.8	90.1	93.7	98.6	106.4	114.4	132.6	155.9	188.0	
96	80.3	81.2	82.4	84.1	86.8	91.1	94.8	99.7	107.6	115.7	134.0	157.6	190.0	
97	81.2	82.2	83.4	85.1	87.8	92.2	95.8	100.8	108.8	116.9	135.5	159.3	192.0	
98	82.2	83.1	84.3	86.0	88.8	93.2	96.9	101.9	109.9	118.2	136.9	160.9	194.0	
99	83.1	84.1	85.3	87.0	89.8	94.2	97.9	103.0	111.1	119.4	138.3	162.6	196.0	
100	84.1	85.0	86.2	88.0	90.8	95.2	99.0	104.1	112.3	120.6	139.7	164.3	198.0	
102	85.9	86.9	88.1	89.9	92.8	97.3	101.1	106.3	114.6	123.1	142.6	167.6	202.0	
104	87.8	88.8	90.1	91.9	94.8	99.3	103.2	108.5	116.9	125.6	145.4	170.9	206.0	
106	89.7	90.7	92.0	93.8	96.7	101.4	105.3	110.7	119.3	128.1	148.3	174.2	210.0	
108	91.6	92.6	93.9	95.7	98.7	103.4	107.4	112.9	121.6	130.6	151.1	177.6	214.0	
110	93.5	94.5	95.8	97.7	100.7	105.5	109.5	115.1	124.0	133.1	154.0	180.9	218.0	
112	95.4	96.4	97.7	99.6	102.7	107.5	111.7	117.3	126.3	135.6	156.9	184.2	222.0	
114	97.3	98.3	99.7	101.6	104.7	109.6	113.8	119.5	128.6	138.1	159.7	187.6	226.0	
116	99.2	100.2	101.6	103.5	106.7	111.7	115.9	121.7	131.0	140.6	162.6	190.9	230.0	
118	101.1	102.1	103.5	105.5	108.7	113.7	118.0	123.9	133.3	143.1	165.4	194.2	234.0	
120	103.0	104.0	105.4	107.4	110.7	115.8	120.1	126.1	135.7	145.6	168.3	197.6	238.0	
122	104.9	105.9	107.4	109.4	112.6	117.8	122.2	128.3	138.0	148.1	171.1	200.9	242.0	
124	106.8	107.9	109.3	111.3	114.6	119.9	124.4	130.5	140.3	150.6	174.0	204.2	246.0	
126	108.7	109.8	111.2	113.3	116.6	121.9	126.5	132.7	142.7	153.0	176.8	207.6	250.0	
128	110.6	111.7	113.2	115.2	118.6	124.0	128.6	134.9	145.0	155.5	179.7	210.9	254.0	
130	112.5	113.6	115.1	117.2	120.6	126.1	130.7	137.1	147.4	158.0	182.5	214.2	258.0	
132	114.4	115.5	117.0	119.1	122.6	128.1	132.8	139.3	149.7	160.5	185.4	217.6	262.0	
134	116.3	117.4	119.0	121.1	124.6	130.2	134.9	141.5	152.0	163.0	188.3	220.9	266.0	
136	118.2	119.4	120.9	123.1	126.6	132.3	137.1	143.7	154.4	165.5	191.1	224.2	270.0	

TABLE 12C.1. (Continued)

