

AMOSTRAGEM PERIÓDICA DE SINAIS



GPDS

GRUPO DE PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

Prof. F. Assis

AMOSTRAGEM PERIÓDICA DE SINAIS

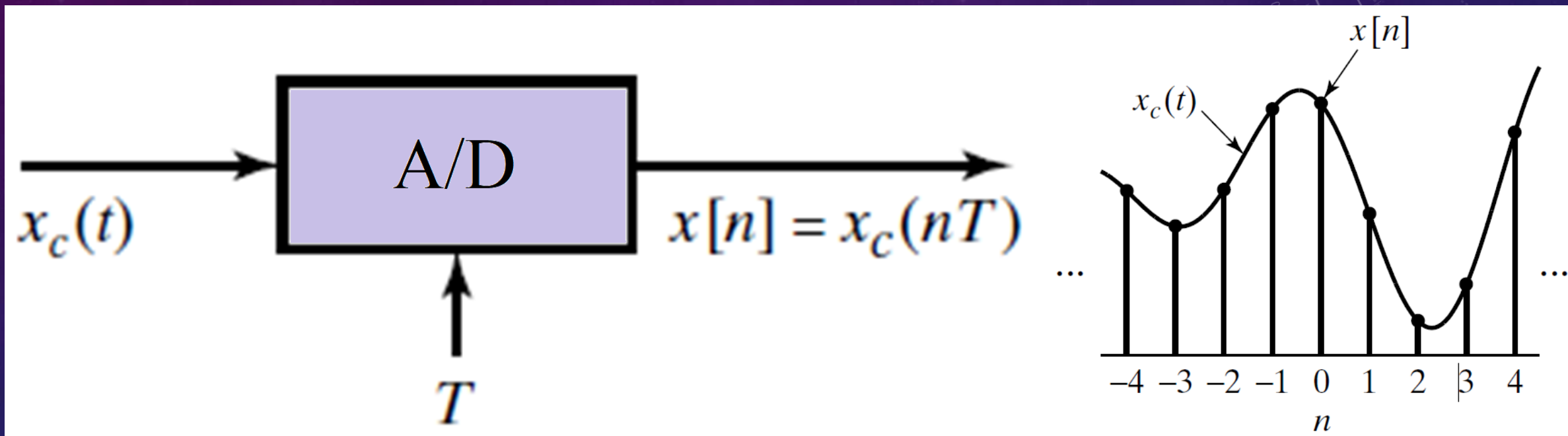
- A grande maioria dos sinais que se tem acesso faz uso da amostragem periódica: por meio de uma taxa de amostragem constante. O que é equivalente a uma frequência de amostragem fixa.

$$T = \frac{1}{f_s} \rightarrow \text{Taxa de amostragem (segundos)}.$$

$$f_s = \frac{1}{T} (\text{Hz}); \Omega_s = 2\pi f_s = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{\text{radianos}}{\text{segundo}} \right) \rightarrow \text{frequência de amostragem}.$$

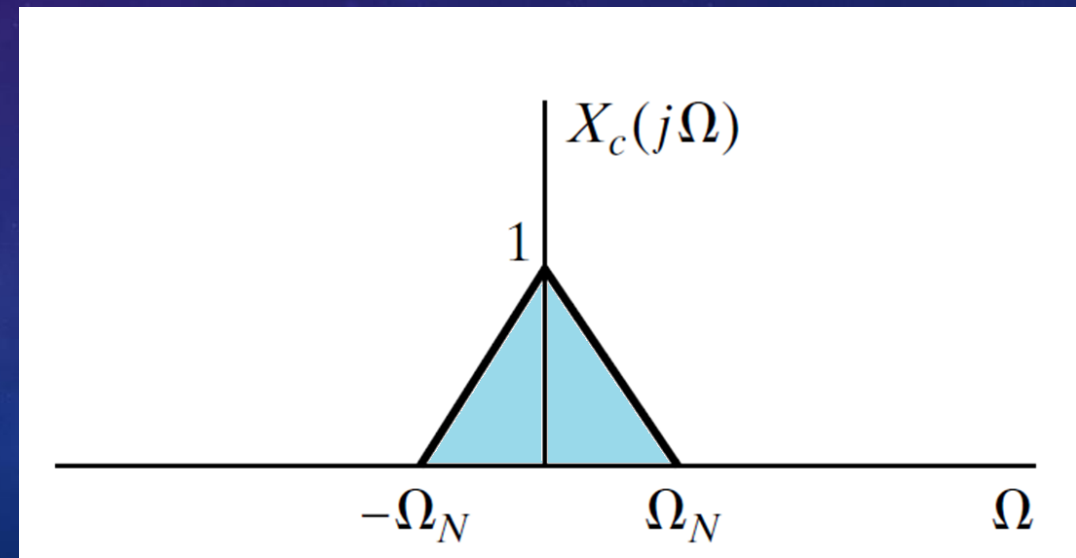
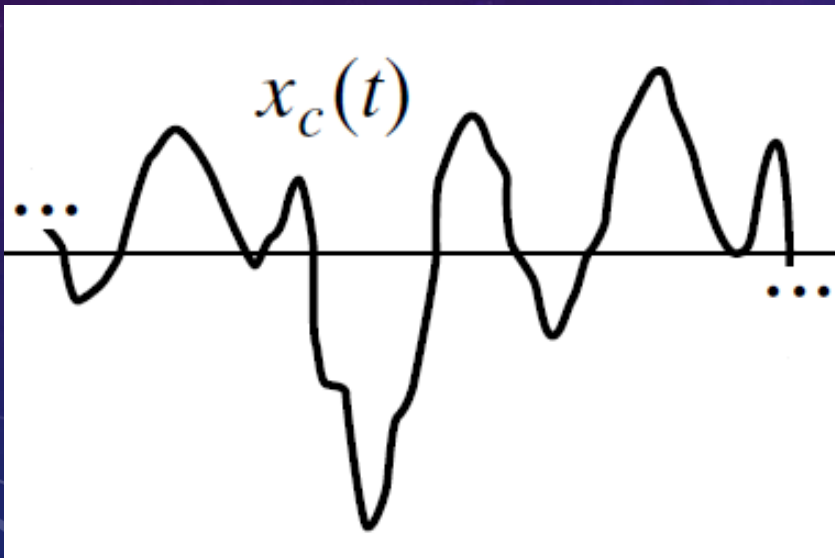
- Em aplicações específicas pode-se ter uma taxa variável de amostragem e a possibilidade de trabalhar com multitaxas de amostragem.

CONVERSÃO ANALÓGICO/DIGITAL



RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Considere um sinal em tempo contínuo **limitado em banda** $x_c(t)$, tal que, a maior componente de frequência de $x_c(t)$ seja $\Omega_N = 2\pi f_N$
- E considere também $X_c(j\Omega)$ a transformada de Fourier em tempo Contínuo do sinal $x_c(t)$ – CTFT (do inglês, Continuous-Time Fourier Transforms).



RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- $x_c(t)$ pode ser representado por meio da Transformada de Fourier em Tempo Contínuo – CTFT (do inglês, Continuous-Time Fourier Transforms)

$$x_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Primeiro passo, vamos discretizar o tempo fazendo $t = nT$ na CTFT

$$x[n] = x_c(nT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega) e^{j\Omega nT} d\Omega$$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Fazendo uma mudança de variável onde $\tau = \Omega T$ e substituindo na CTFT resulta:

$$x[n] = x_c(nT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_c \left(j \frac{\tau}{T} \right) e^{j \frac{\tau}{T} nT} d \left(\frac{\tau}{T} \right)$$

- Observe que a variável τ é uma frequência digital.

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Escrevendo a integral que possui limites infinitos de integração $(-\infty, \infty)$ como uma combinação linear de infinitas integrais de comprimento finito e igual a 2π , obtém-se

$$x[n] = x_c(nT) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{(2k-1)\pi}^{(2k+1)\pi} \frac{1}{T} X_c \left(j \frac{\tau}{T} \right) e^{j\tau n} d\tau$$

- O limites de integração agora são $\tau_1 = (2k - 1)\pi$ e $\tau_2 = (2k + 1)\pi$. Observe que $\tau_2 - \tau_1 = 2\pi$.

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Fazendo uma segunda mudança de variáveis de forma que $\tau = \omega + 2k\pi$ e substituindo na última equação resulta

$$\begin{aligned} x[n] &= x_c(nT) \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{T} X_c \left(j \frac{\omega + 2k\pi}{T} \right) e^{j(\omega + 2k\pi)n} d(\omega + 2k\pi) \end{aligned}$$

- Na nova variável, a integral possui limites de integração de
 $\omega_1 = \tau_1 - 2k\pi = (2k - 1)\pi - 2k\pi = -\pi$
 $\omega_2 = \tau_2 - 2k\pi = (2k + 1)\pi - 2k\pi = \pi$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Invertendo a ordem do somatório com o da integral fica:

$$\begin{aligned} x[n] &= x_c(nT) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c \left(j \frac{\omega + 2k\pi}{T} \right) e^{j\omega n} e^{j2k\pi n} d\omega \end{aligned}$$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Finalmente se tem

$$x[n] = x_c(nT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c \left(j \frac{\omega + 2k\pi}{T} \right) e^{j\omega n} d\omega$$

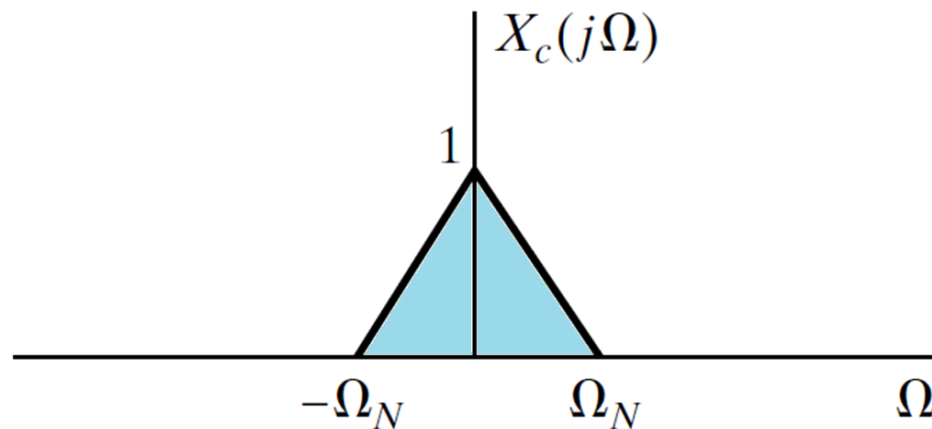
- Comparando a equação resultante da discretização da CTFT com a DTFT

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

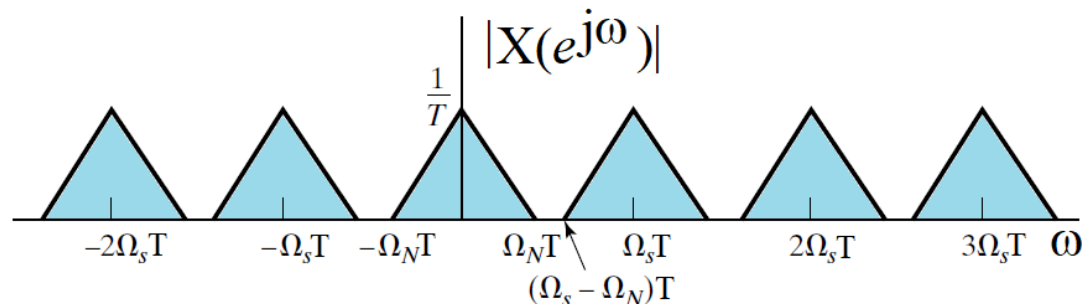
- Verifica-se que
$$\begin{aligned}X(e^{j\omega}) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j \frac{\omega + 2k\pi}{T}\right) \\&= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j \frac{\omega}{T} + j \frac{k2\pi}{T}\right) \\&= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s); \Omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s\end{aligned}$$

Tempo contínuo



RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO ↔ E TEMPO-DISCRETO

Tempo discreto



- DTFT de sinal digitalizado:
 $x[n] = x_c(nT)$

TEOREMA DE NYQUIST

- Para que não exista superposição de espectros é necessário fazer:

