RELATÓRIO
DIFERENÇAS FINITAS

Vitória, 2019

Alunos

João Victor Marçal Bragança

Pedro Vinicius dos Santos Custodio

Professora

Andrea Valli

Universidade Federal do Espírito Santo
Curso de Engenharia Elétrica

Sumário

1 Aparato Experimental

- 1 Bacia plástica transparente com água
- 2 eletrodos
- 1 Multimetro
- 1 Fonte de bancada
- 1 Papel milimetrado

2 Introdução

Neste relatório iremos apresentar a resolução da Equação de Poisson pelo método de diferenças finitas centrais, validando com uma solução já conhecida e resolvendo um problema da área de eletromagnetismo com a solução a ser encontrada pelo método.

3 Validação do Método

Para validar o método, foi disponibilizado a função:

$$f(x,y) = \frac{1}{5}[x(x-10)+y(y-5)]$$

com as seguintes condições de contorno:

$$V = 0 \text{ na fronteira.}$$

$$V = 0.625x(10-x) \text{ para } y = 2.5,\ 0 \leq x \leq 10$$

Onde solução conhecida é igual a:

$$V(x,y) = \frac{1}{10}x(10-x)y(5-y)$$

A partir daí, foi implementado um código computacional no Octave a fim de resolver este problema.

Para saber se o código está correto, foi calculado o erro máximo entre a solução conhecida e a solução encontrada. Ela pode ser encontrada a partir da seguinte fórmula.

$$\text{erro} = \max|V_p^{exato}\text{-}V_p|,\ p = 1,2,\ ...\ ,n_x{*}n_y$$

Utilizando o método de Gauss-Seidel para encontrar a solução com h = 0.125, foi encontrado que levou 232 iterações para convergir com uma tolerância de 10^{-6} com o tempo de execução de 490.569 seconds.

Utilizando o método de Gauss-Seidel para encontrar a solução com h = 0.250, foi encontrado que levou 931 iterações para convergir com uma tolerância de 10^{-6} com o tempo de execução de 5.4899 seconds.

Utilizando o método de Gauss-Seidel para encontrar a solução com h = 0.500, foi encontrado que levou 232 iterações para convergir com uma tolerância de 10^{-6} com o tempo de execução de 0.0969028 seconds.

Quanto menor o h, maior o tempo de execução pois o gráfico se torna mais fidedigno a realidade e precisa de um maior número de iterações pois a quantidade de pontos a ser calculado aumenta.

Em geral, a escolha do ω para o método SOR é feita empiricamente, mas em malhas retangulares pode ser encontrada a partir da seguinte fórmula:

$$\omega = \tfrac{8-\sqrt{64-16t^2}}{t^2}$$

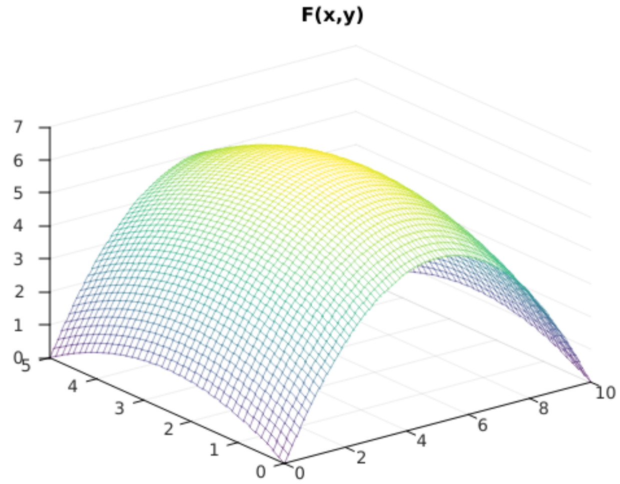
onde

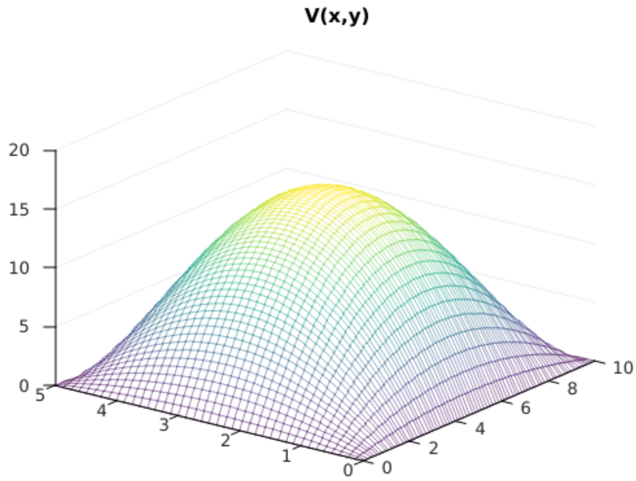
$$\mathrm{t} = \cos(\tfrac{\pi}{n_x}) + \cos(\tfrac{\pi}{n_y})$$