N	A (erlangs)												
	Blocking Probability												
	1.0%	1.2%	1.5%	2%	3%	5%	7%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
138	120.1	121.3	122.8	125.0	128.6	134.3	139.2	145.9	156.7	168.0	194.0	227.6	274.0
140	122.0	123.2	124.8	127.0	130.6	136.4	141.3	148.1	159.1	170.5	196.8	230.9	278.0
142	123.9	125.1	126.7	128.9	132.6	138.4	143.4	150.3	161.4	173.0	199.7	234.2	282.0
144	125.8	127.0	128.6	130.9	134.6	140.5	145.6	152.5	163.8	175.5	202.5	237.6	286.0
146	127.7	129.0	130.6	132.9	136.6	142.6	147.7	154.7	166.1	178.0	205.4	240.9	290.0
148	129.7	130.9	132.5	134.8	138.6	144.6	149.8	156.9	168.5	180.5	208.2	244.2	294.0
150	131.6	132.8	134.5	136.8	140.6	146.7	151.9	159.1	170.8	183.0	211.1	247.6	298.0
152	133.5	134.8	136.4	138.8	142.6	148.8	154.0	161.3	173.1	185.5	214.0	250.9	302.0
154	135.4	136.7	138.4	140.7	144.6	150.8	156.2	163.5	175.5	188.0	216.8	254.2	306.0
156	137.3	138.6	140.3	142.7	146.6	152.9	158.3	165.7	177.8	190.5	219.7	257.6	310.0
158	139.2	140.5	142.3	144.7	148.6	155.0	160.4	167.9	180.2	193.0	222.5	260.9	314.0
160	141.2	142.5	144.2	146.6	150.6	157.0	162.5	170.2	182.5	195.5	225.4	264.2	318.0
162	143.1	144.4	146.1	148.6	152.7	159.1	164.7	172.4	184.9	198.0	228.2	267.6	322.0
164	145.0	146.3	148.1	150.6	154.7	161.2	166.8	174.6	187.2	200.4	231.1	270.9	326.0
166	146.9	148.3	150.0	152.6	156.7	163.3	168.9	176.8	189.6	202.9	233.9	274.2	330.0
168	148.9	150.2	152.0	154.5	158.7	165.3	171.0	179.0	191.9	205.4	236.8	277.6	334.0
170	150.8	152.1	153.9	156.5	160.7	167.4	173.2	181.2	194.2	207.9	239.7	280.9	338.0
172	152.7	154.1	155.9	158.5	162.7	169.5	175.3	183.4	196.6	210.4	242.5	284.2	342.0
174	154.6	156.0	157.8	160.4	164.7	171.5	177.4	185.6	198.9	212.9	245.4	287.6	346.0
176	156.6	158.0	159.8	162.4	166.7	173.6	179.6	187.8	201.3	215.4	248.2	290.9	350.0
178	158.5	159.9	161.8	164.4	168.7	175.7	181.7	190.0	203.6	217.9	251.1	294.2	354.0
180	160.4	161.8	163.7	166.4	170.7	177.8	183.8	192.2	206.0	220.4	253.9	297.5	358.0
182	162.3	163.8	165.7	168.3	172.8	179.8	185.9	194.4	208.3	222.9	256.8	300.9	362.0
184	164.3	165.7	167.6	170.3	174.8	181.9	188.1	196.6	210.7	225.4	259.6	304.2	366.0
186	166.2	167.7	169.6	172.3	176.8	184.0	190.2	198.9	213.0	227.9	262.5	307.5	370.0
188	168.1	169.6	171.5	174.3	178.8	186.1	192.3	201.1	215.4	230.4	265.4	310.9	374.0
190	170.1	171.5	173.5	176.3	180.8	188.1	194.5	203.3	217.7	232.9	268.2	314.2	378.0
192	172.0	173.5	175.4	178.2	182.8	190.2	196.6	205.5	220.1	235.4	271.1	317.5	382.0
194	173.9	175.4	177.4	180.2	184.8	192.3	198.7	207.7	222.4	237.9	273.9	320.9	386.0
