Questionário 5

Princípios de Comunicação

Autoria	Matrícula
Pedro Henrique Dornelas Almeida	18/0108140

Engenharia de Redes de Comunicação
Universidade de Brasília

28 de Março de 2021

Questão 1

Em um diodo de junção PN, a corrente i(A) e a tensão v(V) sobre seus terminais são relacionadas por meio de:

$$i = I_0\Big(e^{\frac{v}{v_T}} - 1\Big) \tag{1}$$

em que I_0 é a corrente de saturação reversa e v_T é a tensão térmica, e vale 26mV à temperatura ambiente.

(a) (1,00) Expresse i em como uma série de potências, retendo até o termo proporcional a v^3;

Resolução:
Aqui precisamos usar a relação de que:

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} \ , \forall x \in \mathbb{R}$$

Fazendo:

$$i = I_0(-1 + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{v^n}{v_T^n \cdot n!}) \ , \forall \frac{v}{v_T} \in \mathbb{R}$$

Tomando esta condição e os termos até v^3:

$$i = I_0\Big(\frac{v}{v_T} + \frac{v^2}{2v_T^2} + \frac{v^3}{6v_T^3}\Big)$$

Aplicando $v_T = 26mV$:

$$i = I_0\Big(\frac{v}{0,026} + \frac{v^3}{0,001352} + \frac{v^3}{0,000105456}\Big)$$

(b) (2,50) Seja $v(t) = 0,01cos(2\pi f_m t) + 0,01cos(2\pi f_c t)$. A partir da aproximação do item "a", obtenha $i(t)$ e sua transformada de Fourier. Considere, para a solução do item, os valores $f_m = 1kHz$ e $f_c = 100kHz$;

Resolução:
Substituindo, e fazendo x=0,01 para facilitar a escrita:

$$i(t) = I_0\Big(\frac{x(cos(2\pi f_m t) + cos(2\pi f_c t))}{v_T} + \frac{x^2(cos(2\pi f_m t) + cos(2\pi f_c t))^2}{2v_T^2} +$$
$$+ \frac{x^3(cos(2\pi f_m t) + cos(2\pi f_c t))^3}{6v_T^3}\Big)$$

Usando a relação $2cos(x)cos(y) = cos(x-y) + cos(x+y)$:

$$i(t) = I_0\Big(\frac{2x(cos(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m)))}{v_T} + \frac{4x^2(cos(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m)))^2}{2v_T^2}$$

$$+\frac{8x^3(cos(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m)))^3}{6v_T^3}\Big)$$

$$i(t) = I_0\Big(\frac{2xcos(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m))}{v_T} + \frac{4x^2cos^2(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos^2(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m))}{2v_T^2} +$$

$$+\frac{8x^3cos^3(2\pi\frac{t}{2}(f_m+f_c))cos^3(2\pi\frac{t}{2}(f_c-f_m))}{6v_T^3}\Big)$$

Pode usar as relações de Euler e também as seguintes para calcular a transformada:

$$cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + cos(2x))$$

$$cos^3(x) = \frac{1}{4}(3cos(x) + cos(3x))$$

Não consegui terminar esta questão por tempo.

(c) (1,50) Especifique, da forma mais completa possível, como a partir de $i(t)$ pode-se obter um sinal modulado em AM-DSB-LC com portadora de frequência f_c;

Resolução:

(d) (1,00) Quais os índices de modulação do sinal obtido no item "c"?;

Resolução:

Questão 2

Seja um sistema de transmissão que utilização modulação do tipo AM-VSB. O sinal modulante é um sinal de áudio de largura de banda de 4 kHz e a frequência da portadora utilizada é de 1500 kHz. A resposta do filtro vestigial $H_v(f)$ utilizado por esse sistema (mostrando apenas $f > 0$) é mostrado na Figura 1.

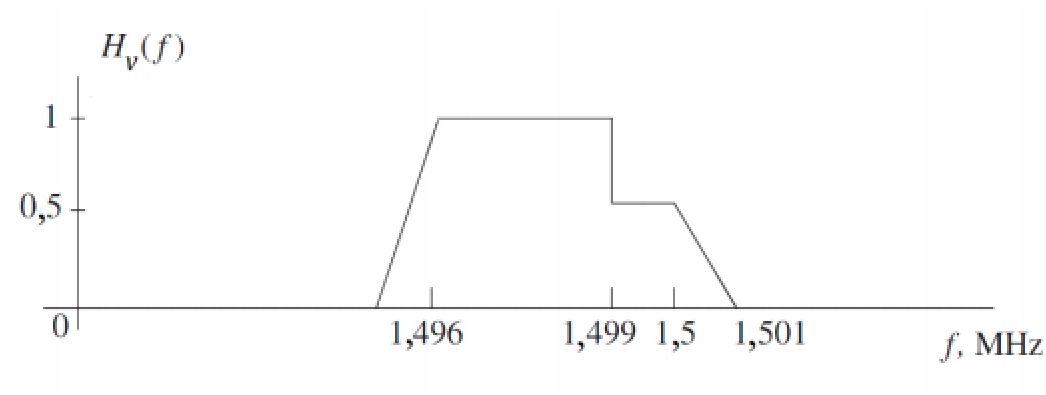

Figura 1: Resposta do filtro vestigial.