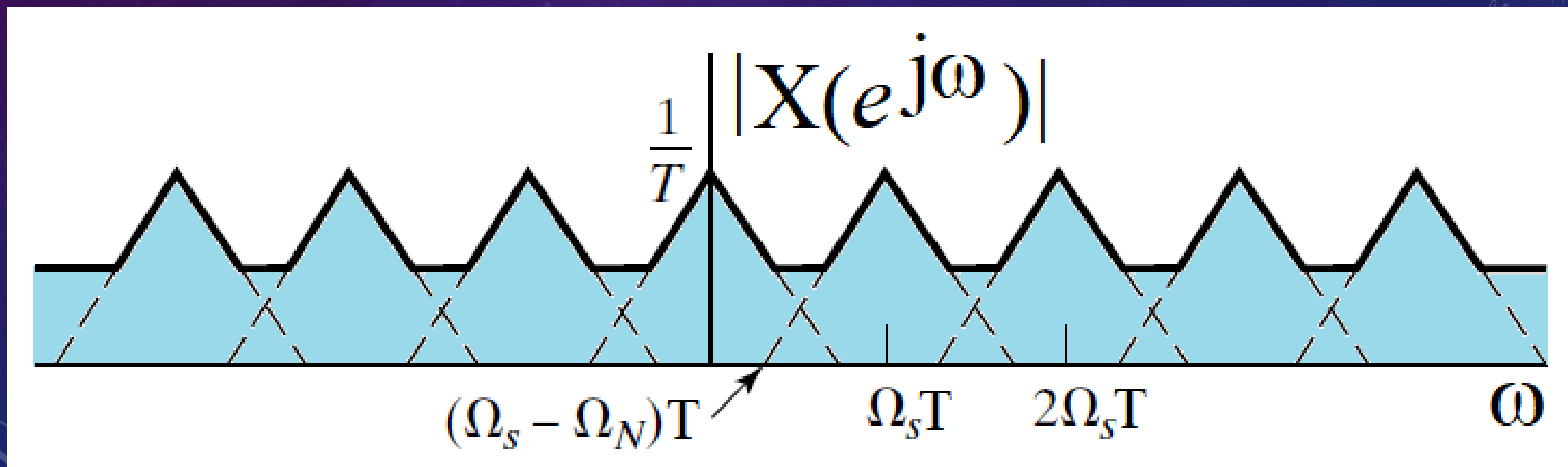
$$\Omega_N T \leq \pi \Rightarrow \Omega_N \frac{1}{f_s} \leq \pi$$

$$f_s \geq \frac{\Omega_N}{\pi} = \frac{2\pi f_N}{\pi}$$

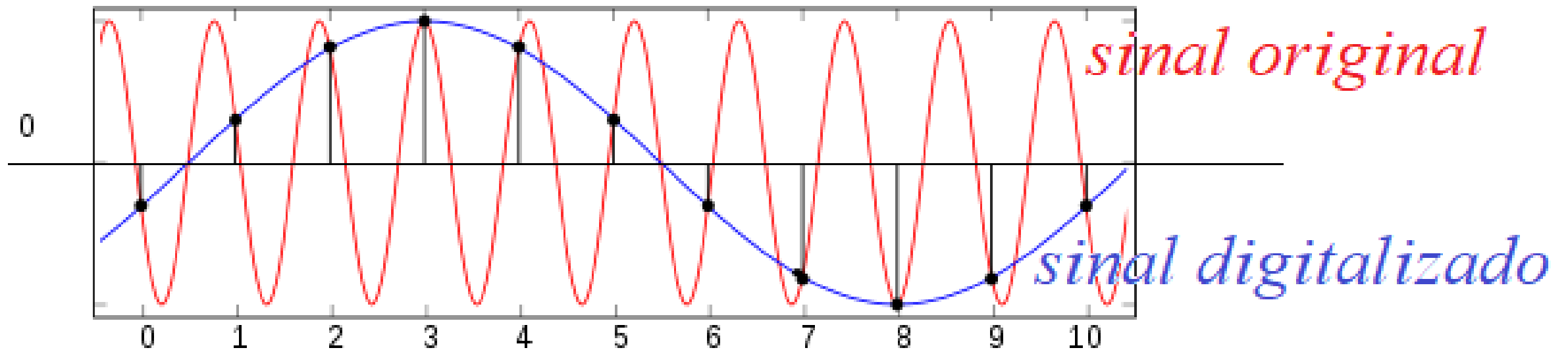
$$f_s \geq 2f_N \quad \Omega_s \geq 2\Omega_N$$

RELAÇÃO ENTRE TEMPO CONTÍNUO E TEMPO-DISCRETO

- Efeito da superposição de espectros:



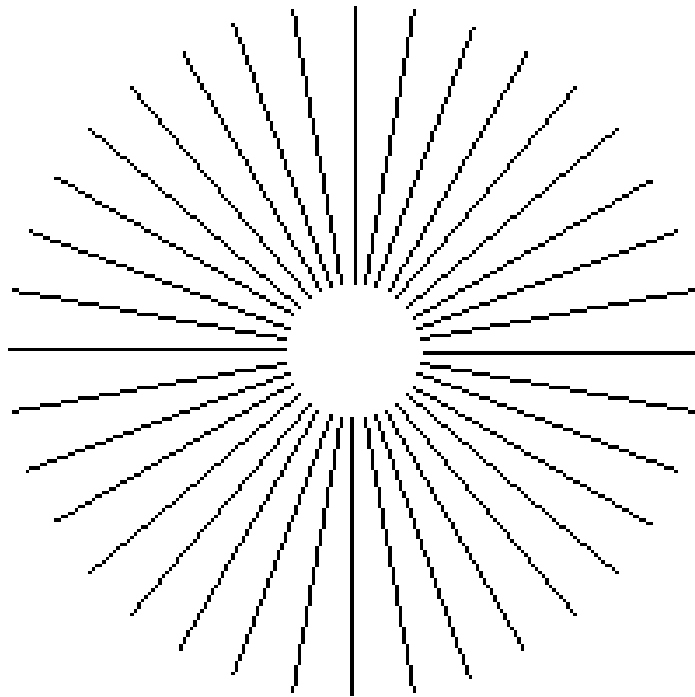
EXEMPLO: EFEITO TEMPORAL DE UM SINAL DIGITALIZADO COM “ALIASING”



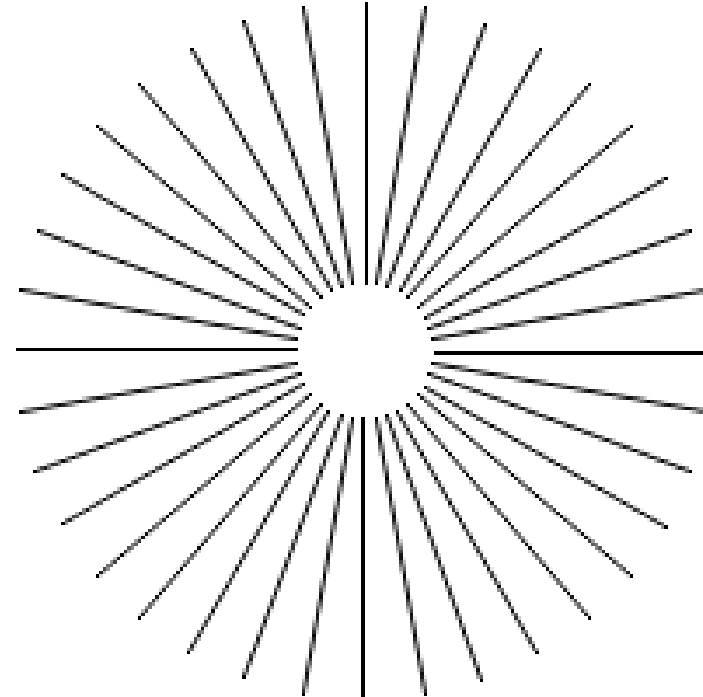
EXEMPLO: EFEITO ESPACIAL DE UM SINAL DIGITALIZADO COM “ALIASING”

Anti-Aliasing Wu Algorithm. Toggle Animation - 'a'. © 2005-06 Suchit.

Normal



Anti-aliased



EXEMPLO: EFEITO ESPACIAL DE UM SINAL DIGITALIZADO COM “ALIASING”



Anti-aliasing Turned ON



Anti-aliasing Turned OFF

EXEMPLO: SINAL DIGITALIZADO COM SUPERPOSIÇÃO DE ESPECTROS

- Sinal com “aliasing”: 

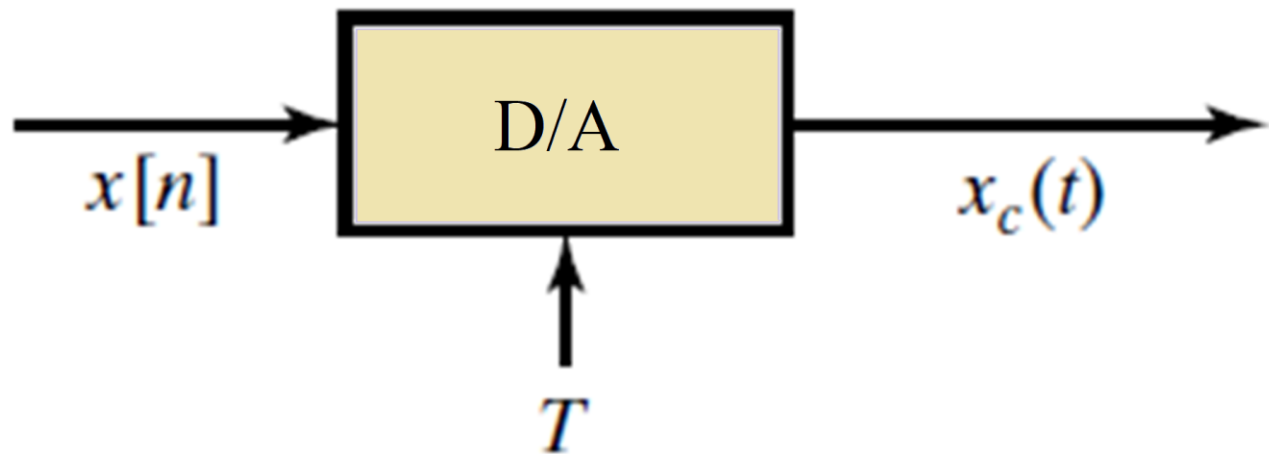
- Sinal filtrado: 

- Aliasing: 

EXEMPLO: EFEITO TEMPORAL/ESPACIAL DE UM SINAL DIGITALIZADO COM “ALIASING”



RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.



RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Obtemos que

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c \left(j \frac{\omega + 2k\pi}{T} \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c \left(j \frac{\omega}{T} + j \frac{2k\pi}{T} \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s); \Omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s \end{aligned}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Fazendo $k = 0$ na expressão obtida para $X(e^{j\omega})$, resulta
- Em termos da frequência digital

$$X_c(j\Omega) = \begin{cases} TX(e^{j\omega}), & -\pi \leq \omega < \pi \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases}$$

- Em termos da frequência analógica

$$X_c(j\Omega) = \begin{cases} TX(e^{j\Omega T}), & -\frac{\pi}{T} \leq \omega < \frac{\pi}{T}, \frac{\pi}{T} = \frac{\Omega_s}{2} \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Aplicando a CTFT inversa em $X_c(j\Omega)$ para a obtenção de $x_c(t)$ obtemos

$$x_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

$$x_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} TX(e^{j\Omega T}) e^{j\Omega t} d\Omega$$

- observe $\frac{\pi}{T} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T} = \pi f_s = \frac{1}{2} (2\pi f_s) = \frac{1}{2} \Omega_s$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Fazendo uma mudança de variável para a frequência digital $\omega = \Omega T$ e substituindo em $x_c(t)$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T X(e^{j\omega}) e^{j\frac{\omega}{T}t} d\left(\frac{\omega}{T}\right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\frac{\omega}{T}t} d\omega \end{aligned}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Observe que $X(e^{j\omega})$ pode ser escrito em termos da DTFT direta

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

- Substituindo a última equação em $x_c(t)$

$$x_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} e^{j\frac{\omega}{T}t} d\omega$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Invertendo a ordem da integral com somatório, obtém-se

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega\left(\frac{t}{T}-n\right)} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{e^{j\omega\left(\frac{t}{T}-n\right)}}{j\left(\frac{t}{T}-n\right)} \bigg|_{-\pi}^{\pi} \end{aligned}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Manipulando analiticamente o resultado, pode-se colocar na forma

$$\begin{aligned}x_c(t) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{e^{j\pi\left(\frac{t}{T}-n\right)} - e^{-j\pi\left(\frac{t}{T}-n\right)}}{j\left(\frac{t}{T}-n\right)} \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{1}{\pi\left(\frac{t}{T}-n\right)} \frac{e^{j\pi\left(\frac{t}{T}-n\right)} - e^{-j\pi\left(\frac{t}{T}-n\right)}}{2j}\end{aligned}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- $x_c(t)$ pode ser representado como:

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\text{sen} \left[\pi \left(\frac{t}{T} - n \right) \right]}{\pi \left(\frac{t}{T} - n \right)} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\text{sen} \left[\frac{\pi}{T} (t - nT) \right]}{\frac{\pi}{T} (t - nT)} \end{aligned}$$

RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- $x_c(t)$ pode ainda ser escrito como:

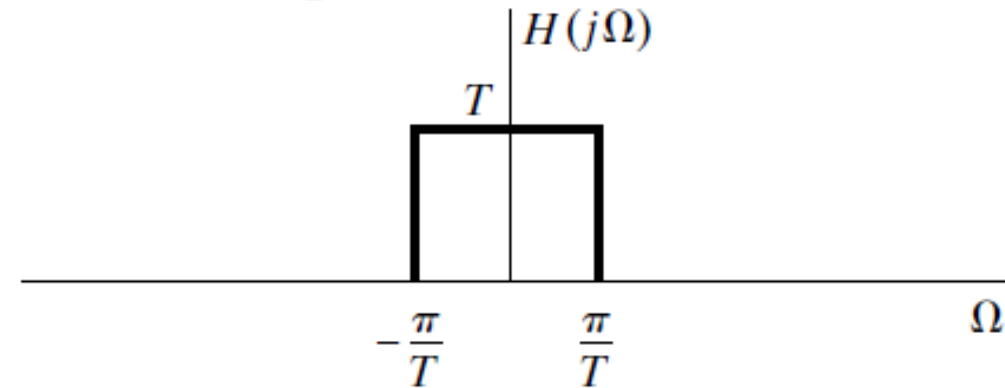
$$\begin{aligned} x_c(t) &= \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT) \right) * h(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] h(t - nT) \end{aligned}$$

- Onde $h(t) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{T}t\right)}{\frac{\pi}{T}t} = \text{sinc}\left(\frac{\pi}{T}t\right)$ é resposta impulsional em tempo contínuo de um filtro interpolador analógico (filtro de reconstrução) denominado: filtro passa-baixas ideal.