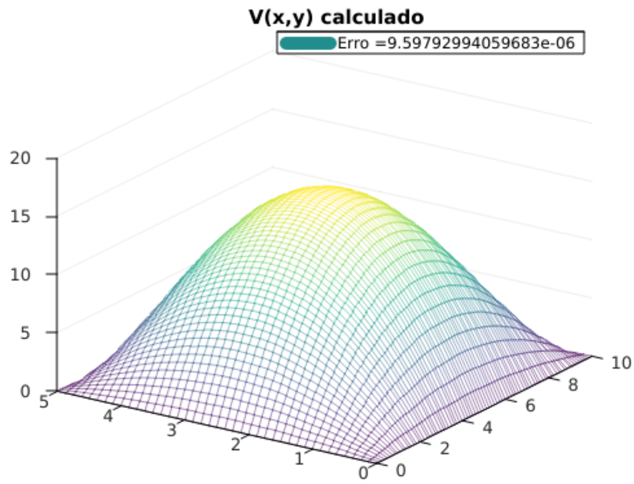
Para h = 0.125 temos que o ω ideal é de 1.8856.

Utilizando o método SOR com $\omega = 1.8856$ para encontrar a solução com h = 0.125, foi encontrado que levou 162 iterações para convergir com uma tolerância de 10^{-6} com o tempo de execução de 26.0348 seconds.

Para h= 0.125, temos:







4 Capacitor de placas paralelas

Para um capacitor de placas paralelas, no domínio $\Omega = [0,10] \times [0,5]$, livre de cargas ($\rho = 0$) e com as condições de contorno:

$$V = 0 \text{ na fronteira.}$$

$$V = +5 \text{ para } y = 3,\ 3 \leq x \leq 7$$

$$V = -5 \text{ para } y = 2,\ 3 \leq x \leq 7$$

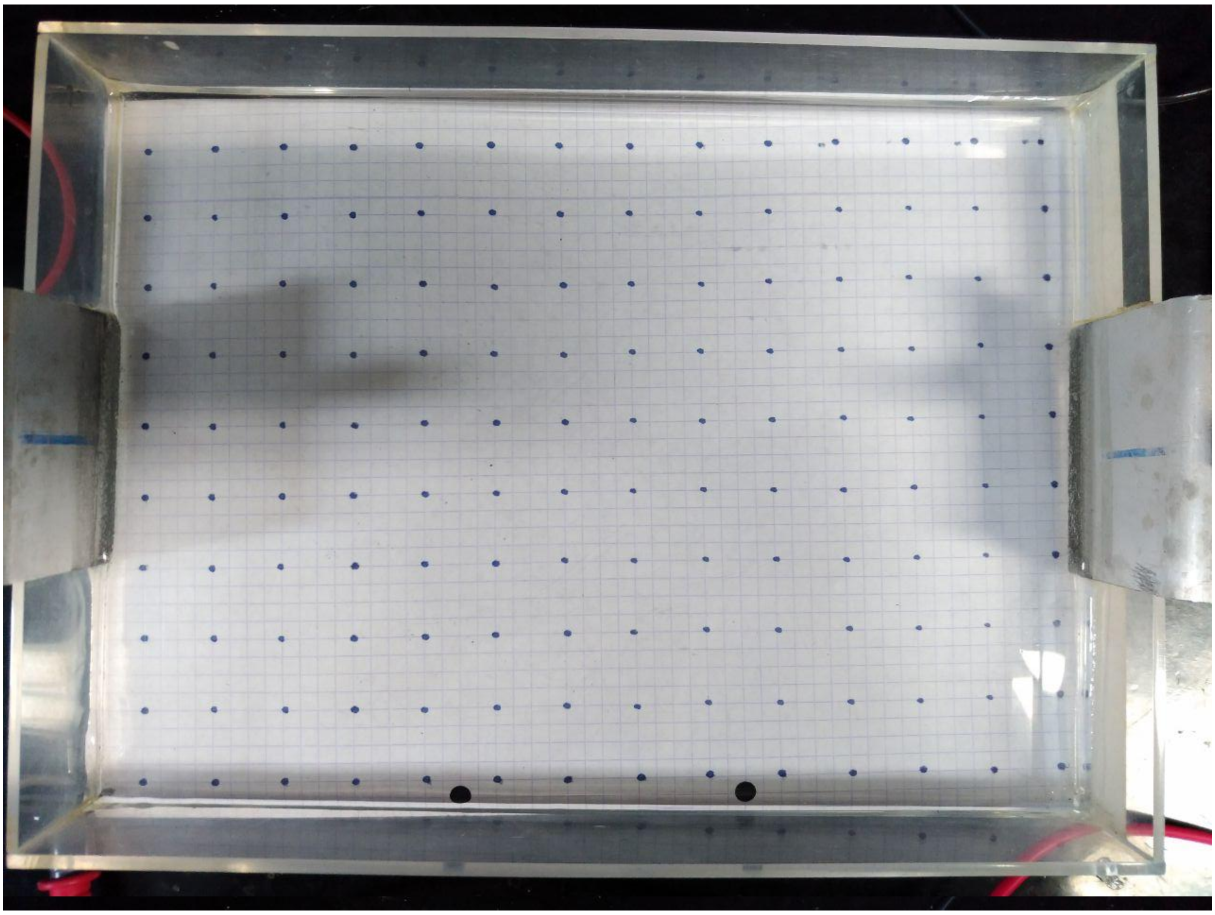


Figura 1 – Fluxograma de aquisição de dados

As saídas positiva e negativa da fonte foram ligadas a um eletrodo cada. Os eletrodos ficavam na borda da bacia e parcialmente imersos na água. A fonte foi ajustada para fornecer 30V um máximo de 1A.

No terminal negativo da fonte, foi colocada a referência do multimetro.

O experimento foi dividido em 2 partes, onde a primeira consistiu em medir e anotar as tensões em todos os 140 pontos marcados.

A segunda parte do experimento consistiu em encontrar linhas equipotenciais, ou seja, de mesmo potencial elétrico. Foram definidas 3 tensões, 7,5V, 15V e 22,5V. Após encontrar uma dessas tensões na cuba eletrlítica, era necessário movimentar a ponta de prova para verticalmente e horizontalmente para encontrar outro ponto próximo de igual tensão.

5 Resultados

Os dados obtidos na primeira parte do experimento foram analisados no Matlab usando o *script* fornecido pela professora.

