



# **Experimento 7**

## Laboratório de Circuitos Elétricos

<b>Autoria</b>	<b>Matrícula</b>
Pedro Henrique Dornelas Almeida	18/0108140

Engenharia de Redes de Comunicação  
Universidade de Brasília

18 de abril de 2021

# 1 Plataforma Utilizada

Tina-TI: versão 9.2.30.221 SF-TI

# 2 Procedimento Experimental

Valores utilizados:

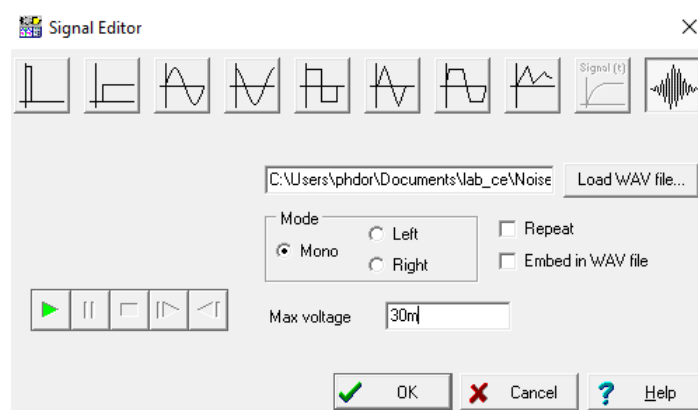
$$R1 = 1k\Omega, R2 = 1,5k\Omega$$

$$C1 = 100nF, C2 = 100nF$$

$$V_{pp} = 1V, f_0 = 1kHz$$

## Atividade 0

Aqui configuramos uma fonte de ruído da seguinte maneira:



Fonte de Ruído

## Atividade 1

Aqui devemos fazer a configuração do ambiente para realizar o experimento, assim, foi feito assim como a figura abaixo:

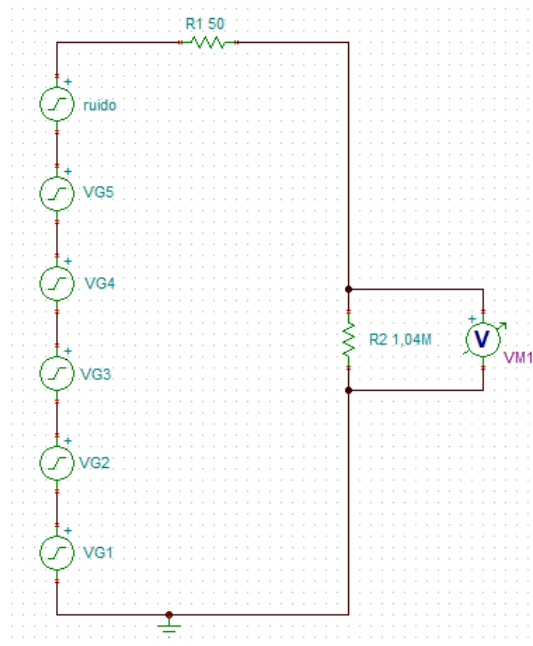


Figura 1: Esquemático

As fontes foram configuradas da seguinte maneira:

**Fonte VG1:**

- Amplitude(V): 1
- Nível DC(V): 0
- Frequência(Hz): 60
- Fase( $^{\circ}$ ): 30

**Fonte VG2:**

- Amplitude(V): 2
- Nível DC(V): 0
- Frequência(Hz): 120
- Fase( $^{\circ}$ ): 45

**Fonte VG3:**

- Amplitude(V): 3

- Nível DC(V): 0
- Frequência(Hz): 180
- Fase( $^{\circ}$ ): 55

**Fonte VG4:**

- Amplitude(V): 4
- Nível DC(V): 0
- Frequência(Hz): 240
- Fase( $^{\circ}$ ): 70

**Fonte VG5:**

- Amplitude(V): 5
- Nível DC(V): 0
- Frequência(Hz): 300
- Fase( $^{\circ}$ ): 0

**T1a)**

Aqui devemos encontrar a frequência fundamental e o período do sinal resultante da somatória das 5 fontes com as frequências:

$$\begin{aligned}f_1 &= 60Hz, f_2 = 120Hz \\f_3 &= 180Hz, f_4 = 2400Hz \\f_5 &= 300Hz\end{aligned}$$