196	175.9	177.4	179.4	182.2	186.9	194.4	200.8	209.9	224.8	240.4	276.8	324.2	390.0
198	177.8	179.3	181.3	184.2	188.9	196.4	203.0	212.1	227.1	242.9	279.6	327.5	394.0
200	179.7	181.3	183.3	186.2	190.9	198.5	205.1	214.3	229.4	245.4	282.5	330.9	398.0
202	181.7	183.2	185.2	188.1	192.9	200.6	207.2	216.5	231.8	247.9	285.4	334.2	402.0
204	183.6	185.2	187.2	190.1	194.9	202.7	209.4	218.7	234.1	250.4	288.2	337.5	406.0
206	185.5	187.1	189.2	192.1	196.9	204.7	211.5	221.0	236.5	252.9	291.1	340.9	410.0
208	187.5	189.1	191.1	194.1	199.0	206.8	213.6	223.2	238.8	255.4	293.9	344.2	414.0
210	189.4	191.0	193.1	196.1	201.0	208.9	215.8	225.4	241.2	257.9	296.8	347.5	418.0
212	191.4	193.0	195.1	198.1	203.0	211.0	217.9	227.6	243.5	260.4	299.6	350.9	422.0
214	193.3	194.9	197.0	200.0	205.0	213.0	220.0	229.8	245.9	262.9	302.5	354.2	426.0
216	195.2	196.9	199.0	202.0	207.0	215.1	222.2	232.0	248.2	265.4	305.3	357.5	430.0
218	197.2	198.8	201.0	204.0	209.1	217.2	224.3	234.2	250.6	267.9	308.2	360.9	434.0
220	199.1	200.8	202.9	206.0	211.1	219.3	226.4	236.4	252.9	270.4	311.1	364.2	438.0
222	201.1	202.7	204.9	208.0	213.1	221.4	228.6	238.6	255.3	272.9	313.9	367.5	442.0
224	203.0	204.7	206.8	210.0	215.1	223.4	230.7	240.9	257.6	275.4	316.8	370.9	446.0
226	204.9	206.6	208.8	212.0	217.1	225.5	232.8	243.1	260.0	277.8	319.6	374.2	450.0
228	206.9	208.6	210.8	213.9	219.2	227.6	235.0	245.3	262.3	280.3	322.5	377.5	454.0
230	208.8	210.5	212.8	215.9	221.2	229.7	237.1	247.5	264.7	282.8	325.3	380.9	458.0
232	210.8	212.5	214.7	217.9	223.2	231.8	239.2	249.7	267.0	285.3	328.2	384.2	462.0
234	212.7	214.4	216.7	219.9	225.2	233.8	241.4	251.9	269.4	287.8	331.1	387.5	466.0
236	214.7	216.4	218.7	221.9	227.2	235.9	243.5	254.1	271.7	290.3	333.9	390.9	470.0
238	216.6	218.3	220.6	223.9	229.3	238.0	245.6	256.3	274.1	292.8	336.8	394.2	474.0
240	218.6	220.3	222.6	225.9	231.3	240.1	247.8	258.6	276.4	295.3	339.6	397.5	478.0
242	220.5	222.3	224.6	227.9	233.3	242.2	249.9	260.8	278.8	297.8	342.5	400.9	482.0
244	222.5	224.2	226.5	229.9	235.3	244.3	252.0	263.0	281.1	300.3	345.3	404.2	486.0
246	224.4	226.2	228.5	231.8	237.4	246.3	254.2	265.2	283.4	302.8	348.2	407.5	490.0
248	226.3	228.1	230.5	233.8	239.4	248.4	256.3	267.4	285.8	305.3	351.0	410.9	494.0
250	228.3	230.1	232.5	235.8	241.4	250.5	258.4	269.6	288.1	307.8	353.9	414.2	498.0
300	0.976	0.982	0.988	0.988	1.014	1.042	1.070	1.108	1.176	1.250	1.428	1.666	2.000
	277.1	279.2	281.9	285.7	292.1	302.6	311.9	325.0	346.9	370.3	425.3	497.5	698.0
	0.982	0.984	0.990	1.000	1.016	1.044	1.070	1.108	1.174	1.248	1.428	1.668	2.000

