

---

---

# RELATÓRIO DIFERENÇAS FINITAS

---

---

VITÓRIA, 2019

ALUNOS

JOÃO VICTOR MARÇAL BRAGANÇA  
PEDRO VINICIUS DOS SANTOS CUSTODIO

PROFESSORA

ANDREA VALLI

*Universidade Federal do Espírito Santo  
Curso de Engenharia Elétrica*

# Sumário

1	APARATO EXPERIMENTAL . . . . .	3
2	INTRODUÇÃO . . . . .	4
3	VALIDAÇÃO DO MÉTODO . . . . .	5
4	CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS . . . . .	7
5	RESULTADOS . . . . .	9
6	CONCLUSÃO . . . . .	12

# 1 Aparato Experimental

- 1 Bacia plástica transparente com água
- 2 eletrodos
- 1 Multímetro
- 1 Fonte de bancada
- 1 Papel milimetrado

## 2 Introdução

Neste relatório iremos apresentar a resolução da Equação de Poisson pelo método de diferenças finitas centrais, validando com uma solução já conhecida e resolvendo um problema da área de eletromagnetismo com a solução a ser encontrada pelo método.

### 3 Validação do Método

Para validar o método, foi disponibilizado a função:

$$f(x,y) = \frac{1}{5}[x(x-10)+y(y-5)]$$

com as seguintes condições de contorno:

$$V = 0 \text{ na fronteira.}$$

$$V = 0.625x(10-x) \text{ para } y = 2.5, 0 \leq x \leq 10$$

Onde solução conhecida é igual a:

$$V(x,y) = \frac{1}{10}x(10-x)y(5-y)$$

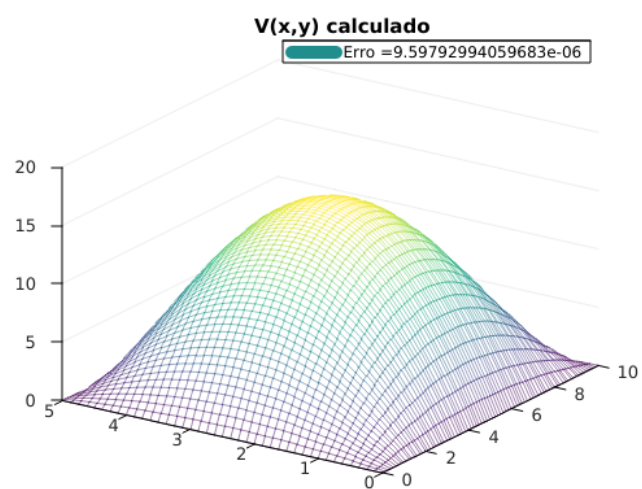
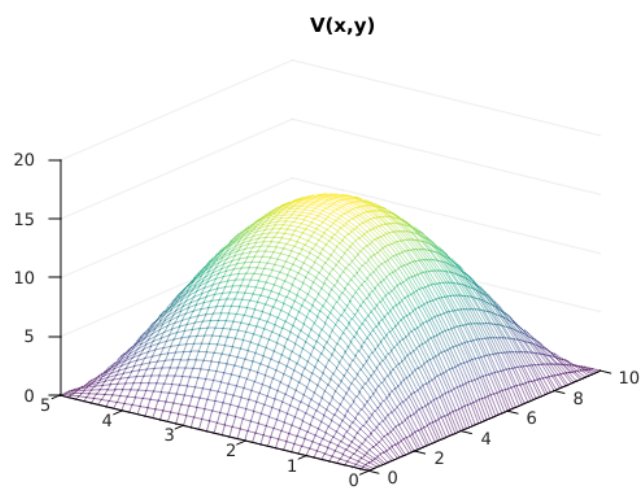
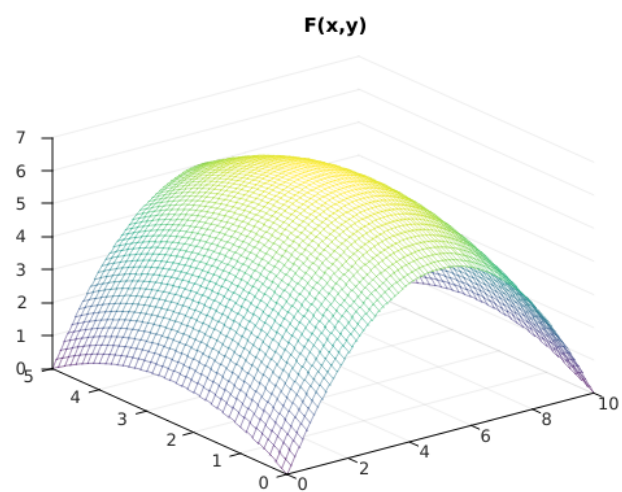
A partir daí, foi implementado um código computacional no Octave a fim de resolver este problema.