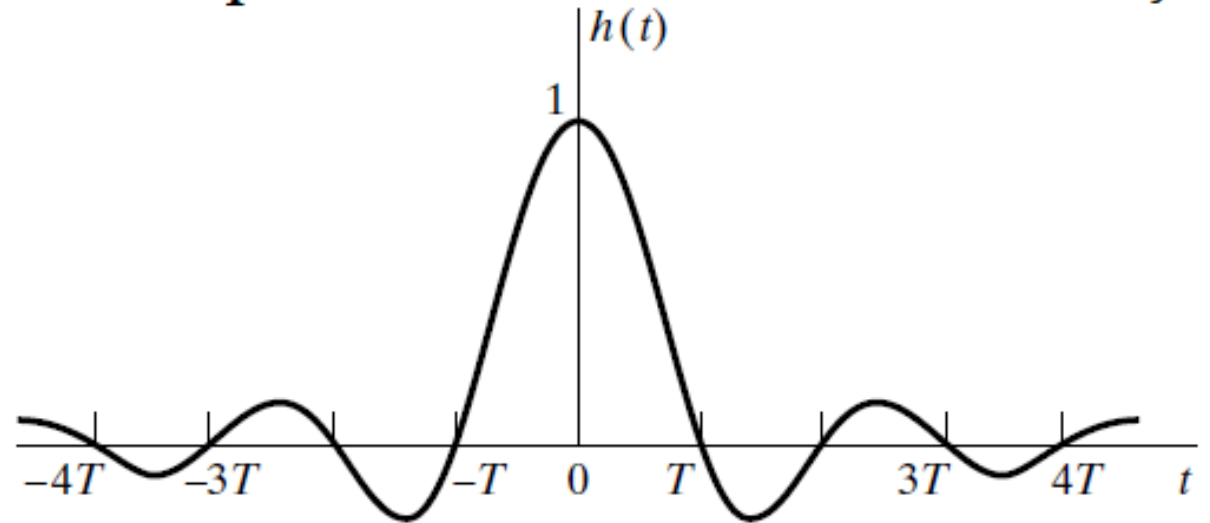
RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- $$\frac{\pi}{T} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T} = \pi f_s = \frac{1}{2} (2\pi f_s) = \frac{1}{2} \Omega_s$$

resposta em frequência do filtro de reconstrução

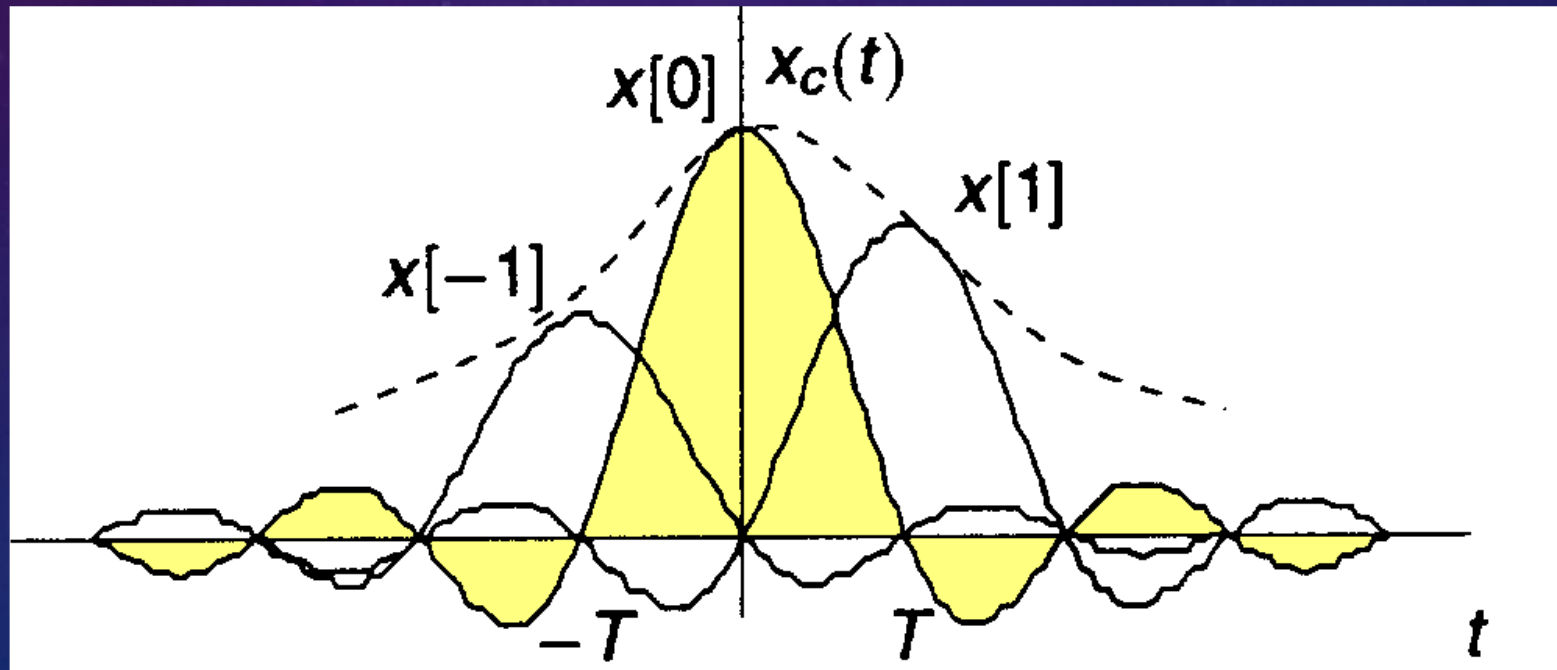


resposta impulsional do filtro de reconstrução



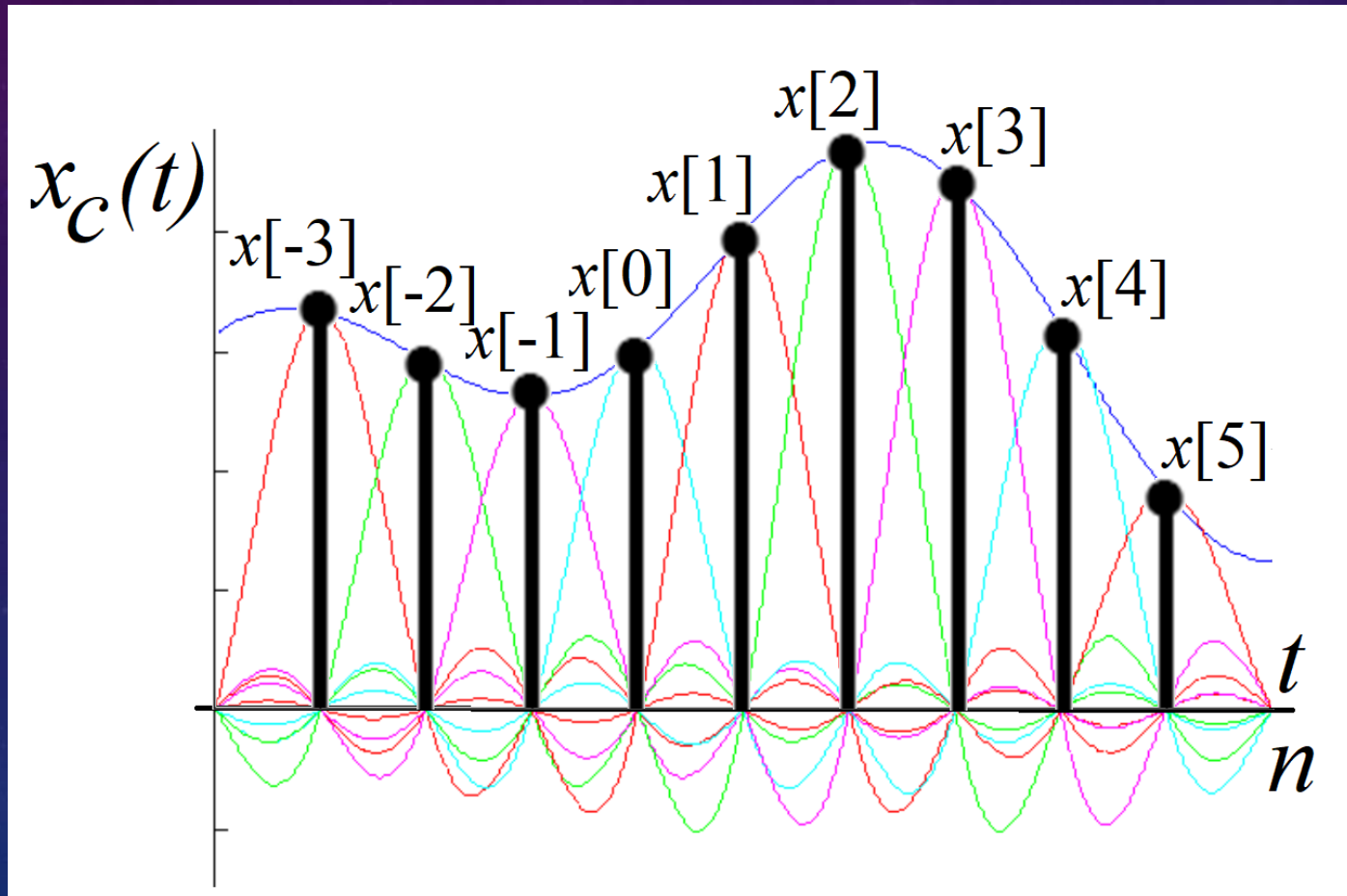
RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Filtro passa baixas ideal: $h(t) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{T}t\right)}{\frac{\pi}{T}t} = \text{sinc}\left(\frac{\pi}{T}t\right)$

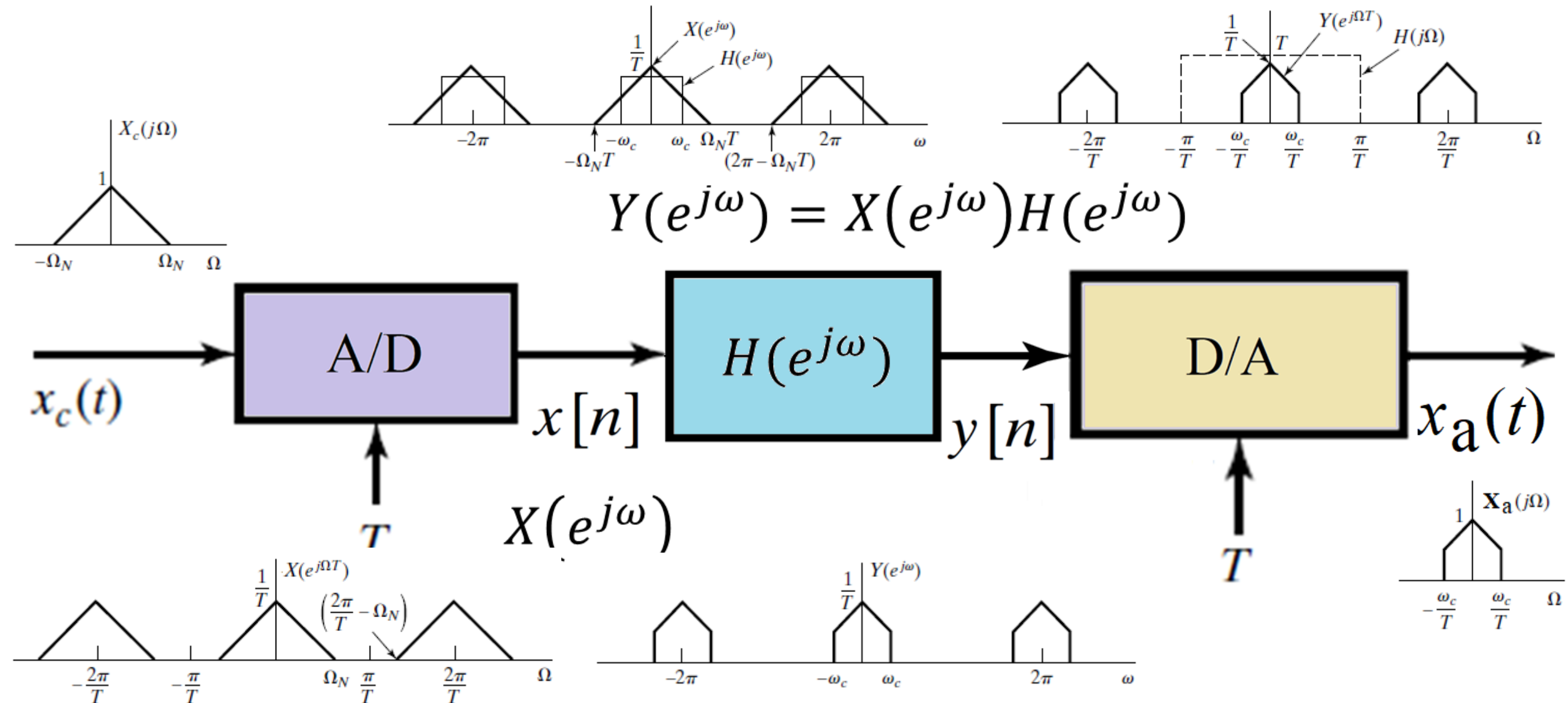


RECUPERAÇÃO DE UM SINAL A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS.

- Construção do sinal $x_c(t)$ pela combinação de funções $\text{sinc}\left(\frac{\pi}{T}t\right)$ deslocadas temporalmente: $\frac{\pi}{T} = \frac{1}{2}\Omega_s = \frac{1}{2}(2\pi f_s)$.