BCD (*Blocked Calls Delayed*) – Sistema **M/M/c** (ou LCC – *Lost Calls Delayed*)

- Pode haver fila. Caso todos os canais estejam ocupados, o usuário é enfileirado.
- Seu grau de serviço (GoS) é definido pela probabilidade de uma chamada ser bloqueada depois de esperar um certo tempo na fila.
- Para determinar o GoS, é necessário achar a probabilidade de uma chamada ser inicialmente negada de acessar o sistema, determinada pela fórmula Erlang C

$$(5) \quad Pr[delay > 0] = \frac{A^C}{A^C + C! \left(1 - \frac{A}{C}\right) \sum_{k=0}^{C-1} \frac{A^k}{k!}}$$

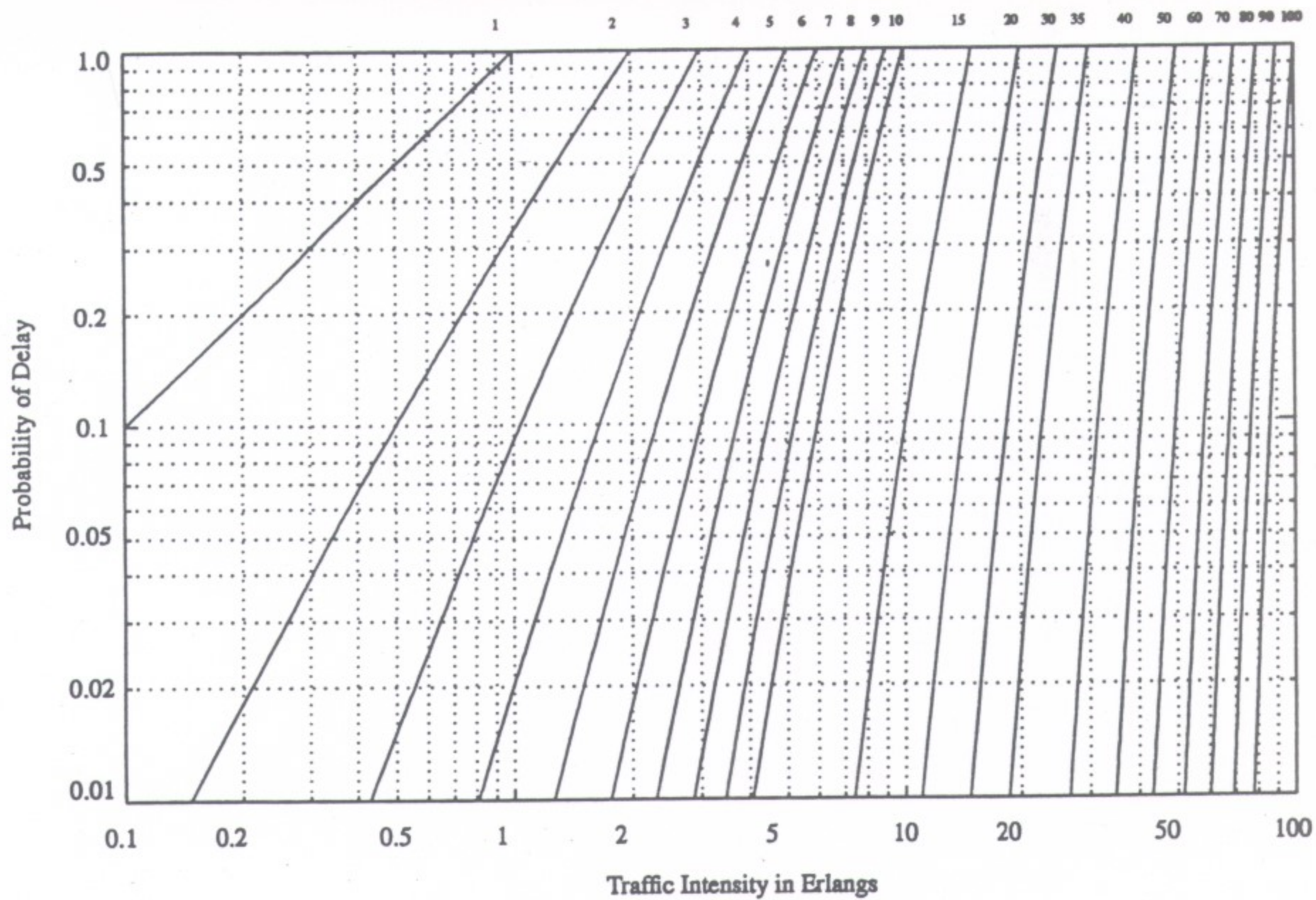
- Caso não exista canal disponível a chamada é enfileirada, e a probabilidade de que a chamada tenha que esperar mais do que t segundos é dada pela probabilidade da chamada ser enfileirada multiplicada pela probabilidade condicional da espera ser maior que t segundos.
- O GoS do sistema troncalizado será dado por

(Referência: T.S.Rappaport – Comunicações Sem Fio – Teoria e Prática- 2ª. Ed. – Cap. 3)

$$\begin{aligned}
 Pr[delay > t] &= Pr[delay > 0]Pr[delay > t | delay > 0] \\
 (6) \qquad &= Pr[delay > 0]exp(-(C - A)t/H)
 \end{aligned}$$

- A espera média das chamadas em fila no sistema é dado por

$$(7) \qquad D = Pr[delay > 0] \frac{H}{C - A}$$



EXERCÍCIO

Suponha um sistema de comunicações troncalizado, em que chamadas bloqueadas são perdidas. Assumindo que cada usuário gera 0.1 Erl de tráfego, quantos usuários podem ser servidos com $P_b = 0,5\%$, sendo o número de canais troncalizados igual a:

(a) 5; (b) 10; (c) 20

Suponha um sistema de comunicações troncalizado, em que **chamadas bloqueadas são perdidas**. Assumindo que cada usuário gera 0.1 Erl de tráfego, quantos usuários podem ser servidos com $P_b = 0,5\%$, sendo o número de canais troncalizados igual a: (a) 5; (b) 10; (c) 20