Responda os seguintes itens:

(a) (1,00) Determine a largura de banda do sinal modulado;

Resolução:

Note que um sinal de áudio tipicamente é um sinal banda base, logo, a sua largura de banda(B_m) pode ser dada $B_m = 4kHz$.

Note também que ele é misturado com uma portadora com $f_c = 1500kHz$, então a largura de banda neste ponto é de 1496kHz até 1504kHz. Neste ponto então o sinal passa pelo filtro vestigial e como sua resposta em amplitude é 0 para $f > 1501kHz$, então a largura de banda do sinal modulado(B) é:

$$B = 5kHz$$

(b) (1,00) Qual a eficiência no aproveitamento de largura de banda com relação à menor largura de banda necessária à transmissão do sinal?

A menor largura de banda necessária a transmissão do sinal é de 4kHz, pois assim é possível enviar toda a informação útil do sinal, e aqui usamos 5kHz, logo, a parte aproveitada é de:

$$\frac{4k}{5k} = 80\%$$

(c) (2,00) Obtenha uma expressão matemática, a mais geral possível, para $H_d(f)$, o filtro equalizador para a recepção livre de distorção do sinal modulante.

Note que o sistema pode ser dado conforme a figura a seguir:

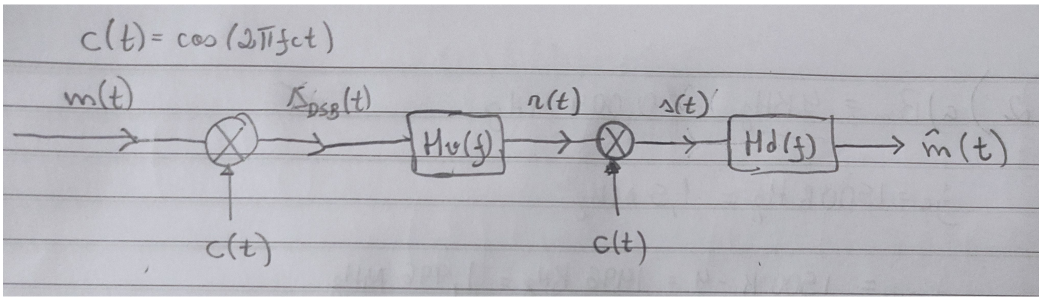

Figura 2

E por meio desta e por manipulações utilizando da transformada de fourier podemos desenvolver:

$$S_{DSB}(f) = \frac{1}{2}\big(M(f+f_c) + M(f-f_c)\big)$$

$$R(f) = \frac{1}{2}\big(M(f+f_c) + M(f-f_c)\big)H_v(f)$$

$$S(f) = \frac{1}{4}\big(2M(f) + M(f+2f_c) + M(f-2f_c)\big)\big(H_v(f+f_c) + H_v(f-f_c)\big)$$

$$\hat{M}(f) = S(f)H_d(f)$$

Neste ponto podemos perceber que o filtro $H_d(f)$ tendo a característica passa baixas, requer que a resposta para $f > B_m$ seja nula, daí tiramos a primeira parte:

$$H_d(f) = 0 \ , \ f > B_m$$

Para que possamos ter um filtro equalizador que tenha características não distorcivas é necessário que ele retire a distorção injetada por $\big(H_v(f+f_c) + H_v(f-f_c)\big)$, e que seja não distorcivo por si só, e da forma mais geral $Ae^{-j2\pi f t_d}$, então como ele será multiplicado e pretendemos continuar somente com $M(f)$, ele será da forma:

$$H_d(f) = \frac{Ae^{-j2\pi f t_d}}{\big(H_v(f+f_c) + H_v(f-f_c)\big)} \ , \ f \leq B_m$$

Juntando:

$$H_d(f) = \begin{cases} 0 \ , \ f > B_m \\ \frac{Ae^{-j2\pi f t_d}}{\big(H_v(f+f_c) + H_v(f-f_c)\big)} \ , \ f \leq B_m \end{cases}$$