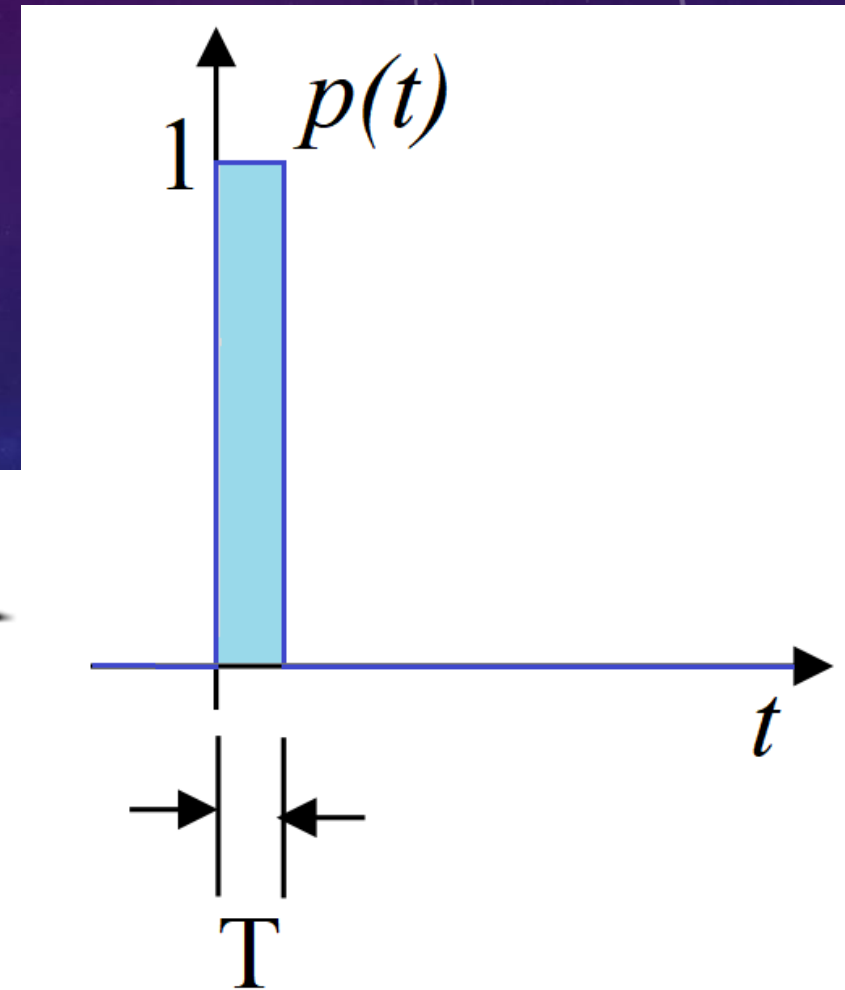
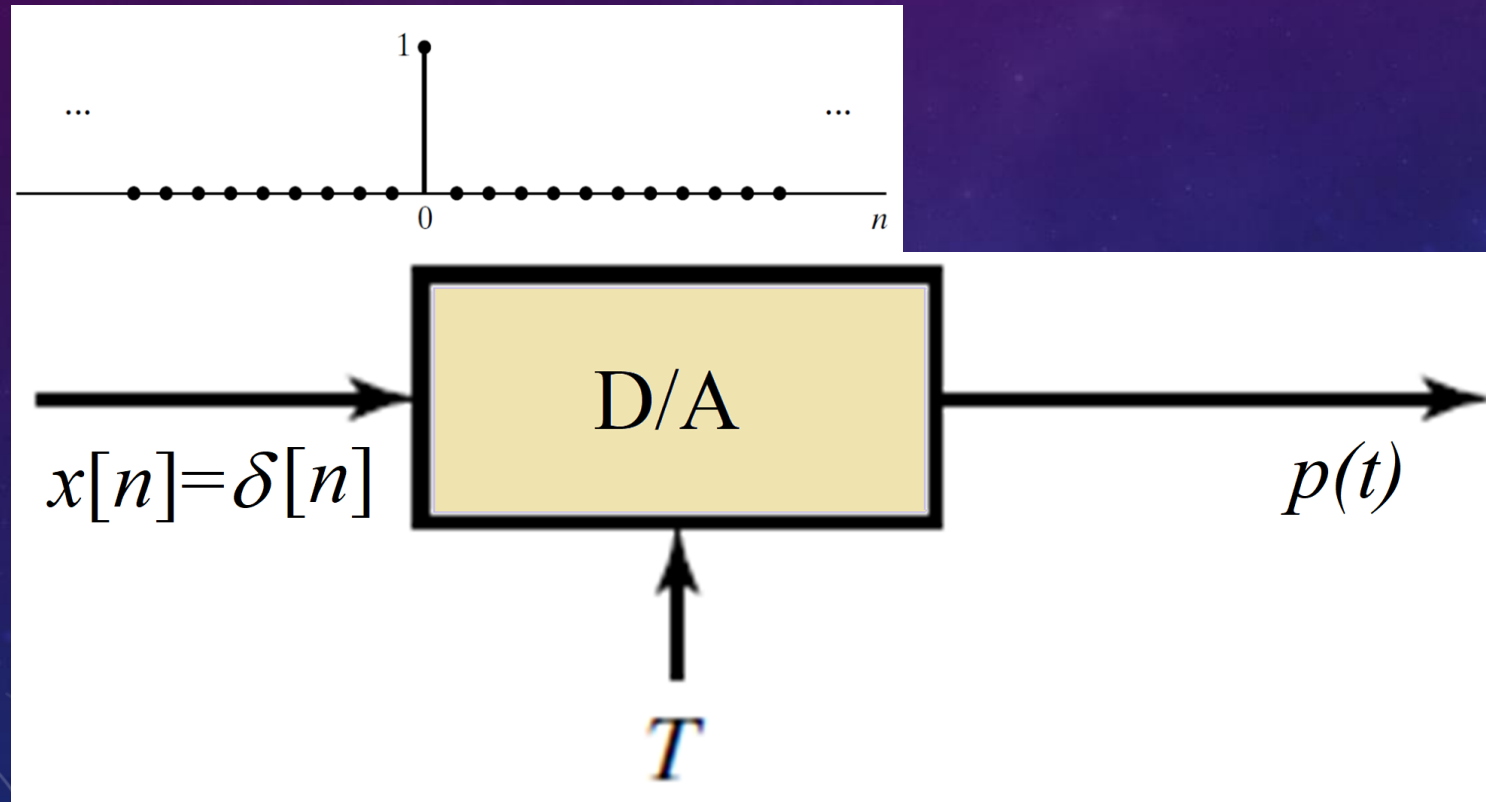


PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS ANALÓGICOS



CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A)

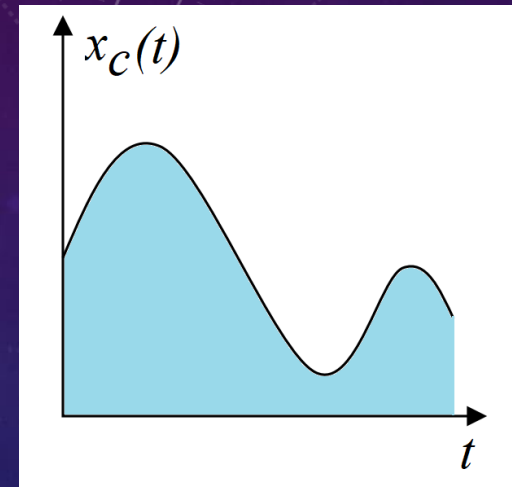
REAL • No mundo real a resposta impulsional do conversor D/A é da forma



CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

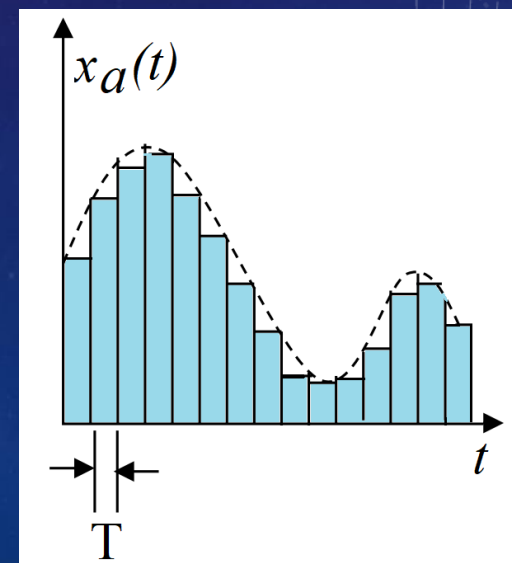
- Construção do sinal de tempo contínuo por meio do uso do filtro passa-baixas ideal:

$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] h(t - nT)$$



- Construção do sinal analógico por meio do uso do filtro passa-baixas **real**:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] p(t - nT)$$



CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

- $x_a(t)$ também pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} x_a(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] p(t - nT) \\ &= \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT) \right) * p(t) \end{aligned}$$

- Tomando a CTFT direta de $x_a(t)$ obtém-se:

$$X_a(j\Omega) = P(j\Omega)X(e^{j\Omega T})$$

CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

- Sabe-se que

$$X(e^{j\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{\substack{k=-\infty \\ P(j\Omega)}}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s); \Omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s$$

- E $P(j\Omega) = \mathcal{F}\{p(t)\}$ (corresponde a CTFT direta de $p(t)$)

$$P(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-j\Omega t} dt = \int_0^T e^{-j\Omega t} dt$$

CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

- Desenvolvendo a solução de $P(j\Omega)$, obtém-se

$$\begin{aligned} P(j\Omega) &= - \left. \frac{e^{-j\Omega}}{j\Omega} \right|_0^T = - \frac{e^{-j\Omega T} - 1}{j\Omega} = \frac{1 - e^{-j\Omega T}}{j\Omega} \frac{e^{j\frac{\Omega T}{2}}}{e^{j\frac{\Omega T}{2}}} \\ &= \frac{e^{j\frac{\Omega T}{2}} - e^{-j\frac{\Omega T}{2}}}{j\Omega} e^{-j\frac{\Omega T}{2}} = \frac{2}{\Omega} \frac{e^{j\frac{\Omega T}{2}} - e^{-j\frac{\Omega T}{2}}}{2j} e^{-j\frac{\Omega T}{2}} \\ &= \frac{\text{sen}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}{\frac{\Omega}{2}} e^{-j\frac{\Omega T}{2}} \end{aligned}$$

CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

- Portanto $X_a(j\Omega) = P(j\Omega)X(e^{j\Omega T})$

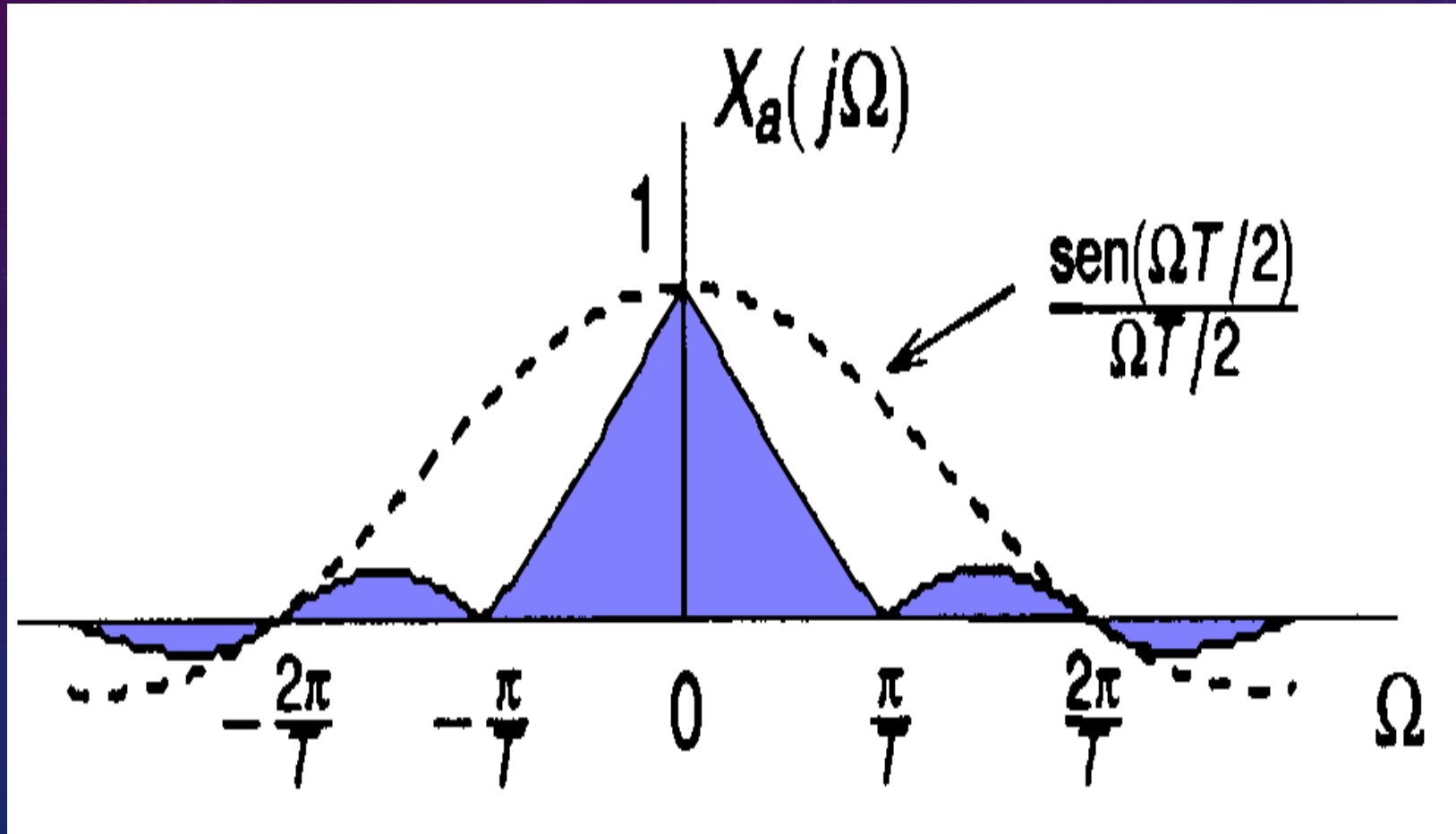
$$= \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}{\frac{\Omega}{2}} e^{-j\frac{\Omega T}{2}} \right) \left(\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s) \right)$$

$$= \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}{\frac{T\Omega}{2}} \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s) \right) e^{-j\frac{\Omega T}{2}}$$

$$= \left(\text{sinc}\left(\frac{\Omega T}{2}\right) \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s) \right) e^{-j\frac{\Omega T}{2}}$$

CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

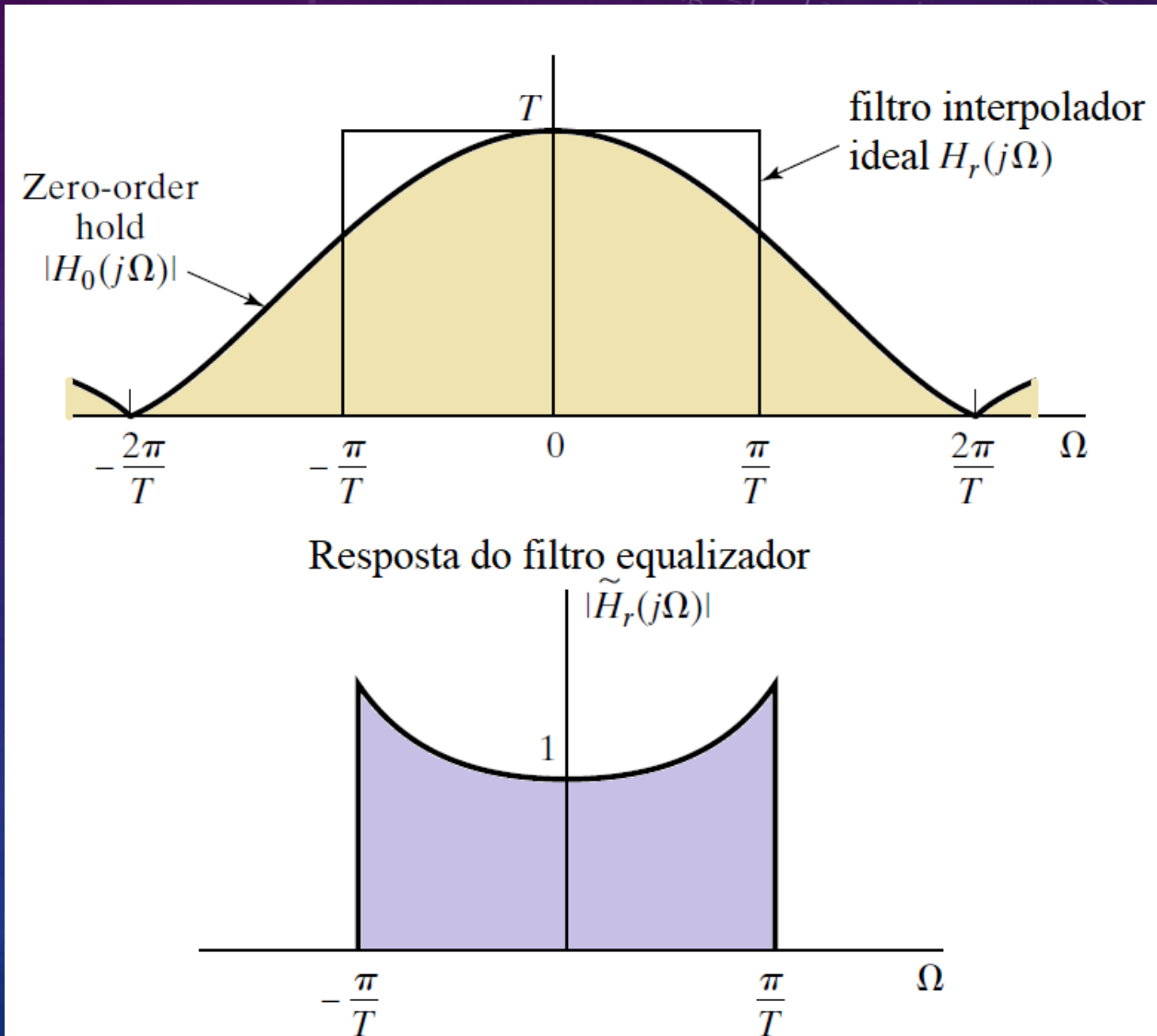
- Abaixo se pode ver como se comporta o espectro de $X_a(j\Omega)$



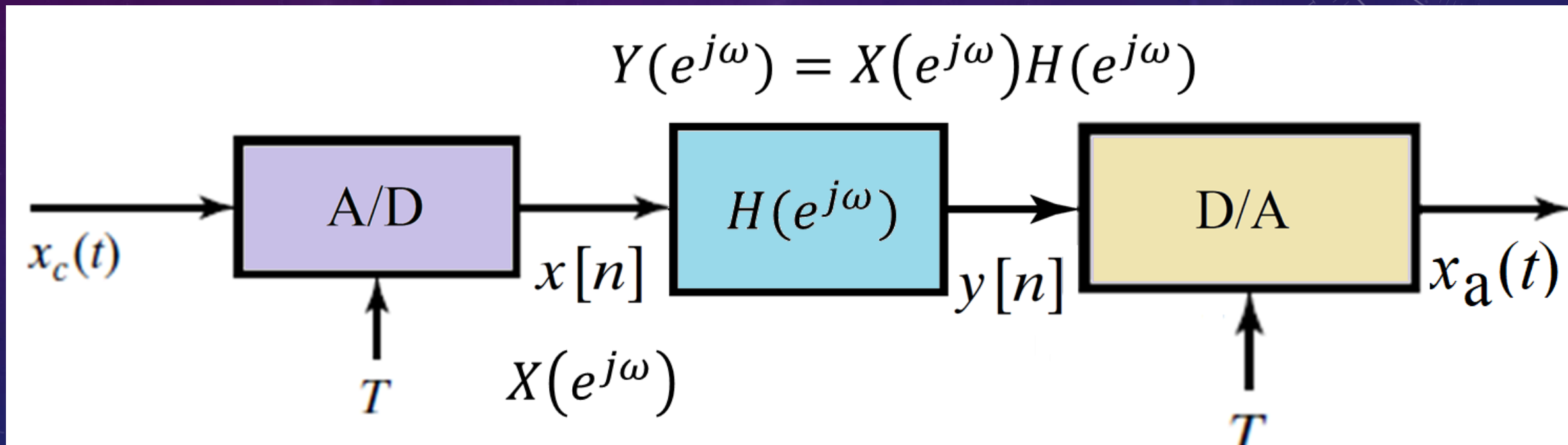
CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO (D/A) REAL

- O conversor D/A real apresenta como efeito colateral a distorção do espectro do sinal origina.
- Neste caso é necessário se adicionar em cascata um filtro equalizador de bando. Este filtro pode ser realizado tanto por um filtro analógico como por um filtro digital.
- A característica do filtro equalizador de banda é o inverso da função $\text{sen}(x)/x$:

$$H_e(j\Omega) = \frac{\frac{T\Omega}{2}}{\text{sen}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)}, -\frac{\pi}{T} \leq \omega < \frac{\pi}{T}$$



PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS ANALÓGICOS

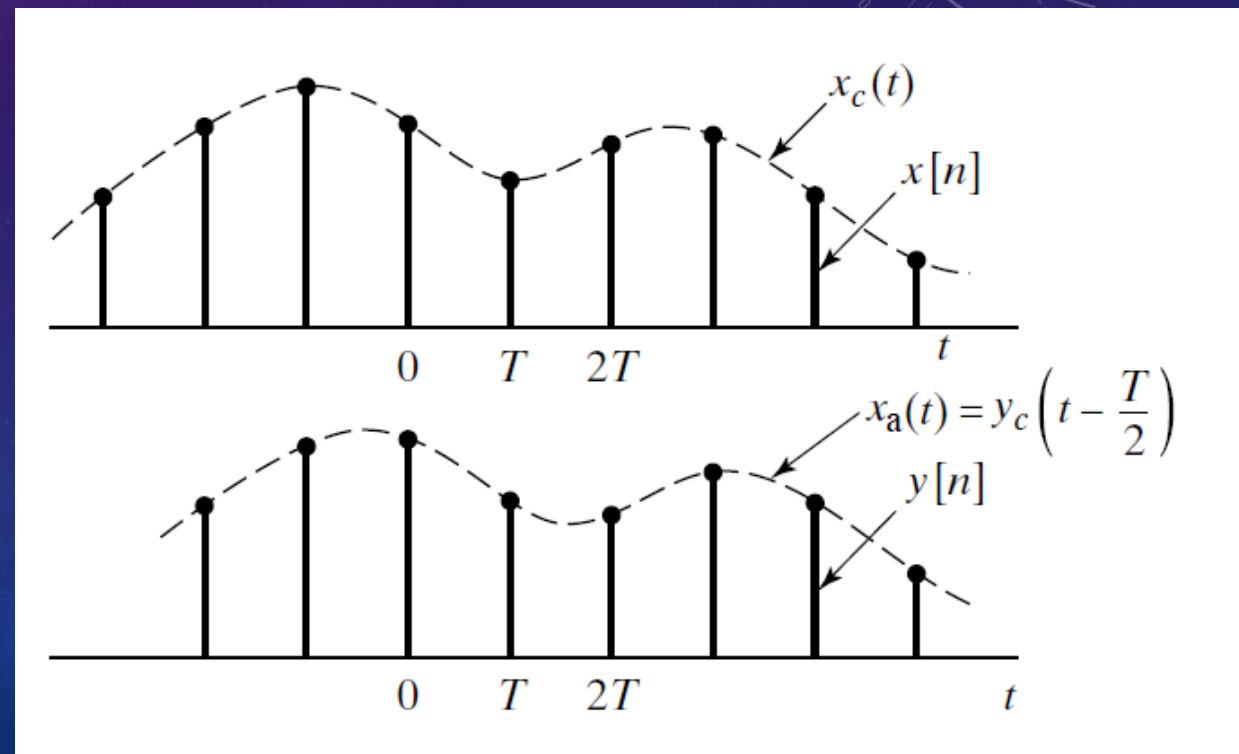


EFEITO DO FATOR MULTIPLICATIVO $e^{-j\frac{\Omega T}{2}}$

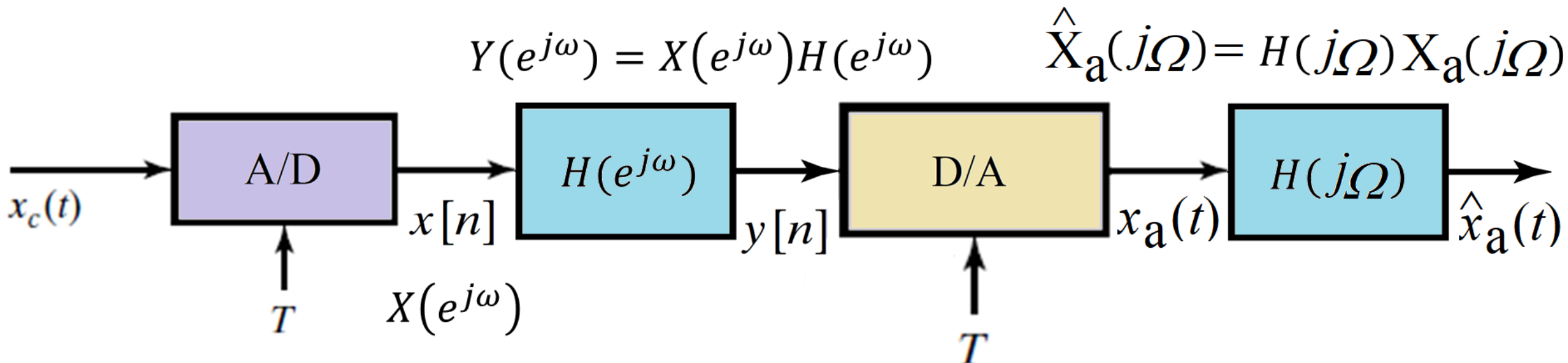
$$X_a(j\Omega) = \left(\text{sinc} \left(\frac{\Omega T}{2} \right) \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\Omega + jk\Omega_s) \right) e^{-j\frac{\Omega T}{2}}$$

$$= Y_c(j\Omega) e^{-j\frac{\Omega T}{2}} \leftrightarrow x_a(t) = y_c(t)$$

- Atraso temporal.



PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS ANALÓGICOS



MODIFICAÇÃO DA TAXA DE AMOSTRAGEM

- Considere que tenhamos $x[n] = x_c(nT)$ um sinal em tempo discreto amostrado com taxa constante igual a T segundos.
- Deseja-se obter uma nova sequência $\hat{x}[n] = x_c(n\hat{T})$ onde $\hat{T} \neq T$.

DIMINUIÇÃO DA TAXA DE AMOSTRAGEM

- A diminuição da taxa de amostragem é equivalente ao aumento da frequência de amostragem.

$$\hat{T} < T \Rightarrow \hat{f}_s > f_s$$

- \hat{f}_s corresponde a nova frequência de amostragem.
- Este procedimento é conhecido como “**interpolação**”.

AUMENTO DA TAXA DE AMOSTRAGEM

- O aumento da taxa de amostragem é equivalente a diminuição da frequência de amostragem.

$$\hat{T} > T \Rightarrow \hat{f}_s < f_s$$

- Este procedimento é conhecido como “**dizimação**”.

INTERPOLAÇÃO DE SEQUÊNCIAS: DIMINUIÇÃO DA TAXA DE AMOSTRAGEM

- 1 - Inserir amostras nulas na sequência que se deseja interpolar
- 2 - A quantidade de amostras nulas a serem inseridas entre duas amostras sucessivas do sinal original é igual a:

$$L = \frac{T}{\hat{T}} = \frac{\hat{f}_s}{f_s}$$

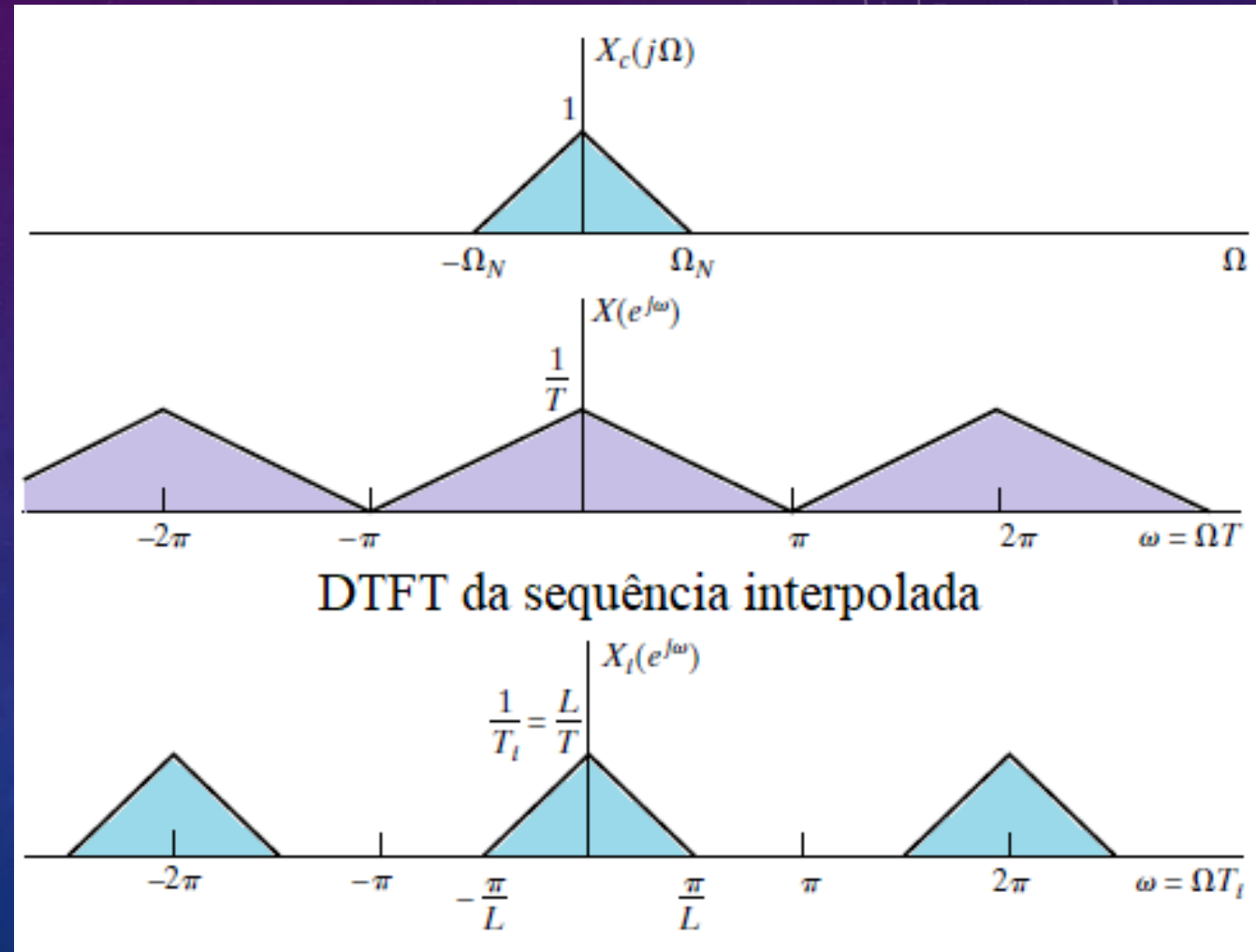
- 3 - Convoluir com o filtro interpolador desejado