A figura abaixo representa a tensão como uma função $V(x, y)$

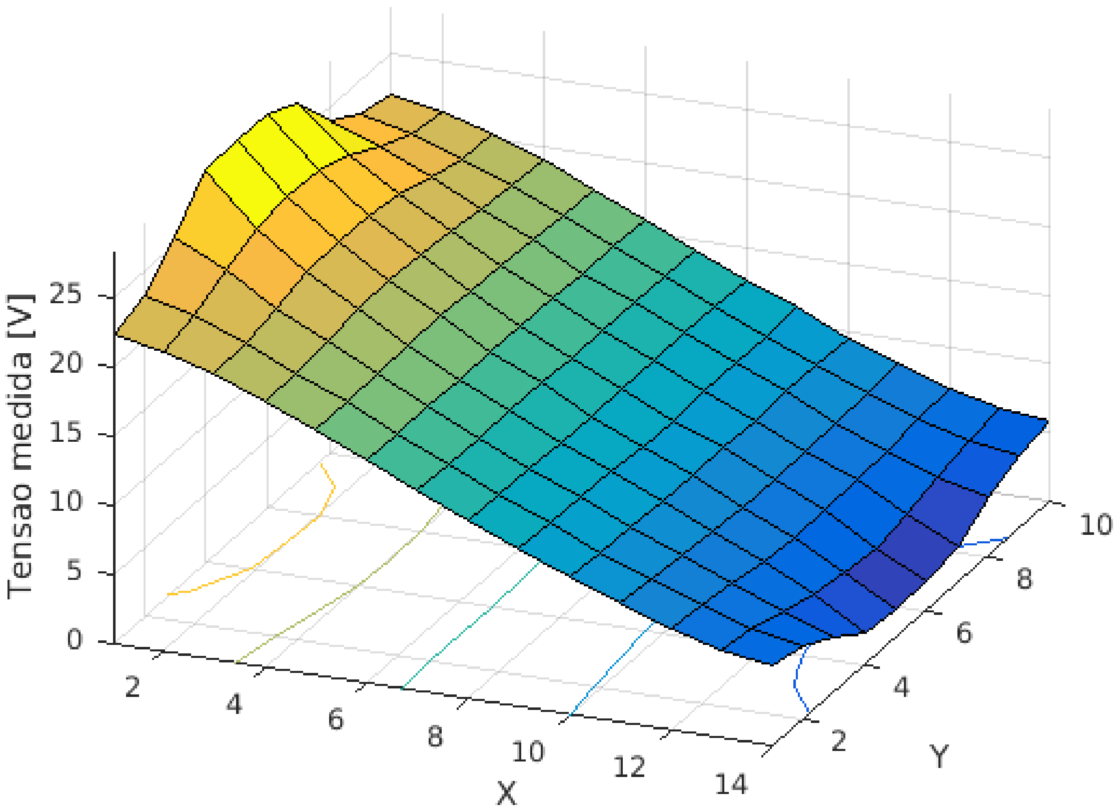


Figura 2 – Superfície gerada por $V(x, y)$

As regiões próximas as placas possuem maior variação de tensão e no centro a variação é bem mais constante, sendo quase linear.

O *script* também calcula o gradiente da tensão, por consequência, o campo elétrico(**??**), e as linhas equipotenciais.

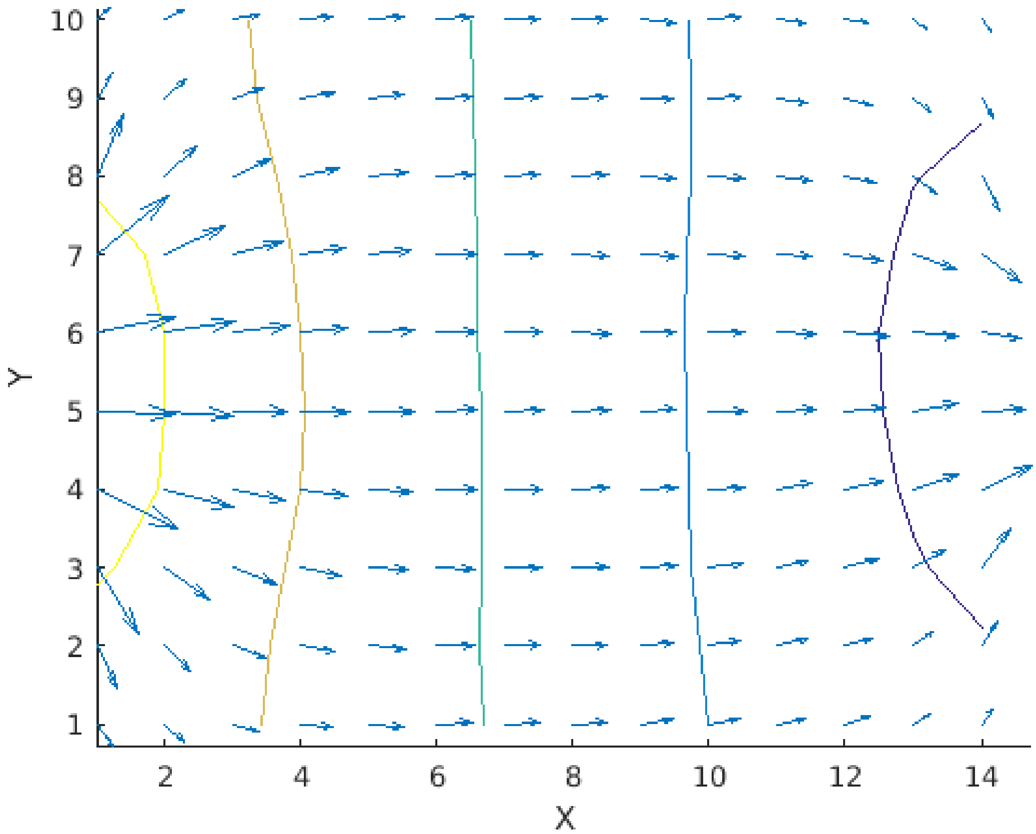


Figura 3 – Gradiente de tensão e linhas de campo elétrico

É possível observar que as linhas de campo elétrico são de fato perpendiculares às linhas equipotenciais e que são mais uniformes em sentido e módulo no sentro da cuba.

Para observar melhor as linhas de campo elétrico e o gradiente de tensão, foi feita uma sobreposição da imagem gerada pelo *script* e de um foto do experimento.

