Indeterminaciones del tipo “infinito sobre infinito”

Esta indeterminación es cuando la x tiende a infinito y por lo tanto tiende a infinito en el numerador y el denominador al mismo tiempo.

<u>Ejemplo</u>: $\frac{3x^2+2x+1}{2x^2-1}$ = $\frac{\infty}{\infty}$

- **Antes de comenzar a desarrollar el ejercicio , vamos a tener en cuenta algunas reglas que nos servirán :**
- $\frac{0}{n°}$ = **0 cero dividido un número es cero.**
- $\frac{n°}{0}$ = ∞ **un número dividido cero es infinito.**
- $\frac{n°}{\infty}$ = **0 un numero dividido infinito es cero.**

Otra vez, la cuenta es indeterminada, o sea que tengo salvar la indeterminación. Para ello , voy a dividir numerador y denominador por x elevada al mayor exponente que tenga:

$\frac{3x^2+2x+1}{2x^2-1}$ **=**

$$dividinedo\ cada\ termino\ del\ ejercicio\ por\ la\ x\ de\ mayor\ esponente$$

$\dfrac{\frac{3x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}$ = **Simplificando las x con exponente de las x nos quedaria.**

$\dfrac{3+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{2-\frac{1}{x^2}}$ **= Y por ultimo reemplazando las x por lo que tiende el límite.**

$\frac{3+0+0}{2-0}$ **=** $\frac{3}{2}$

<u>Ejercitación:</u>

Calcular los siguientes límites con x tendiendo a infinito.

a) $\frac{x+1}{3}$ **=**

b) $\frac{8x^3-5x^2-3}{4x^3+x^2+x-1}$ **=**

c) $\frac{x^2-1}{2x^2}$ **=**

d) $\frac{x^3+3x^2+1}{x^3}$ **=**

e) $\frac{x+1}{x^2}$ **=**

Asíntotas.

¿Qué es una asíntota? Es una recta que en el infinito tiende a cortarse con la gráfica de la función.

¿Cómo se calcula la ecuación a una asíntota a una función?

Cada tipo de asíntota, ya sea horizontal, vertical u oblicua se calcula de una manera diferente.

Nosotros trabajaremos con el cálculo de asíntota oblicua.

Asíntota oblicua:

La ecuación de la asíntota oblicua, ha y que calcularla en dos partes. Por un lado la pendiente de la recta, y por el otro la ordenada al origen.

Sea la recta Y = mx + b asíntota oblicua de la función f (x): se lee "f de x"

m = $\frac{f(x)}{x}$ **pendiente**

b = $(f(x) - mx)$ **ordenada al origen**

Esta son las fórmulas de pendiente y ordenada al origen que utilizaremos.

<u>Ejemplo</u>: Vamos a calcular la ecuación de la asíntota oblicua de:

f(x) = $\frac{x^2+1}{x+2}$

La ecuación de la asíntota oblicua va ser de la forma y = mx + b es decir que para llegar a obtener esta ecuación debemos calcular el valor de m y b utilizando sus fórmula.

Si usamos las fórmulas para calcular m y b nos quedaría:

m = $\frac{f\,(x)}{x} = \frac{\frac{x^2+1}{x+2}}{x}$

b = $(f\,(x) - mx) = (\frac{x^2+1}{x+2}$ **- m x) es decir primero debemos calcular m y después reemplazar su valor , para obtener b.**

Calculo de la pendiente m.

m = $\frac{f\,(x)}{x} = \frac{\frac{x^2+1}{x+2}}{x} = \frac{x^2+1}{x^2+2x} = \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}} = \frac{1+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{2}{x^2}} =$

Reemplazando por lo que tiende el limite $\frac{1+0}{1+0}$ **= 1 es decir m = 1**

Calculo de b.

b = $(f\,(x) - mx)$ $\Rightarrow$ **b =** $\left(\frac{x^2+1}{x+2} - 1\,.\,x\right) = \left[\frac{x^2+1-x\,.(x+2)}{x+2}\right] =$

$\frac{x^2+1-x^2-2x}{x+2}$ **Cancelando los términos iguales pero con signos opuestos resulta:**

$\frac{1-2x}{x+2}$ **= dividiendo todo por la x de mayor exponente.**

$\frac{\frac{1}{x}-\frac{2x}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{2}{x}} = \frac{0-2}{1+0}$ **= -2 siendo b = -2**

La ecuación de la asíntota oblicua con m =1 y b = -2 nos quedaría.

Y = mx + b ahora sería reemplazando: Y = x -2.

Ejercitación: Calcular analíticamente la ecuación de la asíntota oblicua.

a) f(x) = $\frac{x^2+1}{x^2}$

b) f (x) = $\frac{2x^2-1}{x-1}$

c) f (x) = $\frac{x^2+1}{x}$ =