$GOS = 0.005$ Tráfego por usuário = 0.1 Erl = A_u
Sistema M/M/c/c

(a) $c = 5$, curva GOS $\rightarrow A = 1.13 \rightarrow U = 1.13/0.1 = 11$

(b) $c = 10$, curva GOS $\rightarrow A = 3.96 \rightarrow U = 3.96/0.1 = 39$

(c) $c = 20$, curva GOS $\rightarrow A = 11.1 \rightarrow U = 110$

Degradação da Eficiência “Trunking”

- Cenários:
 - centralização x particionamento de recursos
- Importância da competição
- Comparação:
 - uma operadora operando com 666 canais e
 - duas operadoras operando com 333 canais

Degradação da Eficiência “Trunking”

- Assumindo fator de reuso igual a 7 e todos os canais distribuídos igualmente entre as células
 - = 95 canais/célula
 - = 47,5 canais/célula
- Considerando, para comparação:
 - Probabilidade de Bloqueio = 0,02
 - Holding time (h) = 1,76 min

- Pela tabela de Erlang B

- $A_1 = 83,1$ Erlangs

- $A_2 = 38$ Erlangs

$$A_1 \geq 2A_2$$

$$A = h \times \lambda \quad \square \quad \lambda = A/h = \frac{A \times 60}{1,76}$$

$$\lambda_1 = 2832,95 \quad \text{chamadas/hora}$$

$$\lambda_2 = 1295,45 \times 2 = 2590,9 \quad \text{chamadas/hora}$$

- Fator de Degradação “Trunking”

$$\eta_e = \frac{2832,95 - 2590,90}{2832,95} = 8,5$$

□ A degradação da eficiência “Trunking” diminui quando a probabilidade de Bloqueio aumenta.