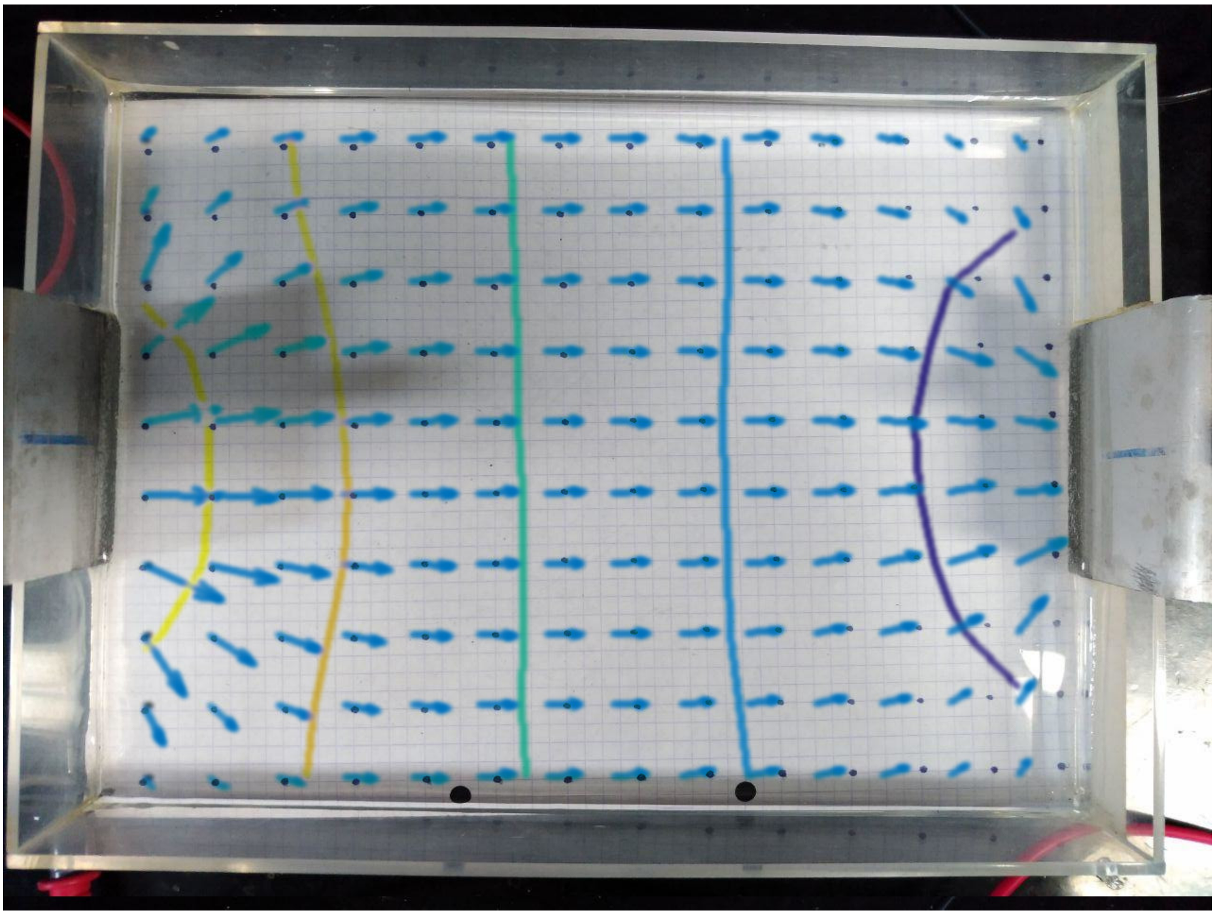


Figura 4 – Gradiente sobreposto no experimento

Com as imagens sobrepostas, fica mais fácil observar as linhas de campo elétrico divergindo do polo positivo e convergindo para o polo negativo. As linhas equipotenciais também ficam mais evidentes. No centro da cuba elas são mais retas, resultado esperado após a segunda parte do experimento, em que era mais fácil encontrar linhas equipotenciais, pois bastava andar verticalmente com a ponta de prova.

É interessante observar a semelhança do sistema com um dipolo gerado por cargas pontuais, mesmo com a grande dimensão das placas em comparação à distância entre elas.

Apesar de ser possível observar a semelhança anteriormente dita, também é possível observar no centro das placas as linhas de campo normais às superfícies das placas e o efeito de borda nas suas laterais. Como seria esperado numa placa de grande dimensão.

6 Conclusão

Com o experimento foi possível observar na prática a relação entre o campo elétrico e o potencial elétrico. Duas coisas saltaram dentre as outras que foram possíveis de serem observadas: as linhas equipotenciais e a semelhança dos resultados obtidos com o de um dipolo gerado por cargas pontuais.