EFEITO EM FREQUÊNCIA DA INTERPOLAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA

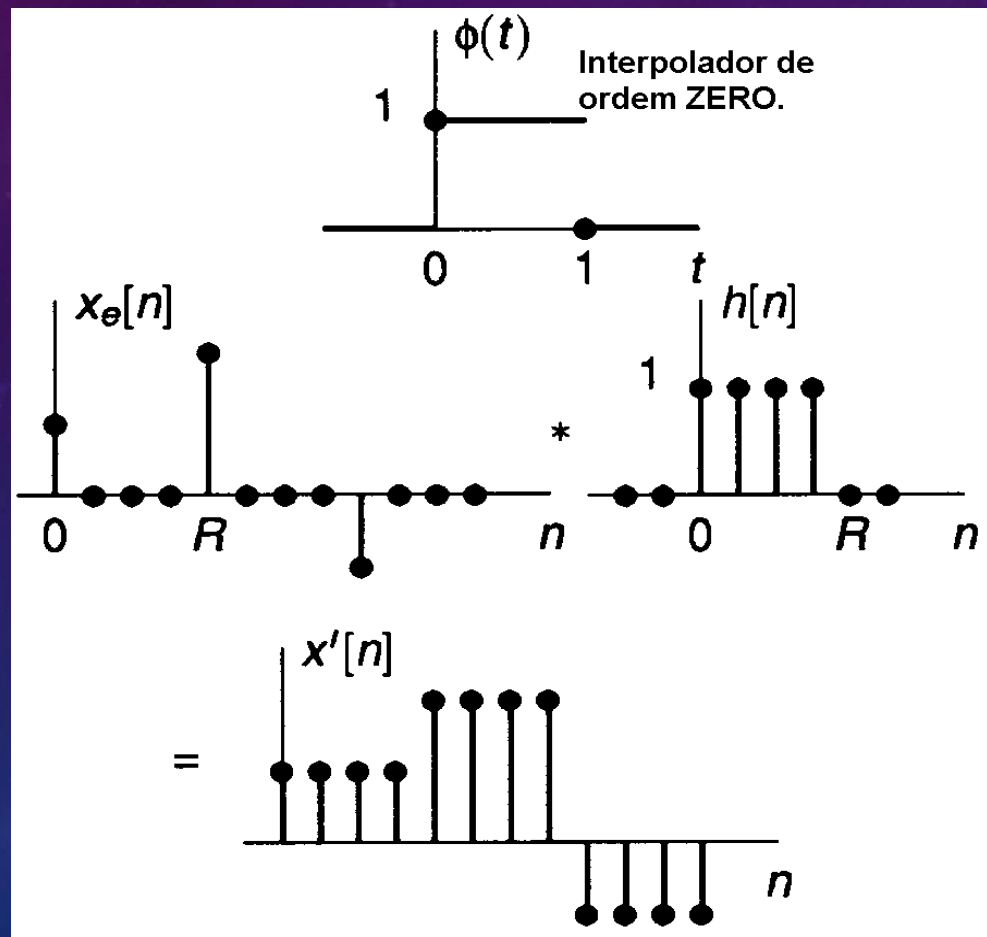
- Fator de interpolação L : 1.

$$T_l = \frac{T}{L} \Rightarrow \hat{f}_s = L f_s,$$

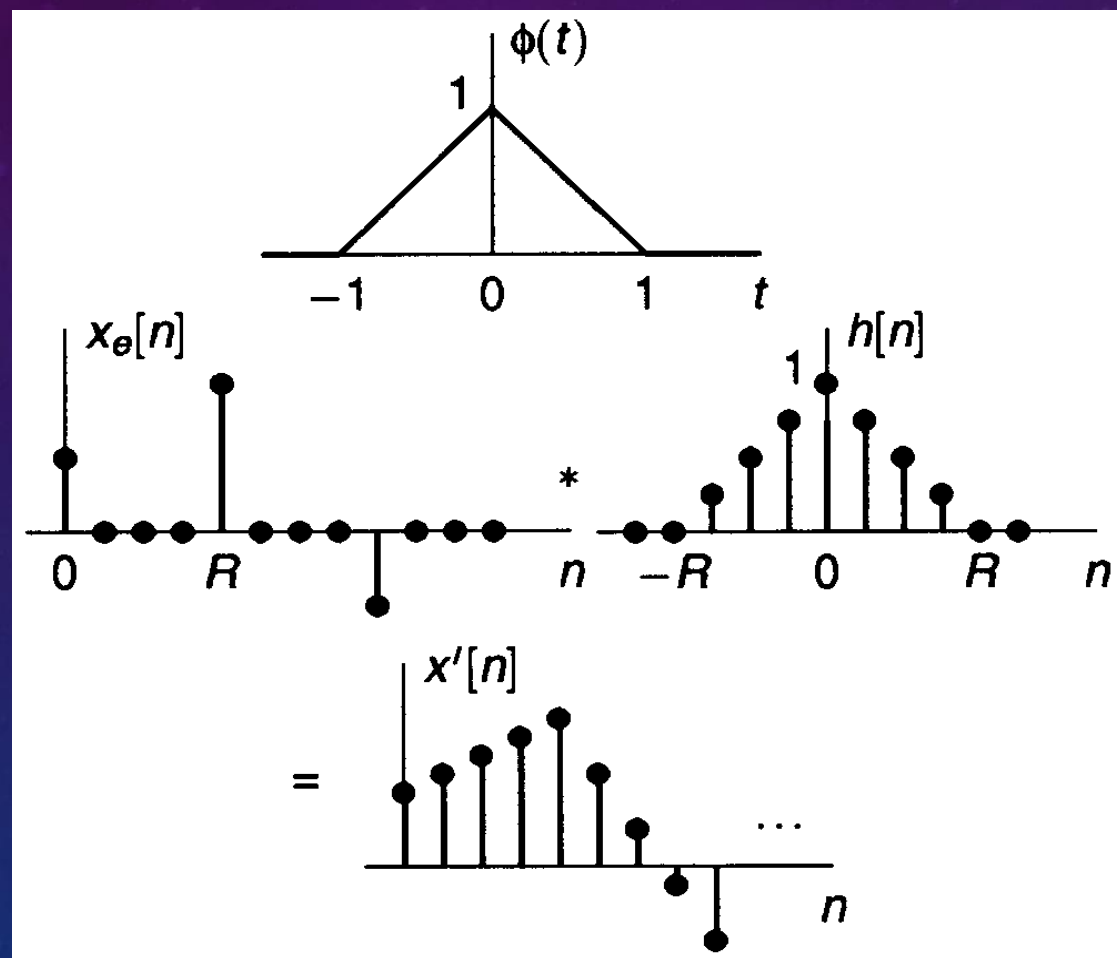
$$\Omega_N T = \pi, \quad \Omega_N T_l = \frac{T}{L}$$



INTERPOLADOR DE ORDEM ZERO

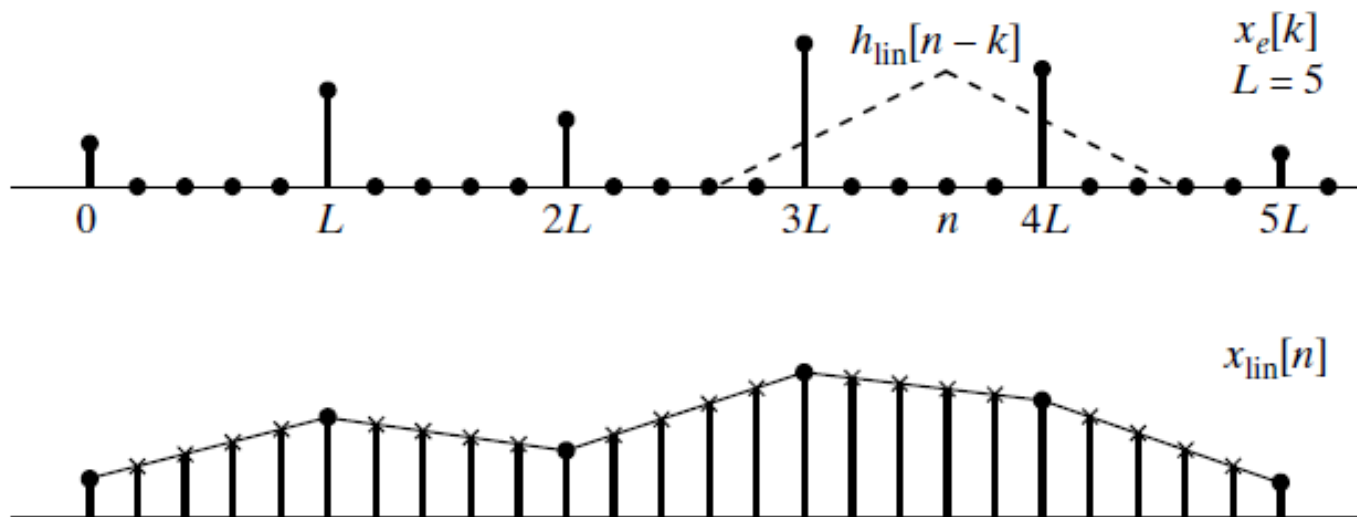
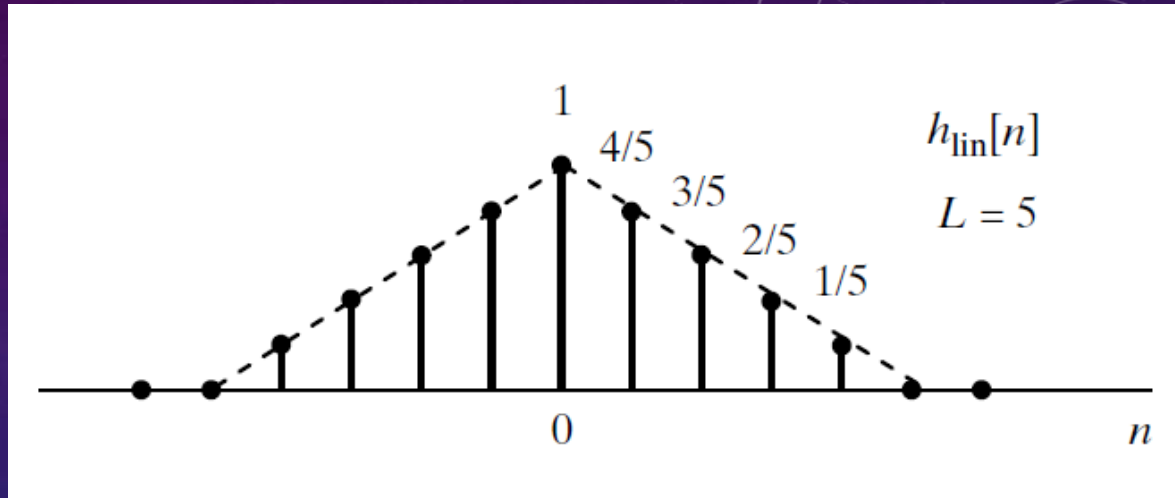