Para saber se o código está correto, foi calculado o erro máximo entre a solução conhecida e a solução encontrada. Ela pode ser encontrada a partir da seguinte fórmula.

$$\text{erro} = \max|V_p^{exato}-V_p|, p = 1,2, \dots, n_x * n_y$$

Utilizando o método de Gauss-Seidel para encontrar a solução, foi encontrado que levou 232 iterações para convergir com uma tolerância de  $10^{-6}$ .

Para  $h=0.125$ , temos:



## 4 Capacitor de placas paralelas

Para um capacitor de placas paralelas, no domínio  $\Omega = [0,10] \times [0,5]$ , livre de cargas ( $\rho = 0$ ) e com as condições de contorno:

$$V = 0 \text{ na fronteira.}$$

$$V = +5 \text{ para } y = 3, 3 \leq x \leq 7$$

$$V = -5 \text{ para } y = 2, 3 \leq x \leq 7$$

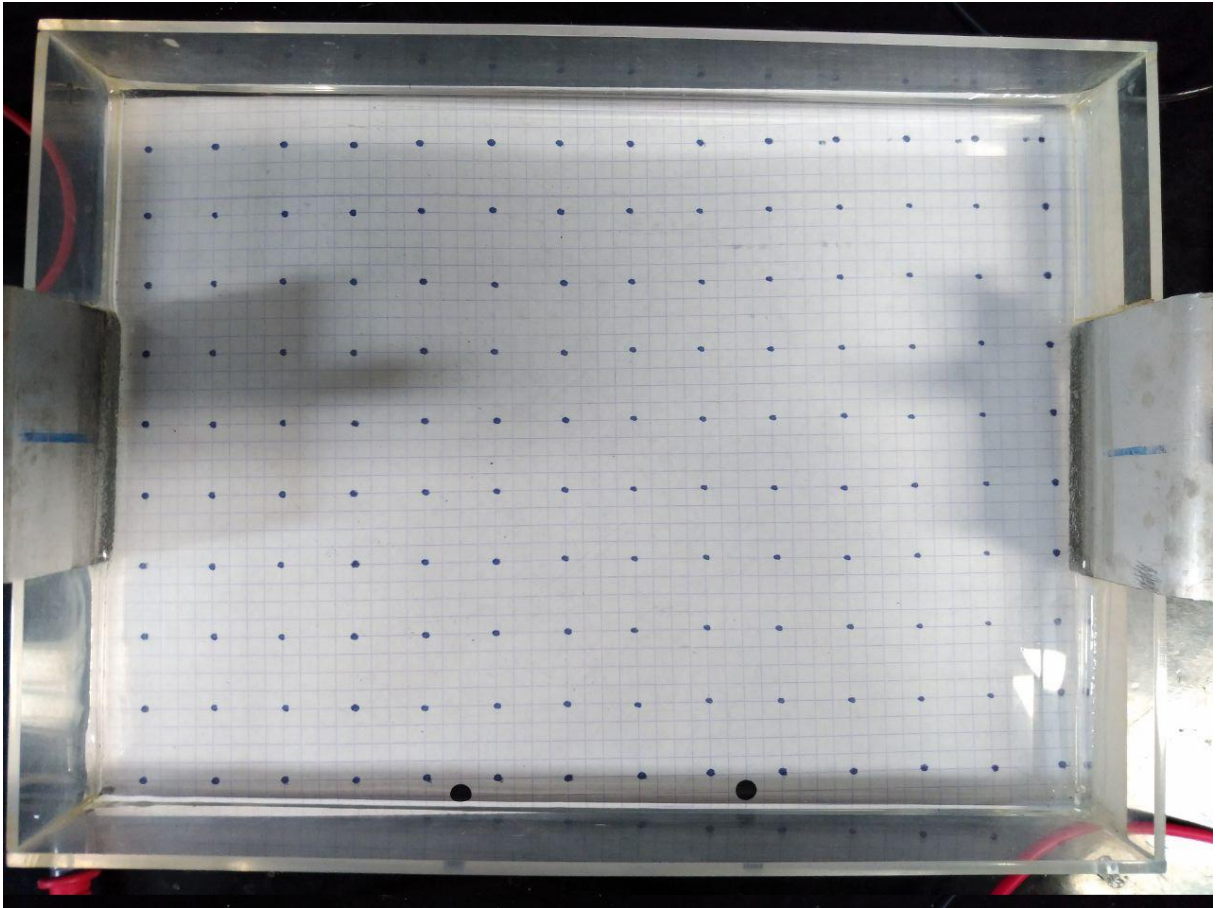


Figura 1 – Fluxograma de aquisição de dados

As saídas positiva e negativa da fonte foram ligadas a um eletrodo cada. Os eletrodos ficavam na borda da bacia e parcialmente imersos na água. A fonte foi ajustada para fornecer 30V um máximo de 1A.