□ Quando o número de operadoras por mercado aumenta, a degradação também aumenta

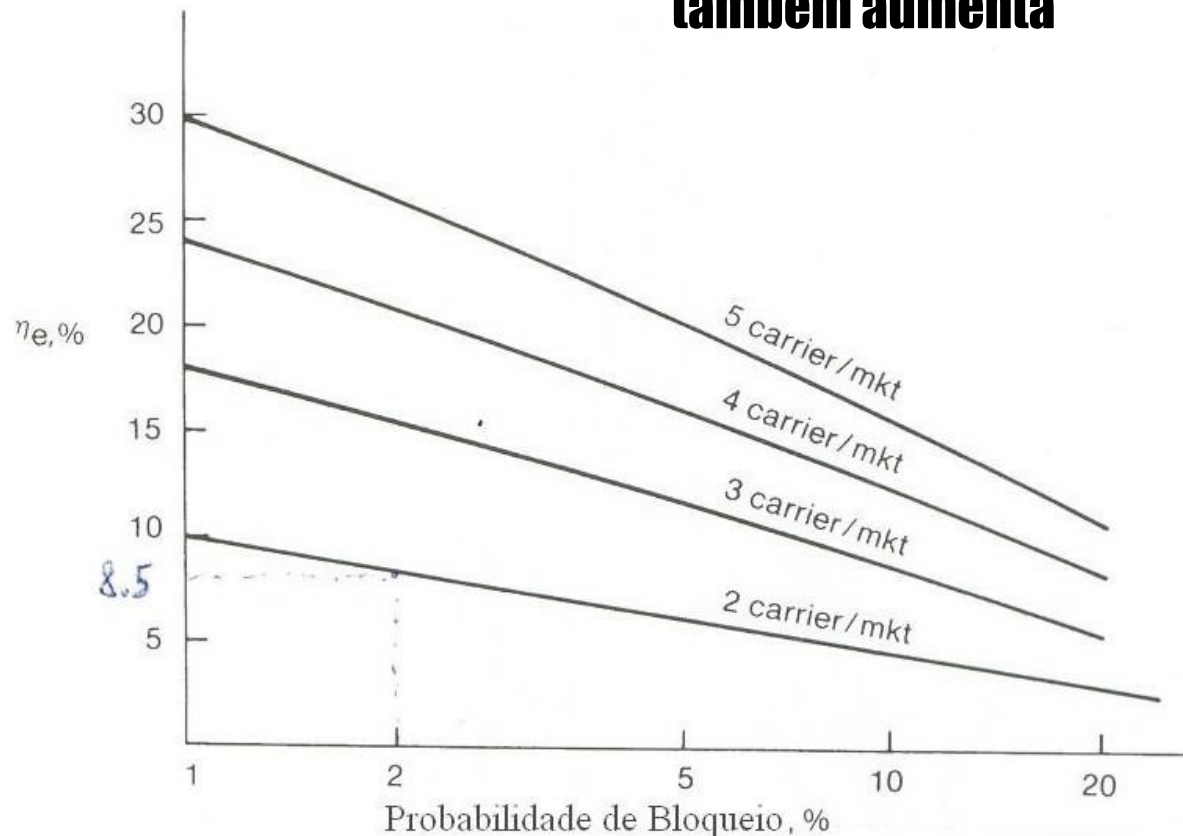


Figure 1.2 Degradação da eficiência "trunking" - Lee, 1995

EXERCÍCIO

- Uma área urbana tem uma população de 2 milhões de residentes. Três redes celulares troncalizadas (sistemas A, B, e C) fornecem serviço celular nesta área. O sistema A tem 394 células com 19 canais cada, o sistema B tem 98 células com 57 canais cada, e o sistema C tem 49 células com 100 canais cada. Ache o número de usuários que podem ser suportados com uma taxa de 2% de bloqueio, sabendo que cada usuário faz em média 2 chamadas por hora com duração média de 3 minutos por chamada. Assumindo que todos os três sistemas troncalizados estão operando em sua capacidade máxima, calcule a porcentagem de penetração no mercado de cada provedor de serviço celular.

Solução

Sistema A

Dado:

Probabilidade de bloqueio = 2% = 0,02

Número de canais por célula, $m = 19$

Intensidade de tráfego por usuário, $A_u = \lambda h = 2 \times (3/60) = 0,1$
Erlangs

Para $GoS = 0,02$ e $m = 19$, pelo gráfico de Erlang B, $A = 12$ Erlangs

Então, o número de usuários que podem ser atendidos por célula será:

$$k = A / A_u = 12 / 0,1 = 120 \text{ usuários}$$

Como o sistema A tem 394 células, o número total de usuários suportados no sistema A será $120 \times 394 = 47280$ usuários.

Sistema B

Dado:

Probabilidade de bloqueio = 2% = 0,02

Número de canais por célula, $m = 57$

Intensidade de tráfego por usuário, $A_u = \lambda h = 2 \times (3/60) = 0,1$
Erlangs

Para $\text{GoS} = 0,02$ e $m = 57$, pelo gráfico de Erlang B, $A = 45$ Erlangs

Então, o número de usuários que podem ser atendidos por célula será:

$$k = A / A_u = 45 / 0,1 = 450 \text{ usuários}$$

Como o sistema B tem 98 células, o número total de usuários suportados no sistema B será $450 \times 98 = 44100$ usuários.

Sistema C

Dado:

Probabilidade de bloqueio = 2% = 0,02

Número de canais por célula, $m = 100$

Intensidade de tráfego por usuário, $A_u = \lambda h = 2 \times (3/60) = 0,1$
Erlangs

Para $GoS = 0,02$ e $m = 100$, pelo gráfico de Erlang B, $A = 88$ Erlangs

Então, o número de usuários que podem ser atendidos por célula será:

$$k = A / A_u = 88 / 0,1 = 880 \text{ usuários.}$$

Como o sistema C tem 49 células, o número total de usuários suportados no sistema C será $880 \times 49 = 43120$ usuários.

O número total de usuários suportados nestes três sistemas será $47280 + 44100 + 43120 = 134500$

Dado que a população total de residentes é de 2 milhões e o número de usuários suportados pelo Sistema A é igual a 47280, a porcentagem de penetração no mercado é de $47280/2000000 = 2,36\%$

Similarmente para o Sistema B:

$$44100/2000000 = 2,205\%$$

e para o Sistema C:

$$43120/2000000 = 2,156\%.$$

A penetração de mercado dos três sistemas em conjunto é de $134500/2000000 = 6,725\%$

EXERCÍCIO

- Uma certa cidade tem uma área de 1.300 milhas quadradas e é coberta por um sistema celular usando frequência de reuso 7. Cada célula tem um raio de 4 milhas e a cidade alocou 40MHz do espectro com canais full duplex com banda de 60kHz. Assuma um GoS de 2% para um sistema Erlang B específico. Se o tráfego por usuário for 0,03 Erlangs, calcule (a) o número de células na área de serviço, (b) o número de canais por célula, (c) a intensidade de tráfego de cada célula, (d) a intensidade máxima de tráfego no sistema, (e) o número total de usuários que podem ser atendidos para um GoS de 2%, (f) o número de usuários por canal, e (g) o número máximo teórico de usuários que poderiam ser atendidos de uma só vez no sistema.