Então a frequência fundamental é dada pelo máximo divisor comum entre todas, esta é dada por:

$$f = 60Hz$$

Logo, o período do sinal resultante é de:

$$T = \frac{1}{60} = 16,66ms$$

## Atividade 2

Neste momento devemos observar o que acontece quando ativamos o circuito, então foi possível obter a seguinte curva:

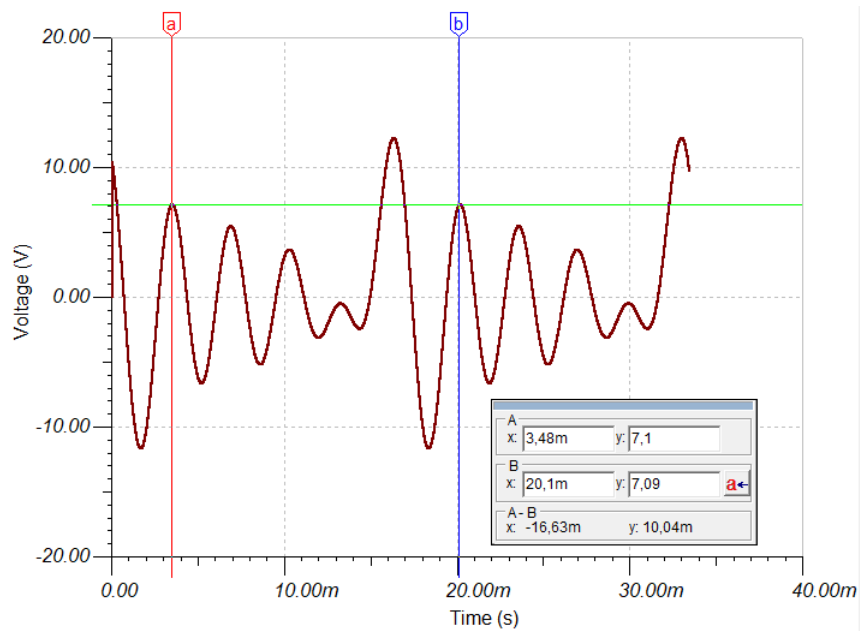


Figura 2: Curvas

Então, foi possível anotar na tabela P.1 a frequência fundamental observada no sinal.

## Atividade 3

Aqui devemos observar o espectro do sinal gerado que será estudado. Para isso foi gerado o seguinte espectro:

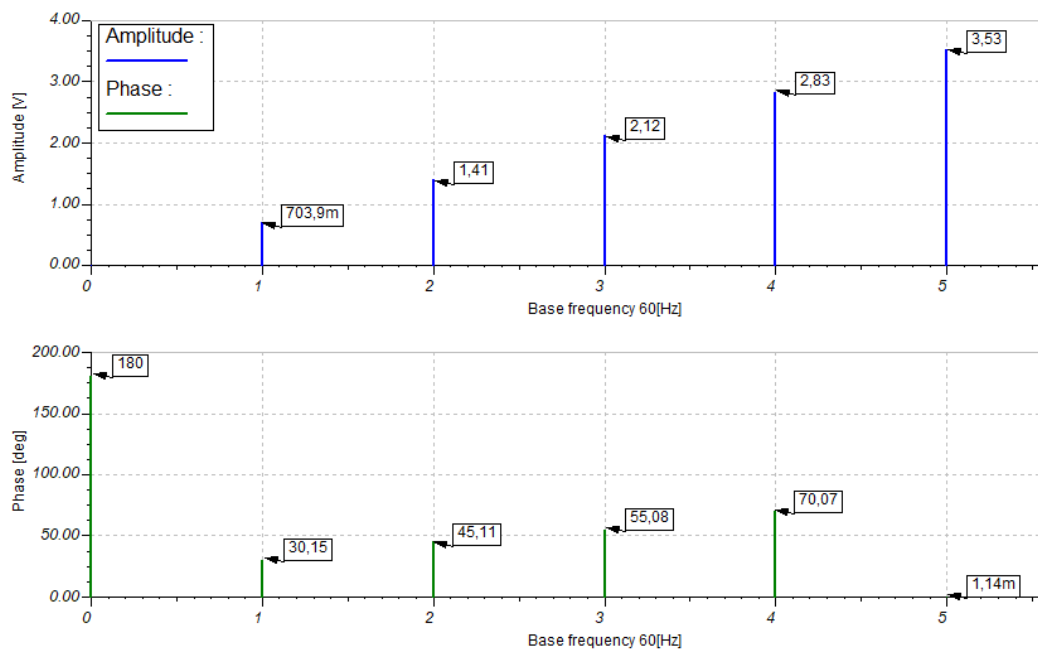


Figura 3: Curvas

E então foi possível preencher a tabela P.1 com os valores experimentais obtidos.

## Atividade 4

Neste momento devemos montar o circuito assim como a figura F.2 presente no roteiro do experimento e configurar o amplificador operacional assim como o experimento 7. Assim, foi possível obter o seguinte ambiente:

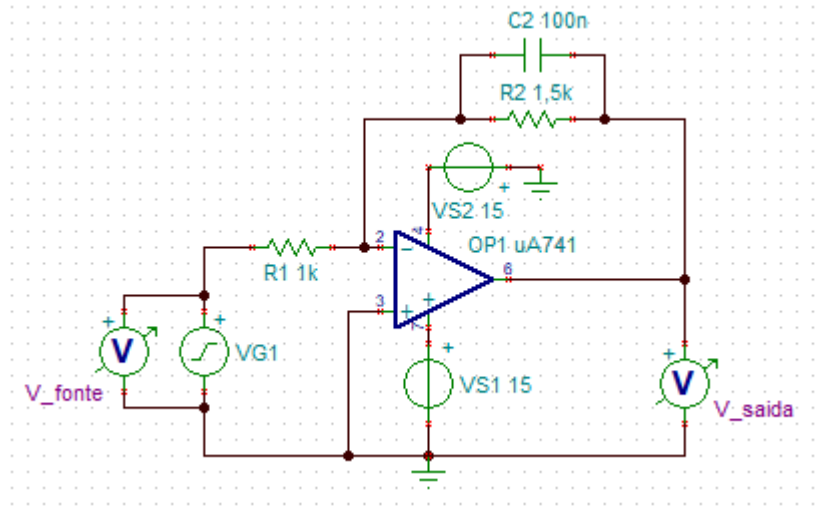


Figura 4: Esquemático

**T4a)**

A onda quadrada pode ser dada pela seguinte definição:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{V_{pp}}{2}, & T_0 < t < \frac{3T_0}{2} \\ -\frac{V_{pp}}{2}, & \frac{3T_0}{2} < t < 2T_0 \end{cases}$$

$V_{pp}$ : tensão de pico

$T_0 = \frac{1}{f_0}$ : período fundamental do sinal.

Agora para achar os coeficientes devemos fazer:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) dt = 0$$

Pois  $x(t)$  é uma função ímpar,  $a_0 = 0$ .

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt = 0$$

Como  $x(t)$  é ímpar e  $\cos(n\omega_0 t)$  é par,  $a_n = 0$ .

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{V_{pp}}{T_0} \left( \int_{T_0}^{\frac{3T_0}{2}} \sin(n\omega_0 t) dt - \int_{\frac{3T_0}{2}}^{2T_0} \sin(n\omega_0 t) dt \right)$$

$$b_n = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{2V_{pp}}{n\pi}, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

Aqui é possível ver que:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \rightarrow A_n = b_n$$

$$\theta_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -90^\circ$$

Dessa forma, é possível calcular a série de fourier trigonométrica:

$$v_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_{pp}}{n\pi} \cos(n\omega_0 t - 90^\circ), & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

#### T4b)

Uma onda triangular pode ser dada pela seguinte definição:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{2V_{pp}}{T_0}t, & T_0 < t < \frac{5T_0}{4} \\ -\frac{2V_{pp}}{T_0}t + V_{pp}, & \frac{5T_0}{4} < t < \frac{7T_0}{4} \\ \frac{2V_{pp}}{T_0}t - 2V_{pp}, & \frac{7T_0}{4} < t < 2T_0 \end{cases}$$

$V_{pp}$ : tensão de pico

$T_0 = \frac{1}{f_0}$ : período fundamental do sinal.