INTERPOLADOR DE ORDEM UM

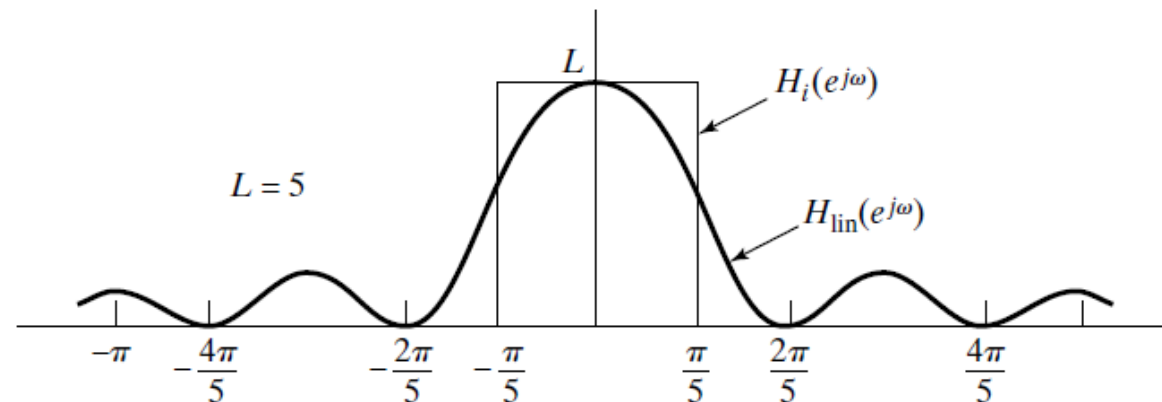


INTERPOLADOR DE ORDEM UM - EXEMPLO

- Exemplo de interpolação $L = 5:1$



Comportamento do interpolador no domínio das frequências

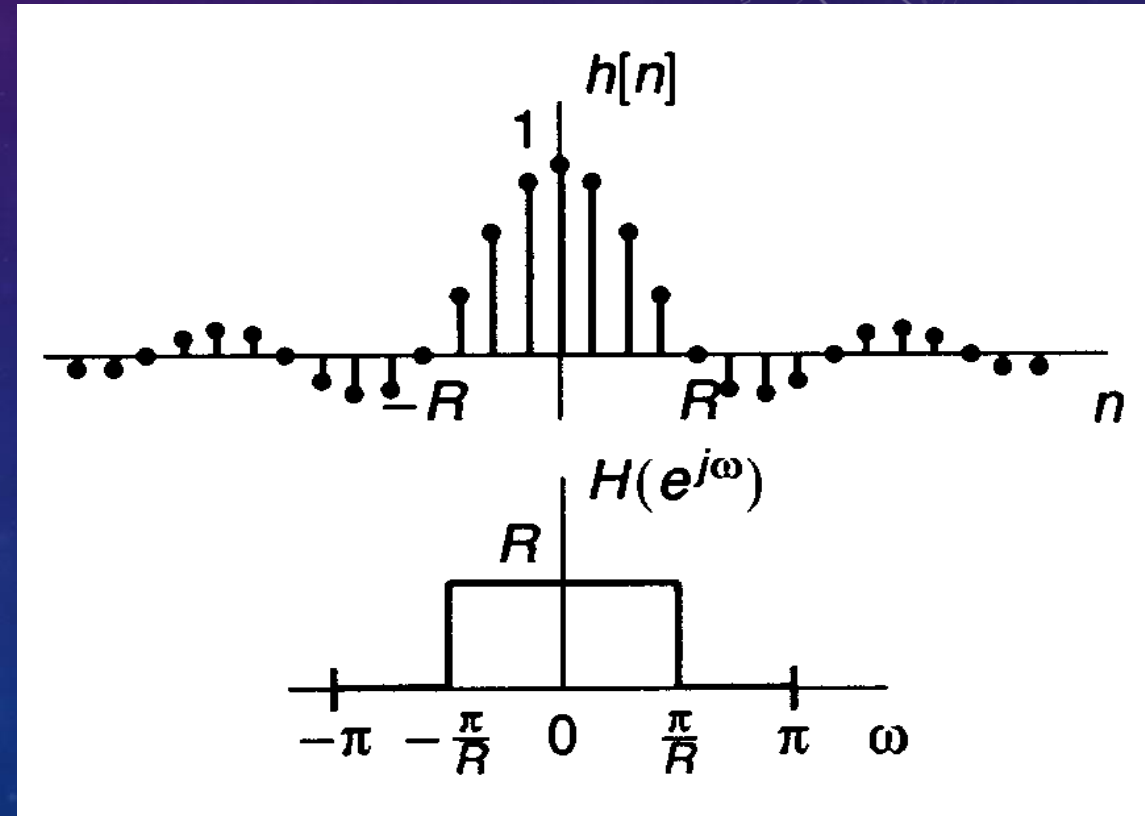


INTERPOLADOR *SINC* TRUNCADO

- O interpolador $\text{sinc}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$ é uma aproximação FIR para do filtro passa-baixas ideal.

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}, & -T < t < T \\ 0, & \text{c. c.} \end{cases}$$

$$\phi(t) = \frac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}$$
$$h[n] = \frac{\text{sen}(n\pi/R)}{n\pi/R}$$



DIZIMAÇÃO DE SEQUÊNCIAS: AUMENTO DA TAXA DE AMOSTRAGEM

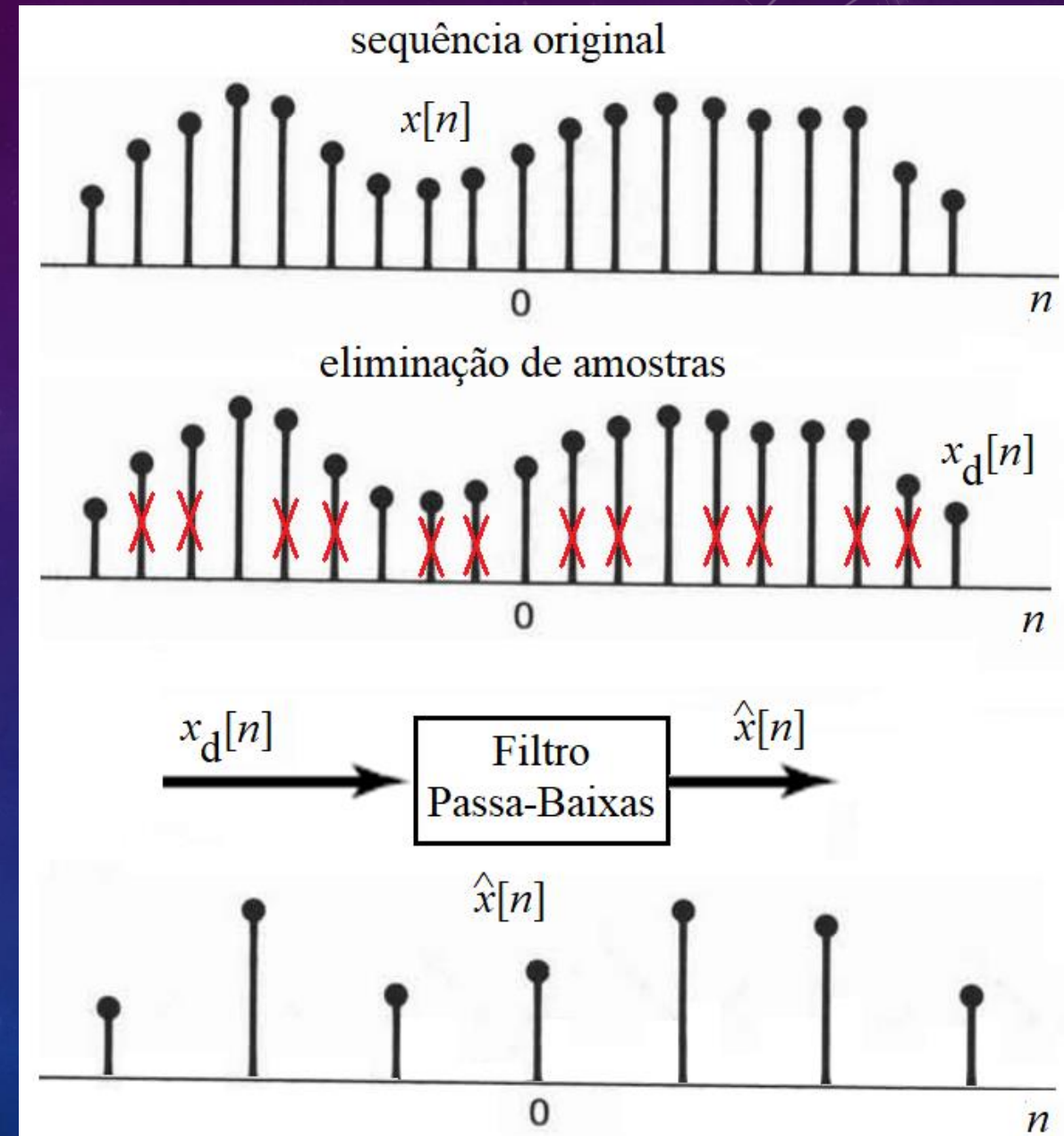
- 1 – Eliminar amostras da sequência que se deseja efetuar uma dizimação
- 2 - A quantidade de amostras a serem eliminadas (dizimadas) da sequência original para cada amostra não eliminada é igual a

$$M = \frac{\hat{T}}{T} = \frac{f_s}{\hat{f}_s}$$

- 3 - Convoluir com o filtro passa-baixas “anti-aliasing” (para evitar a superposição de espectros no domínio das frequências).

DIZIMAÇÃO DE SEQUÊNCIA

- Fator de dizimação $M = 3:1$

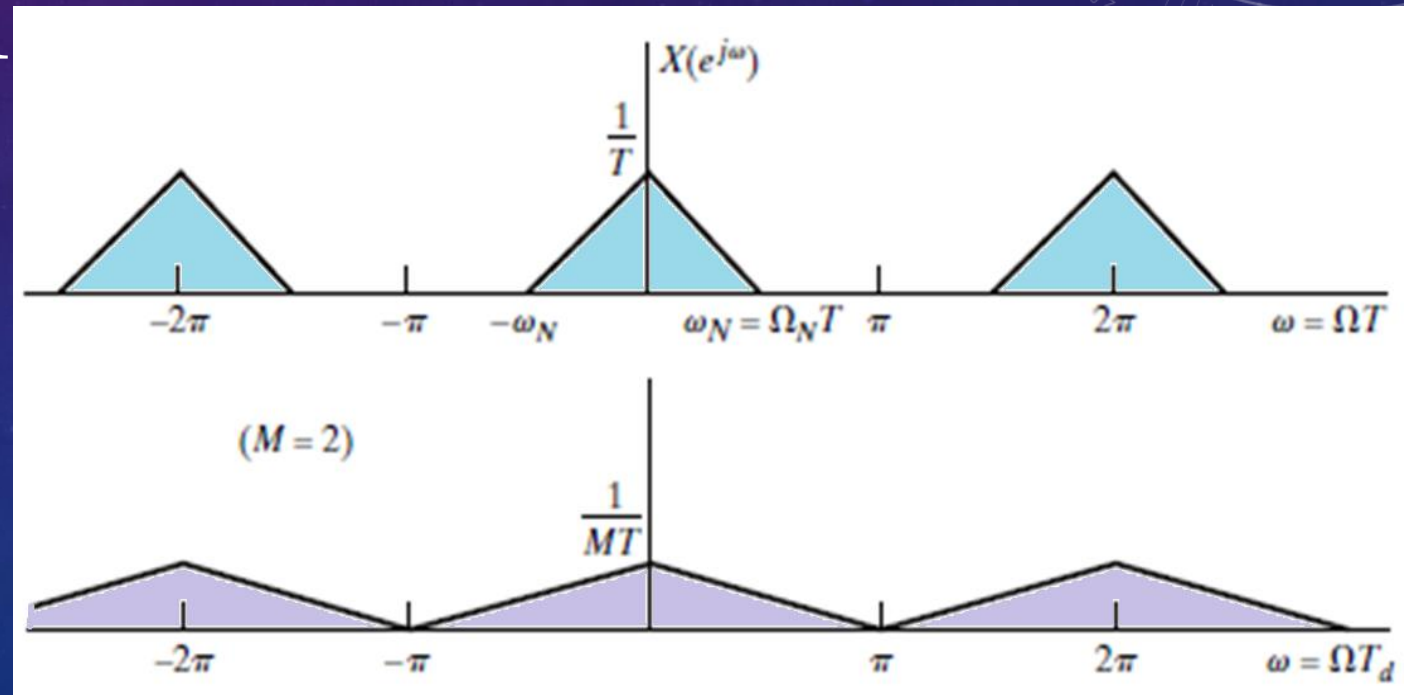


EFEITO EM FREQUÊNCIA DA DIZIMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA

- Fator de dizimação $M = 2: 1$

$$T_d = 2T \Rightarrow \hat{f}_s = \frac{1}{2} f_s,$$

$$\Omega_N T = \frac{\pi}{2}, \Omega_N T_d = \pi$$

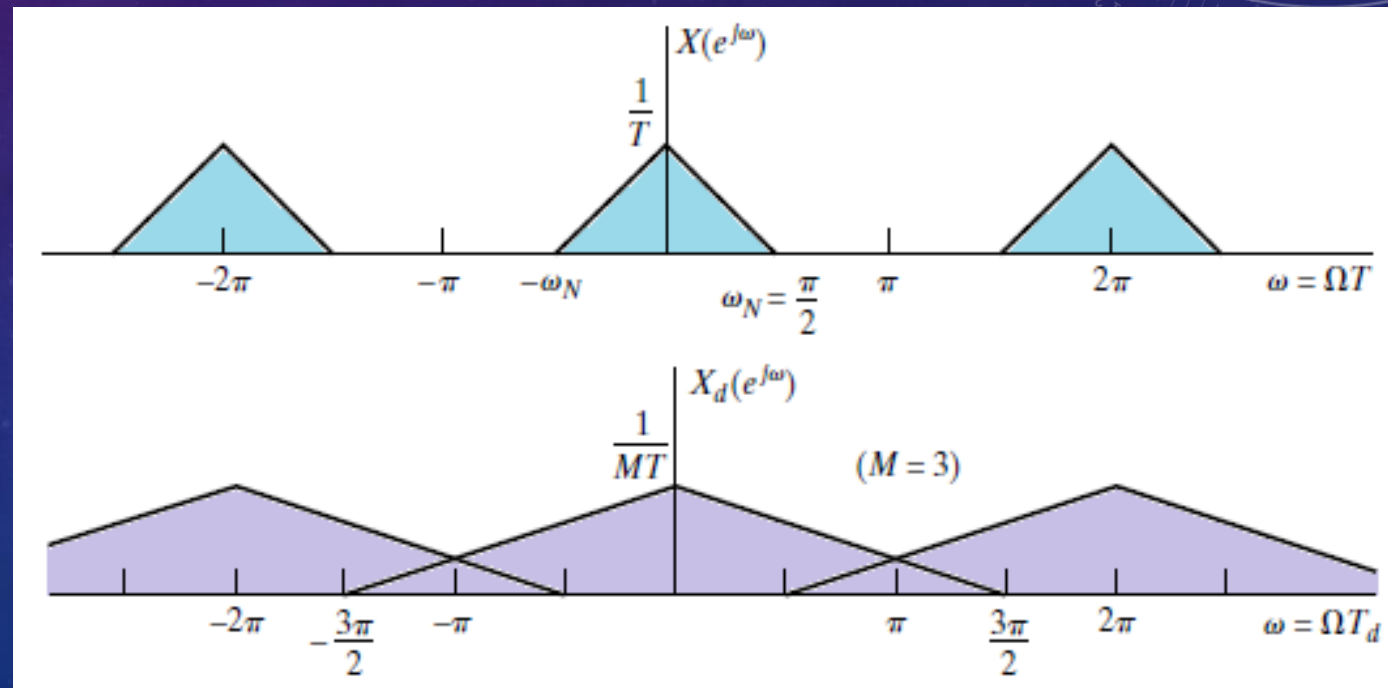


EFEITO EM FREQUÊNCIA DA DIZIMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA – SUPERPOSIÇÃO DE ESPECTROS

- Fator de dizimação $M = 3: 1$

$$T_d = 3T \Rightarrow \hat{f}_s = \frac{1}{3} f_s,$$

$$\Omega_N T = \frac{\pi}{2}, \Omega_N T_d = \frac{3}{2} \pi$$

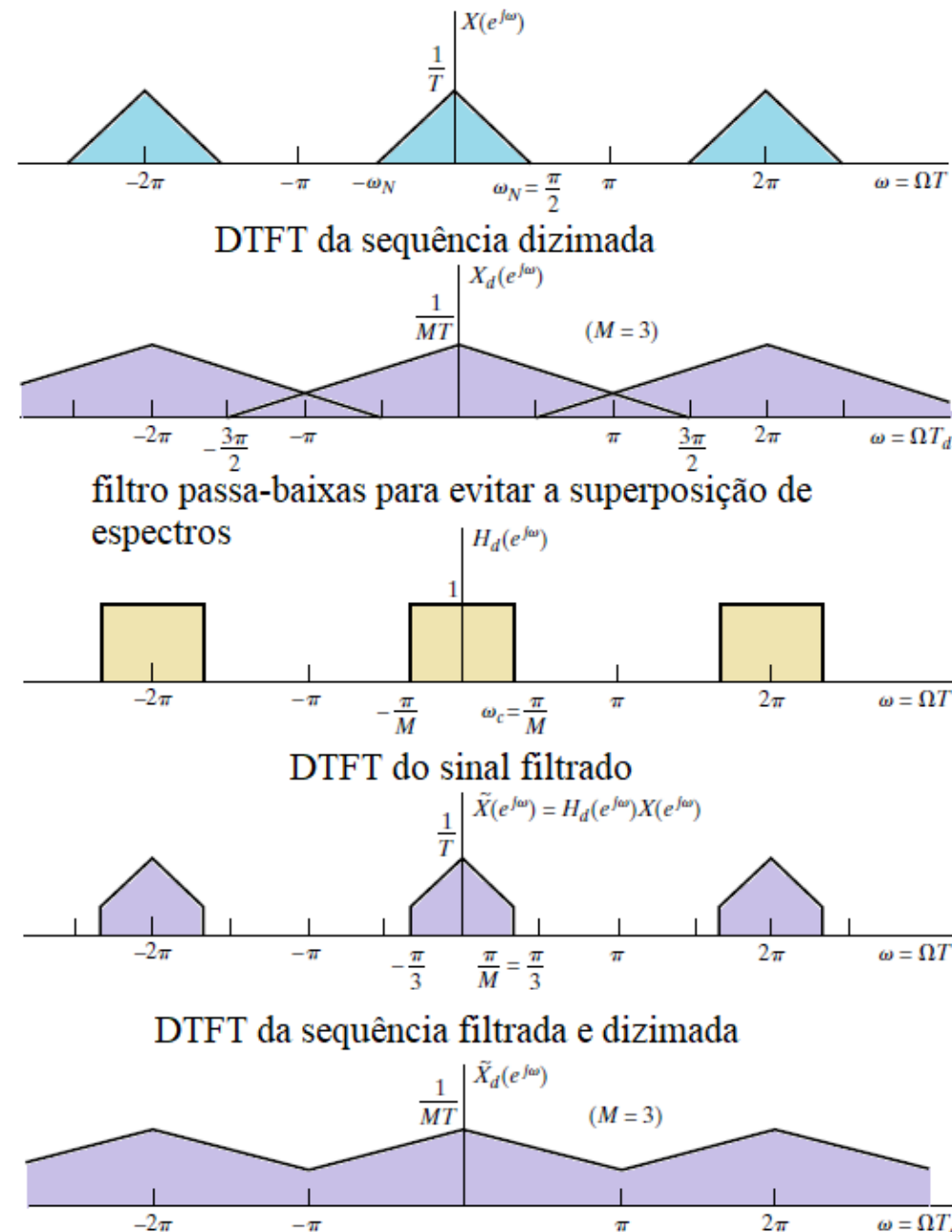


EFEITO EM FREQUÊNCIA DA DIZIMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA – FILTRAGEM PASSA-BAIXAS PARA SE EVITAR A SUPERPOSIÇÃO DE ESPECTROS

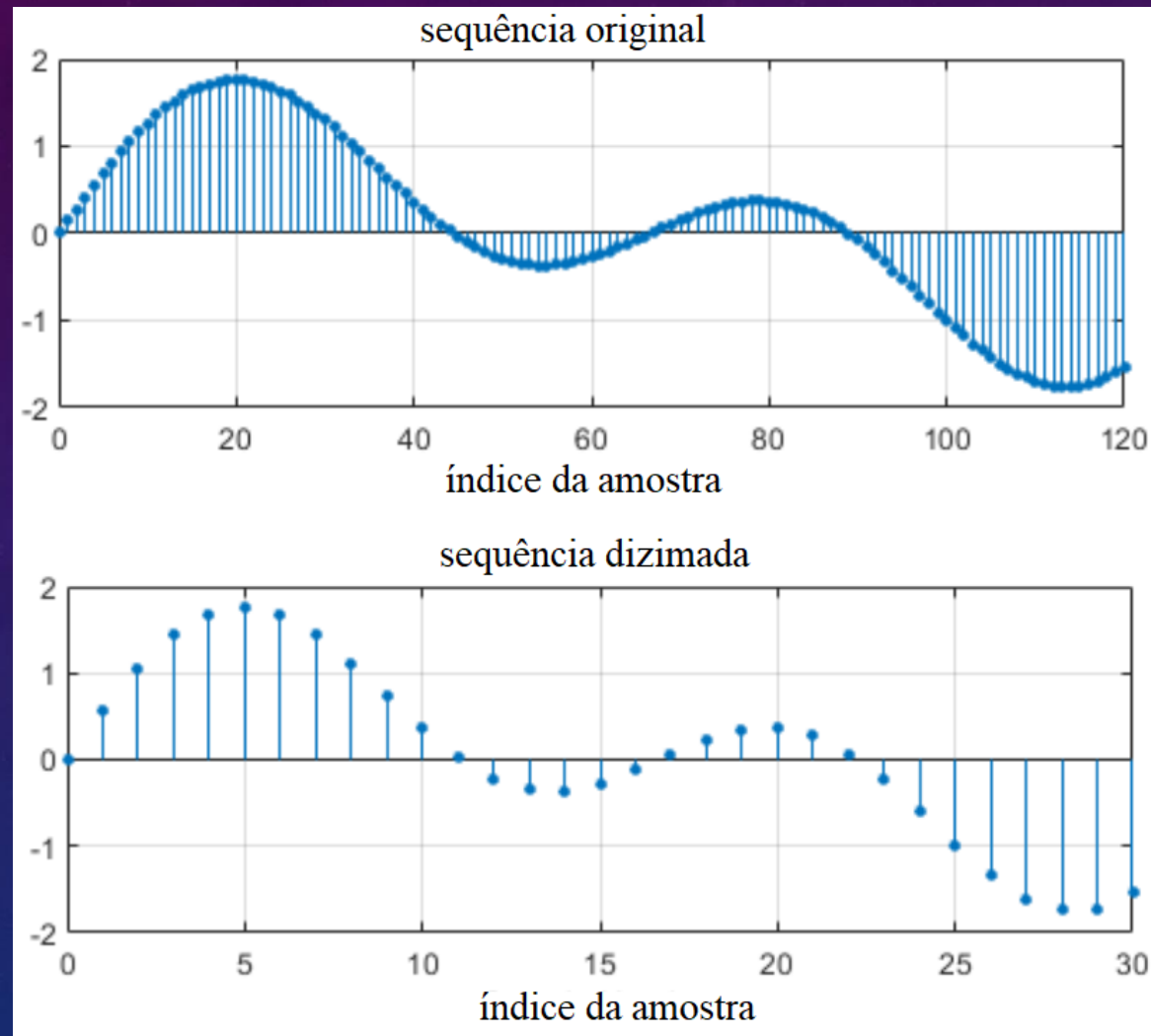
- Fator de dizimação $M = 3:1$

$$T_d = 3T \Rightarrow \hat{f}_s = \frac{1}{3} f_s,$$

$$\Omega_N T = \frac{\pi}{2}, \quad \Omega_N T_d = \frac{3}{2} \pi$$

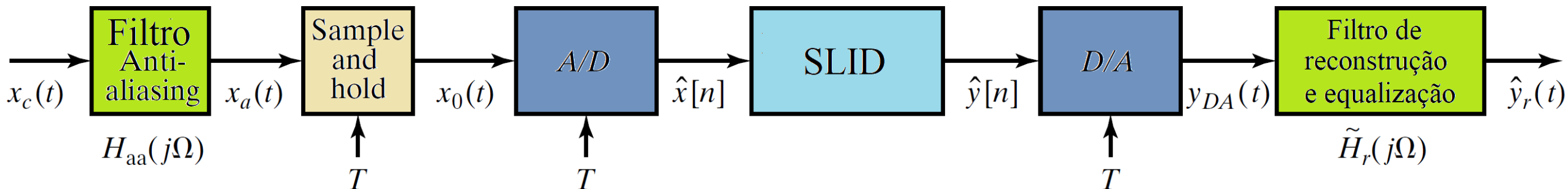
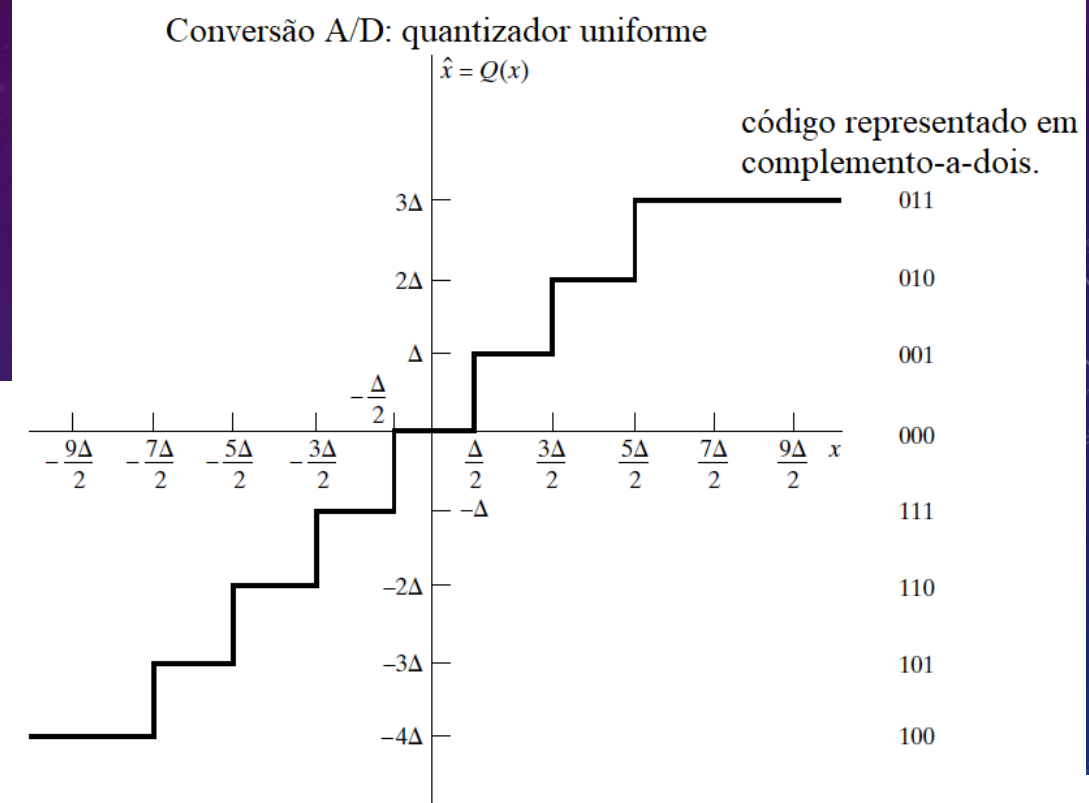
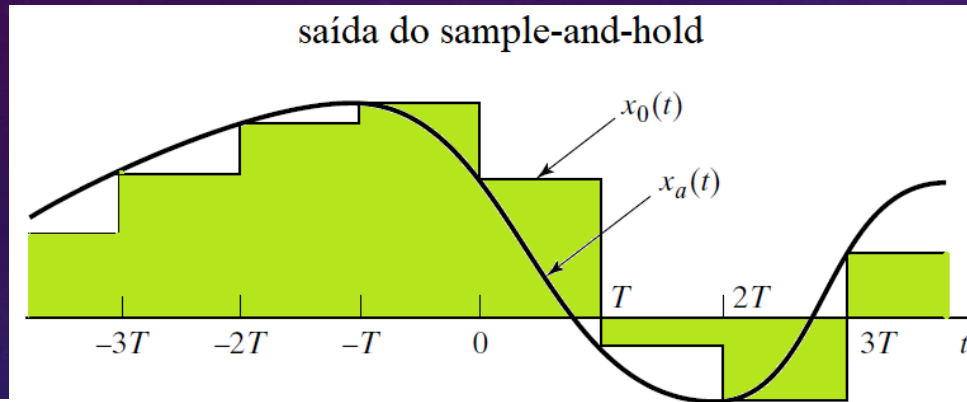


EXEMPLO DE DIZIMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA



PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS ANALÓGICOS

- Visão panorâmica e mais completa de um sistema de processamento de sinais envolvendo a digitalização, o processamento digital e a conversão digital/analógica.



FIM DO MÓDULO 6



GPDS

GRUPO DE PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

Prof. F. Assis