Solução

(a) Dado:

Área total de cobertura = 1300 milhas²

Raio da célula = 4 milhas

A área da célula (hexagonal) é $2,5981R^2$, então cada célula cobre $2,5981 \times (4)^2 = 41,57$ milhas².

Logo, o número total de células será $1300/41,57 = 31$ células

(b) O número total de canais por célula = espectro alocado / (banda do canal x fator de frequência de reuso) = $40.000.000 / (60.000 \times 7) = 95$ canais por célula.

(c) Dado:

$m = 95$, e $\text{GoS} = 0,02$

Do gráfico de Erlang B, $A = 84$ Erlangs/célula.

- (d) Máxima intensidade de tráfego do sistema = número de células x intensidade de tráfego por célula = $31 \times 84 = 2604$ Erlangs.
- (e) Dado tráfego por usuário = 0,03 Erlangs
O número total de usuários = tráfego total/tráfego por usuário = $2604/0,03 = 86.800$ usuários
- (f) Número total de usuários por canal = número de usuários/número de canais
 $= 86.800/666 = 130$ estações móveis/canal
- (g) O máximo teórico de usuários atendidos no sistema é o número de canais disponíveis no sistema (todos os canais ocupados) = $95 \times 31 = 2945$ usuários

EXERCÍCIO

- Um sistema com fator de reuso 4 tem células hexagonais com raio de 1,387 km. Um total de 60 células são usadas no sistema. Se a carga por usuário é de 0,029 Erlangs, e $\lambda = 1$ chamadas/ hora, calcule o que se pede para um **sistema Erlang C** com GoS= 5 %:
 - (a) Quantos usuários por km² o sistema suporta;
 - (b) Qual a probabilidade de uma chamada ter que esperar mais de 10s na fila?
 - (c) Qual a probabilidade de uma chamada ser atrasada por mais de 10 segundos?

Solução

Dado:

Raio da célula = 1,387 km

Área coberta por célula = $2,598 \times (1,387)^2 = 5 \text{ km}^2$

Número de células por cluster = 4

Número total de canais = 60

Número de canais por célula = $60/4 = 15$ canais

(a) Do gráfico de Erlang C, para um GoS de 5% com $m = 15$, $A = 9$ Erlangs.

Então, número de usuários = intensidade total de tráfego / tráfego por usuário = $9/0,029 = 310$ usuários

$310 \text{ usuários}/5 \text{ km}^2 = 62 \text{ usuários/km}^2$

(b) Dado $\lambda = 1$, holding time $= H = A_u / \lambda = 0,029$ hora = 104,4 segundos.

A probabilidade da chamada em fila esperar mais de 10 segundos será

$$\begin{aligned} P[\text{espera} > t / \text{há espera}] &= \exp(-(C - A) t / H) \\ &= \exp(-(15 - 9) 10 / 104,4) = 56,29\% \end{aligned}$$

(c) Dado $\text{GoS} = 5\% = 0,05$

A probabilidade de uma chamada tenha que esperar por mais de 10 segundos,

$$\begin{aligned} P[\text{espera} > 10] &= P[\text{espera} > 0] P[\text{espera} > t / \text{há espera}] \\ &= 0,05 \cdot 0,5629 = 2,81\% \end{aligned}$$