Para achar os coeficientes devemos fazer:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) dt = 0$$

Pois  $x(t)$  é uma função ímpar,  $a_0 = 0$ .

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt = 0$$

Isto acontece por  $x(t)$  ser ímpar e  $\cos(n\omega_0 t)$  ser par.

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

Esta integral é bem extensa, vou ocultar os detalhes, porém, é possível ver que o coeficiente  $A_n$  pode ser dado por:

$$A_n = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{4V_{pp}}{n^2\pi^2}, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$



E que:

$$\theta_n = \begin{cases} -90^\circ, & \text{para } n=1,5,9,\dots \\ 90^\circ, & \text{para } n=3,7,11,\dots \end{cases}$$

Dessa forma, é possível calcular a série de fourier trigonométrica:

$$v_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V_{pp}}{n^2\pi^2} \cos(n\omega_0 t - 90^\circ), & \text{se } n=1,5,9,\dots \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V_{pp}}{n^2\pi^2} \cos(n\omega_0 t + 90^\circ), & \text{se } n=3,7,11,\dots \end{cases}$$

#### T4c)

Aqui é possível utilizar dos itens anteriores para obter a série de fourier trigonométrica dos sinais de saída, e utilizando a equação (7) presente no roteiro, então podemos fazer:

$$v_0(t) = \frac{R2}{R1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n + \pi - \arctan(n\omega_0 R2C2))}{\sqrt{(n\omega_0 R2C2)^2 + 1}}$$

Para obter a forma compacta:

$$A'_n = \frac{R2A_n}{R1\sqrt{(n\omega_0 R2C2)^2 + 1}}$$

$$\theta'_n = \theta_n + \pi - \arctan(n\omega_0 R2C2)$$

Então reduzindo:

$$v_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(n\omega_0 t + \theta'_n)$$

#### T4d)

Da mesma maneira do item anterior, faremos assim como abaixo, apenas lembrando que os valores para  $A_n$  e  $\theta_n$  mudam para os dois casos, então é possível reaproveitar as fórmulas:

$$v_0(t) = \frac{R2}{R1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n + \pi - \arctan(n\omega_0 R2C2))}{\sqrt{(n\omega_0 R2C2)^2 + 1}}$$

Para obter a forma compacta:

$$A'_n = \frac{R2A_n}{R1\sqrt{(n\omega_0 R2C2)^2 + 1}}$$

$$\theta'_n = \theta_n + \pi - \arctan(n\omega_0 R2C2))$$

Então reduzindo:

$$v_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(n\omega_0 t + \theta'_n)$$

## Atividade 5

Neste momento é necessário observar as formas de onda de entrada e saída, puderam ser observadas assim como:

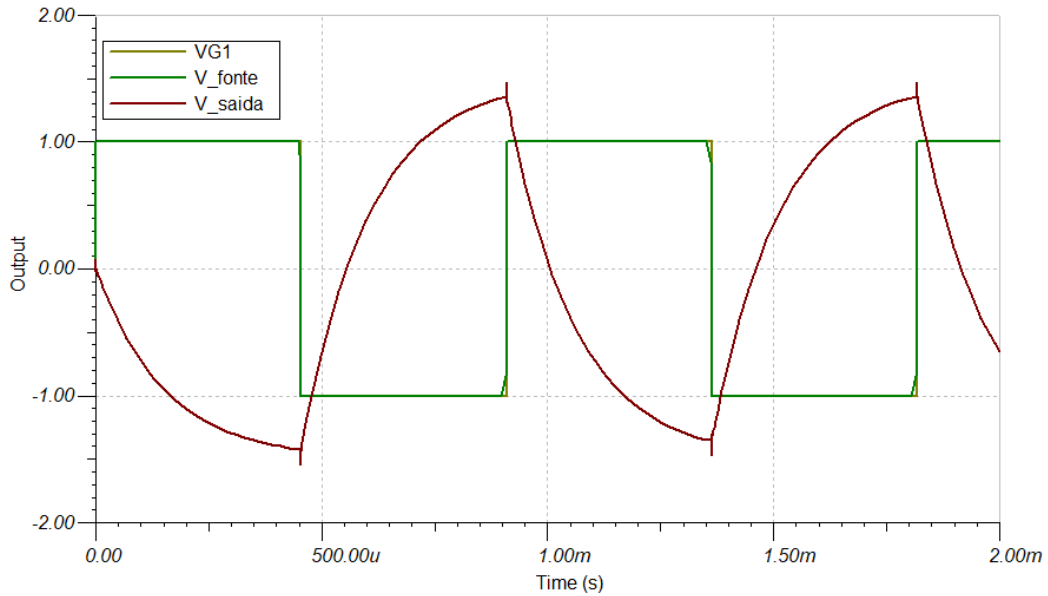


Figura 5: Curvas para entrada como onda quadrada

### A5a)

Foi possível observar algo como uma onda triangular na saída, isso acontece pelo fato de que a organização do circuito permitiu uma integração da onda quadrada na entrada, pelo fato de que como vimos, a integral de uma onda quadrada é uma onda triangular.

Neste momento foi possível também analisar o espectro tanto do sinal de entrada como o de saída, como as seguintes imagens:

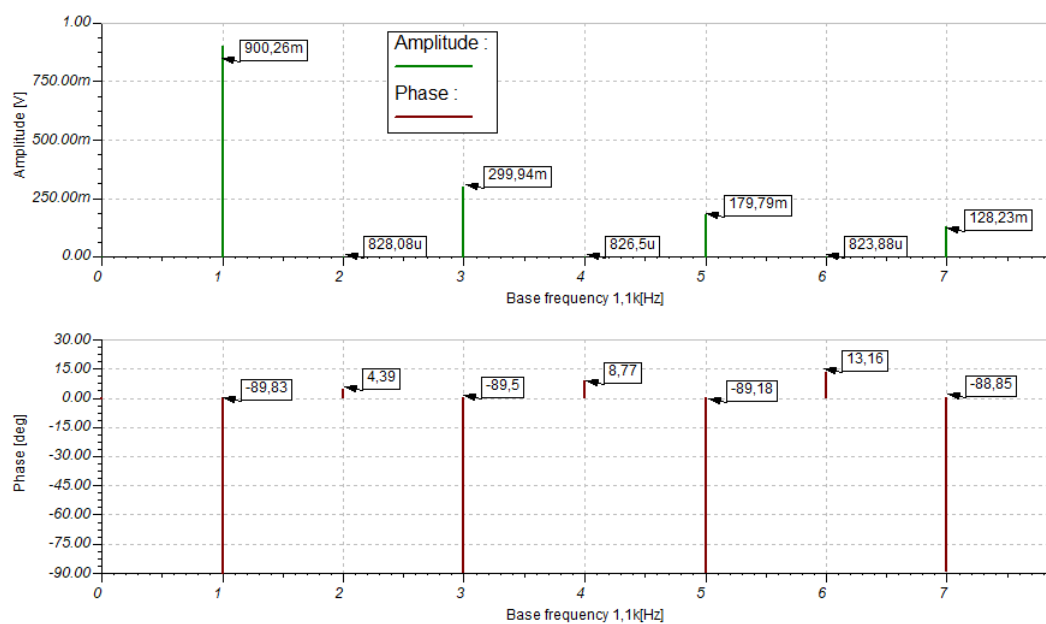


Figura 6a: Espectro entrada - Entrada: Onda Quadrada

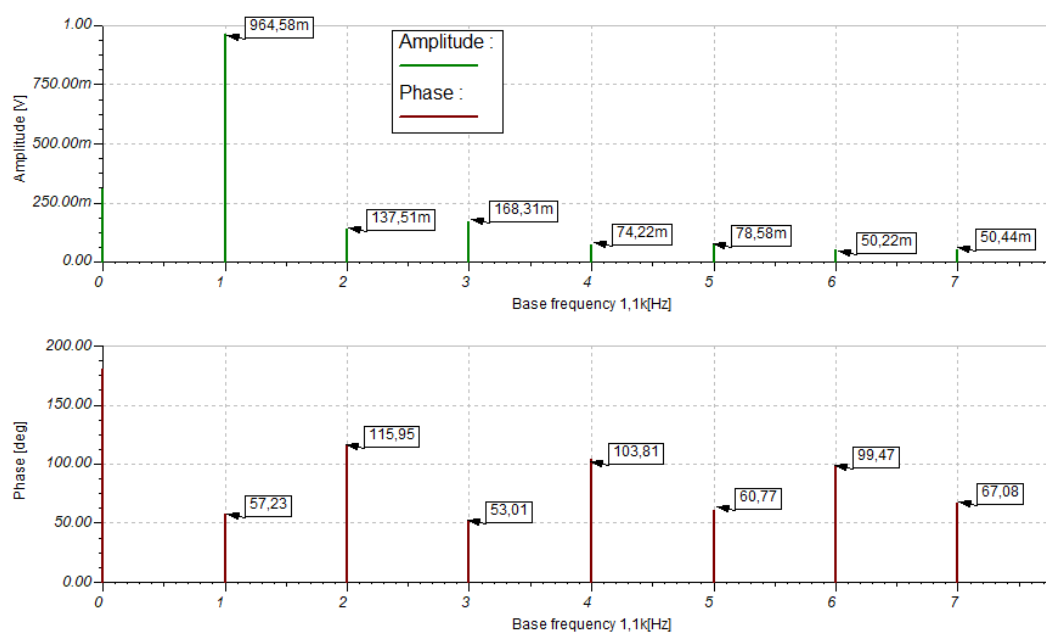


Figura 6b: Espectro saída - Entrada: Onda Quadrada

### A5b)

Foi possível notar que no espectro do sinal de entrada só tinham componentes de amplitude consideráveis nas harmônicas ímpares, já no sinal de saída foi possível ver também componentes de amplitudes consideráveis nas harmônicas pares também, não consegui distinguir uma função clara mas notei esse comportamento. Outro comportamento observado foi o de que mesmo as fases sendo negativas no sinal de entrada, no sinal de saídas, as fases foram positivas.

## Atividade 6

Neste momento alteramos a fonte de entrada para uma onda triangular de média nula, e então, foi possível observar sua curva no tempo:

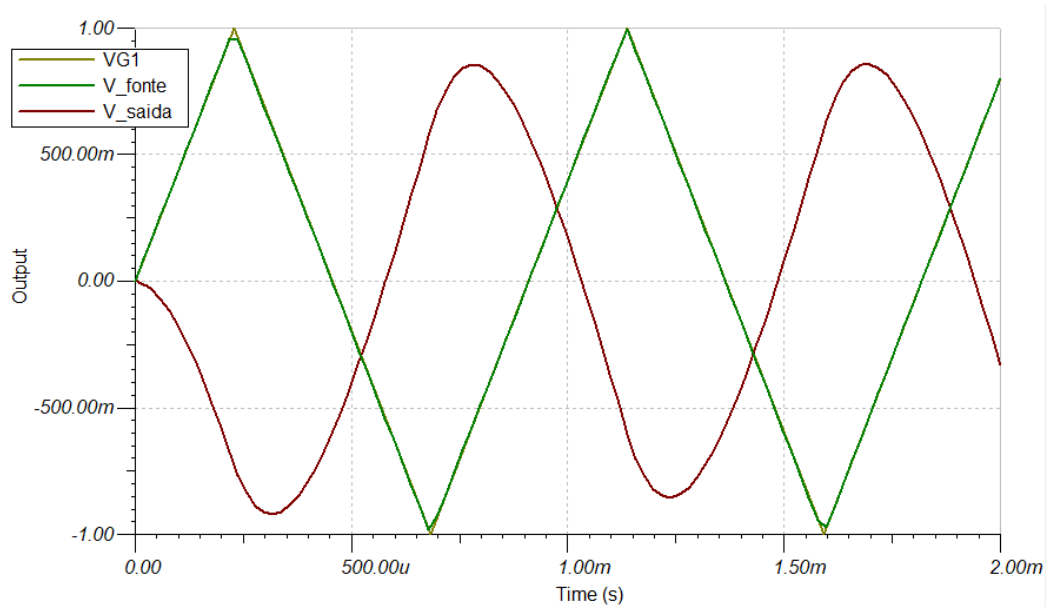


Figura 7: Curvas para entrada onda triangular

Também foi possível observar os espectros de cada uma das ondas de entrada e saída respectivamente:

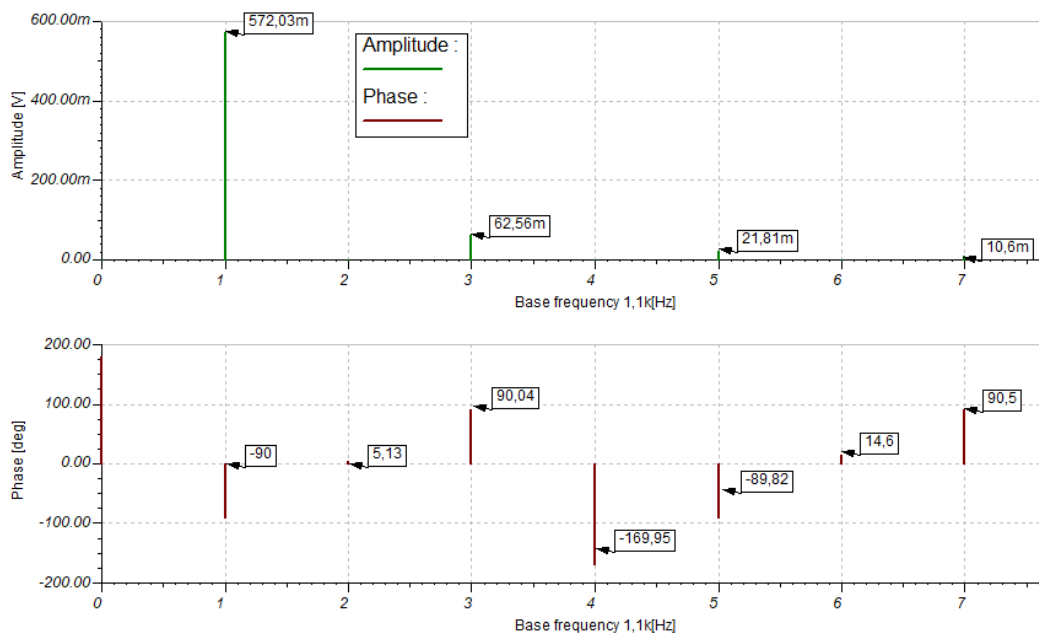


Figura 8a: Espectro entrada - Entrada: Onda Triangular

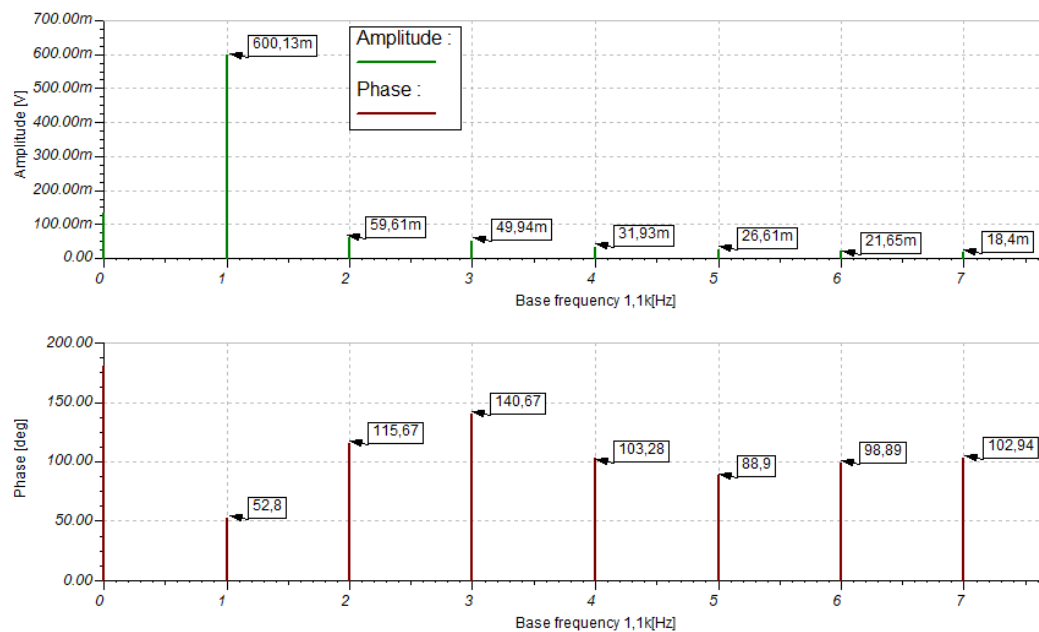


Figura 8b: Espectro saída - Entrada: Onda Triangular

Então foi possível preencher as tabelas P.4 e P.5.

## A6a)

A menos alterada foi quando a onda quadrada foi colocada na entrada do circuito. Isso acontece pelo fato da sua série de fourier, em que os seus coeficientes  $A_n$  são inversamente proporcionais a  $n$ , enquanto na série de fourier da onda triangular, os coeficientes são inversamente proporcionais a  $n^2$ .

## 3 Conclusão

O experimento foi concluído com sucesso, sendo possível observar e estudar como o circuito pôde alterar as componentes tanto em amplitude como em fase do sinal de entrada. Por meio da análise de espectros e também no tempo foi possível observar os sinais e como as suas séries de fourier se davam em um circuito real, podendo ver na prática seus coeficientes sendo alterados pelo circuito e analisar essas mudanças. Também foi possível notar erros nos valores medidos dos calculados, isto porque o sistema contém ruído, o que era de se esperar.

## 4 Tabelas

### Identificação

Turma	Bancada	Matrícula	Nome
6A	2	18/0108140	Pedro Henrique Dornelas Almeida

### Tabelas do Procedimento Experimental

Tabela P.1 – Composição de cossenoides avulsas

Termos	f[hZ]	$V_{RMS}(V)$		Fase(°)	
		Esperada	Medida	Esperada	Medida
DC	0	0	0	—	—
fundamental	Cal.=60Hz   Med.=60,16		0,703	30	30,15
1	60		0,703	30	30,15
2	120		1,41	45	45,11
3	180		2,12	55	55,06
4	240		2,83	70	70,07
5	300		3,53	0	0,001

Tabela P.2 – Espectro de Fourier: **onda quadrada** ímpar

Termos	$V_{RMS}(mV)$		Fase(°)	
	Calculado	Medido	Calculado	Medido
1		900,26	-90	-89,83
3		299,94	-90	-89,5
5		179,79	-90	-89,18
7		128,23	-90	-88,85

Tabela P.3 – Espectro de Fourier: **onda quadrada modificada**

Termos	$V_{RMS}(mV)$		Fase(°)	
	Calculado	Medido	Calculado	Medido
1		964,58		57,23
3		168,31		53,01
5		78,58		60,77
7		50,44		67,08

Tabela P.4 – Espectro de Fourier: **onda triangular** ímpar

Termos	$V_{RMS}(mV)$		Fase(°)	
	Calculado	Medido	Calculado	Medido
1		572,03	-90	-90
3		62,56	90	90,04
5		21,81	-90	-89,82
7		10,6	90	90,5

Tabela P.5 – Espectro de Fourier: **onda triangular modificada**

Termos	$V_{RMS}(mV)$		Fase(°)	
	Calculado	Medido	Calculado	Medido
1		600,13		52,8
3		49,94		140,67
5		26,61		88,9
7		18,4		102,94