Limites **Semana II.**

¿Qué es un límite?

Es el valor al cual se aproxima una función cuando x tiende a un valor determinado.

-Nosotros trabajaremos con el cálculo analítico de límites determinados del tipo $\frac{0}{0}$ e indeterminados del tipo $\frac{\infty}{\infty}$.

Calculo de límites: Para calcular un límite hay que reemplazar la X por el valor que quiero que se acerque.(o sea el valor al cual tiende X).

Ejemplo 1: Calcular el límite de f (x) = $2x^2$ +3x -2 para x tendiendo a -2.

$$2x^2 + 3x - 2$$

Reemplazo x por -2 ⇒ $f\ (\ x\ ) =$ 2. $(-2)^2$ +3. (-2) -2 = 2. 4 -6 -2 = 0

$$f\ (x)\ = 0$$

Ejemplo 2:

$\frac{3x^2-1}{\sqrt{x+3}}$ ⇒ Siempre lo primero que hago cuando tengo que calcular un límite es

Reemplazar X por el valor al cual tiende el límite.

Entonces reemplazando X, nos queda:

$\frac{3x^2-1}{\sqrt{x+3}} = \frac{3\ .(1)^2-1}{\sqrt{1+3}} = \frac{3-1}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = 1.$

Limites Indeterminados.

Veamos qué pasa si quiero calcular: $\frac{x^2-1}{x-1}$

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ Indeterminado ⇒ **Esta cuenta que no solo no se puede hacer , sino que , además , es indeterminada.**

Entonces la pregunta es: ¿Cuánto da ese límite?

Para hacer eso vamos a tener que resolver la indeterminación .Pero, Antes que nada vamos a ver cuáles son las indeterminaciones más comunes:

- Las indeterminaciones más comunes son:

$\Rightarrow \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow$ infinito sobre infinito. $\frac{0}{0} \Rightarrow cero\ sobre\ cero.$

Empecemos a analizar la primera indeterminación, la de $\frac{0}{0}$.

Hay varias maneras de salvar la indeterminación. (a continuación veremos las más comunes).

- Una es factorear el numerador y el denominador para poder simplificar el factor que genera la indeterminación.
- Otra es aplicando regla de Ruffini.
- Y la tercera es multiplicar numerador y denominador por su conjugado.

<u>Volviendo al ejemplo 1:</u>

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow$Indeterminado.

Ya sabemos que el límite indeterminado, por lo tanto se debe salvar la indeterminación, para poder calcular el límite. Una de las maneras de Salvar las indeterminaciones era factorear, bueno vamos a ver como se salva la indeterminación del ejemplo, factoreando:

- Vamos a factorear el numerador $\Rightarrow \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1).(x+1)}{x-1}$

En el numerador aplicamos diferencia de cuadrados, el denominador dejamos como esta porque es la mínima expresión.

- Simplificamos las expresiones iguales.
- Y reemplazando por lo que tiende el límite resulta.
- $\frac{(x-1).(x+1}{x-1} = (x + 1) = 2$

Ejemplo 2 : salvar la indeterminación aplicando Ruffini.

$\frac{x^3-4x^2+x+6}{x-3} = \frac{0}{0} \Rightarrow$ Indeterminado.

Usando Ruffini:

1 - 4 1 6

…3…………..3……-3… -6…………….

1 -1 -2 0

Resultado: (x^2 –x -2). (X -3)

Reemplazando en el numerador y simplificando las expresiones iguales nos queda.

$\frac{(x^2-x-2).(x-3)}{(x-3)} = (x^2 - x - 2) = 3^2 -3 -2 = 4$quedando salvada la indeterminación.

Ejemplo 3 : $\frac{3-\sqrt{x+7}}{2-x}$ el caso en que aparecen raíces-

$\frac{3-\sqrt{2+7}}{2-x} = \frac{0}{0}$ ⇒ Indeterminado.

En este caso como salvamos la indeterminación.

Habíamos dicho que una delas manera de hacer esto era multiplicar numerador y denominador por el conjugado de alguno de ellos.

Entonces multipliquemos a ambos por el conjugado del numerador.

$\frac{3-\sqrt{x+7}}{2-x} = \frac{3-\sqrt{x+7}}{2-x} \cdot \frac{3+\sqrt{x+7}}{3+\sqrt{x+7}}$ Colocamos paréntesis a todo lo que tenga dos términos.

$\frac{(3-\sqrt{x+7})}{(2-x)} \cdot \frac{(3+\sqrt{x+7})}{(3+\sqrt{x+7})}$ Aplicando diferencia de cuadrados en el numerador.

$\frac{3^2-\left(\sqrt{x+7}\right)^2}{(2-x).\left(3+\sqrt{x+7}\right)}$ = Simplificando raíz y exponente. $\frac{9-x-7}{(2-x).\,(3+\sqrt{x+7}\,)} =$

$\frac{2-x}{(2-x)\,.(3+\sqrt{x+7})}$ Simplificando las expresiones iguales. $\frac{1}{3+\sqrt{2+7}} = \frac{1}{6}$

Ejercitación: Resolver los siguientes limites indeterminados del tipo $\frac{0}{0}$

a) $\frac{x^2-16x+63}{x^2-7x} =$

b) $\frac{x^2-81}{x^2+27x+162} =$

c) $\frac{x^3+8}{x^2-4} =$

d) $\frac{\sqrt{3x}-\sqrt{6}}{x-2} =$

e) $\frac{x^2-4}{x-2} =$

f) $\frac{13-\sqrt{4x^2+69}}{x-5} =$

g) $\frac{x^2+14x+49}{x^2+8x+7} =$

h) $\frac{x}{1-\sqrt{x+1}} =$

i) $\frac{x^2+3x-10}{x^2-25} =$

j) $\frac{x^2+10x+9}{x^2+10x+9} =$

k) $\frac{6-\sqrt{3x+7}}{x-5} =$

l) $\frac{x^3-1}{x^2-1} =$