Efeito do Handoff

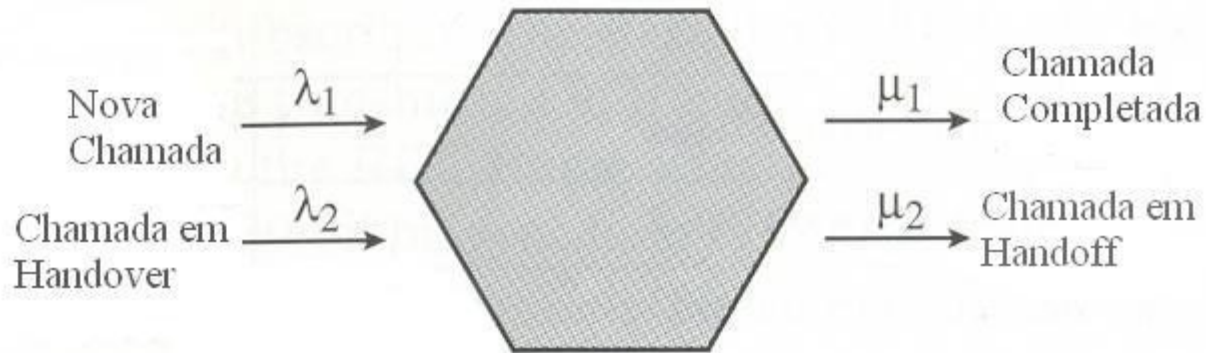


Figure 10.10 Modelo de Tráfego na Célula - Stallings, 2002

- A taxa de chegadas da célula apresenta dois componentes: novas chamadas (λ_1), e as chamadas em handover entrando na célula enquanto conectadas (λ_2). A taxa total de chegada é dada por

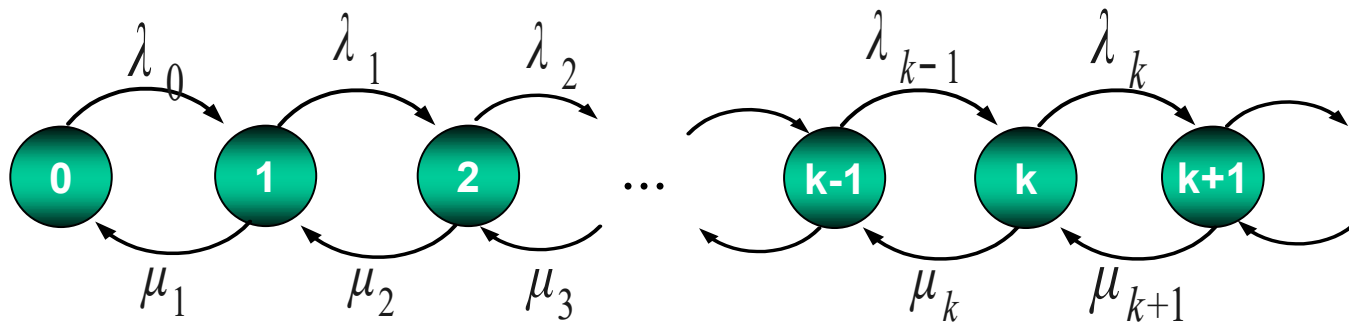
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

Similarmente, a taxa de chamadas completadas será as chamadas completadas mais as chamadas em andamento que deixam a célula.

SLIDES ADICIONAIS

BCH (*Blocked Calls Held*)

- Em processo de nascimento-morte pode ser representado por meio de um diagrama de taxas de transição de estados



- Sendo $p_k(t)$ a probabilidade do sistema estar no estado S_k no instante t , pode-se escrever a seguinte relação:
- Probabilidade de chegar no estado $S_k = [\lambda_{k-1} p_{k-1}(t) + \mu_{k+1} p_{k+1}(t)] dt$
- Probabilidade de sair do estado $S_k = [\lambda_k + \mu_k] dt p_k(t)$

BCH (*Blocked Calls Held*)

- A diferença entre essas duas probabilidades é igual a probabilidade diferencial $dp_k(t)$
- Com t tendendo ao infinito, o sistema tende ao equilíbrio, fazendo com que $dp_k(t)/dt$ seja zero. Então

$$[\lambda_{k-1} p_{k-1} - \mu_k p_k] = 0, \quad k \geq 1$$

- Ou seja, no equilíbrio, a taxa de chegada é igual a taxa de saída de um estado para o outro
- Escrevendo essa igualdade para $k = 0, 1, 2, \dots$ e observando que a soma das probabilidades p_k tem ser igual a 1, obtem-se

$$p_k = p_0 \prod_{i=0}^{k-1} \lambda_i / \mu_{i+1} \quad \text{onde} \quad p_0 = \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{k-1} \lambda_i / \mu_{i+1} \right]^{-1}$$

BCH (*Blocked Calls Held*)

- Logo,
$$p_k = \frac{A^k}{k!} \exp[-A]$$
- Onde $A = \lambda / \mu$ é o tráfego oferecido em Erlangs.
- Assuma que o sistema tem N canais (N servidores) e que as chegadas, ocorrendo quando todos os N canais estão ocupados, permanecem no sistema por um periodo de espera.
- A probabilidade de bloqueio neste caso é:

$$P_b = \sum_{k=N}^{\infty} \frac{A^k}{k!} \exp[-A]$$