No terminal negativo da fonte, foi colocada a referência do multímetro.

O experimento foi dividido em 2 partes, onde a primeira consistiu em medir e anotar as tensões em todos os 140 pontos marcados.

A segunda parte do experimento consistiu em encontrar linhas equipotenciais, ou seja, de mesmo potencial elétrico. Foram definidas 3 tensões, 7,5V, 15V e 22,5V. Após encontrar uma dessas tensões na cuba eletrólítica, era necessário movimentar a ponta de prova para verticalmente e horizontalmente para encontrar outro ponto próximo de igual tensão.



## 5 Resultados

Os dados obtidos na primeira parte do experimento foram analisados no Matlab usando o *script* fornecido pela professora.

A figura abaixo representa a tensão como uma função  $V(x, y)$

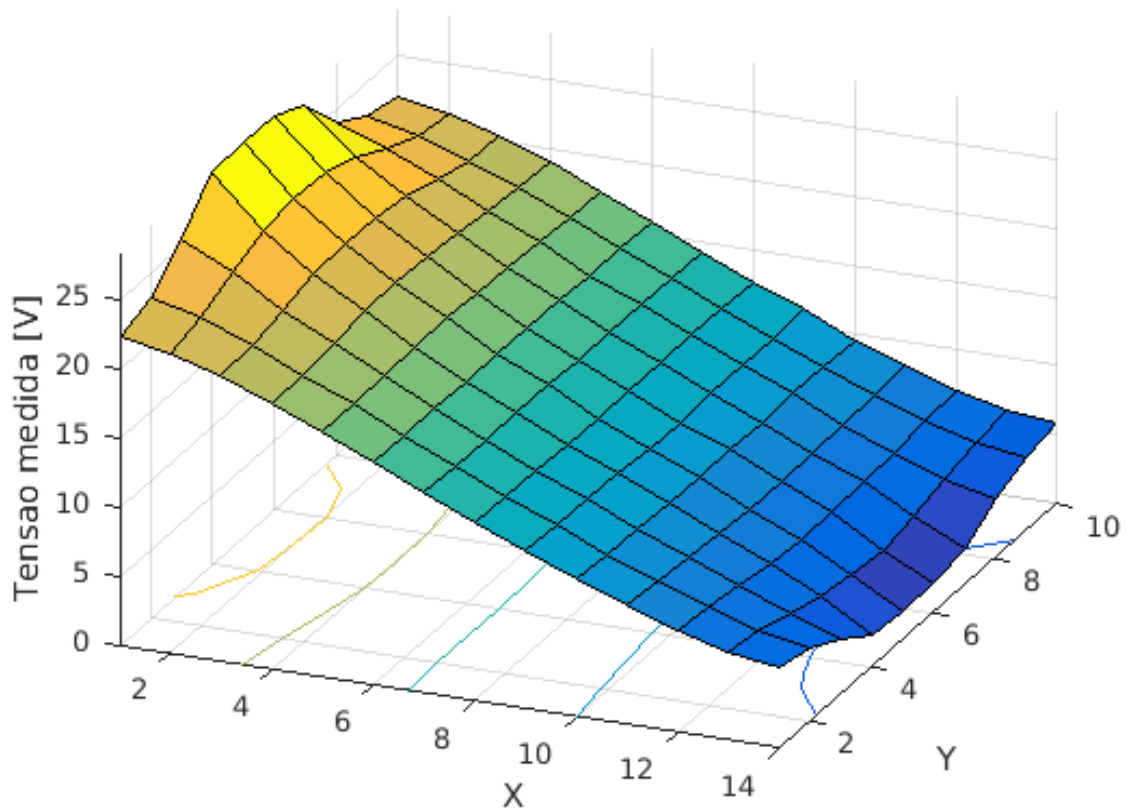


Figura 2 – Superfície gerada por  $V(x, y)$

As regiões próximas as placas possuem maior variação de tensão e no centro a variação é bem mais constante, sendo quase linear.

O *script* também calcula o gradiente da tensão, por consequência, o campo elétrico(?), e as linhas equipotenciais.

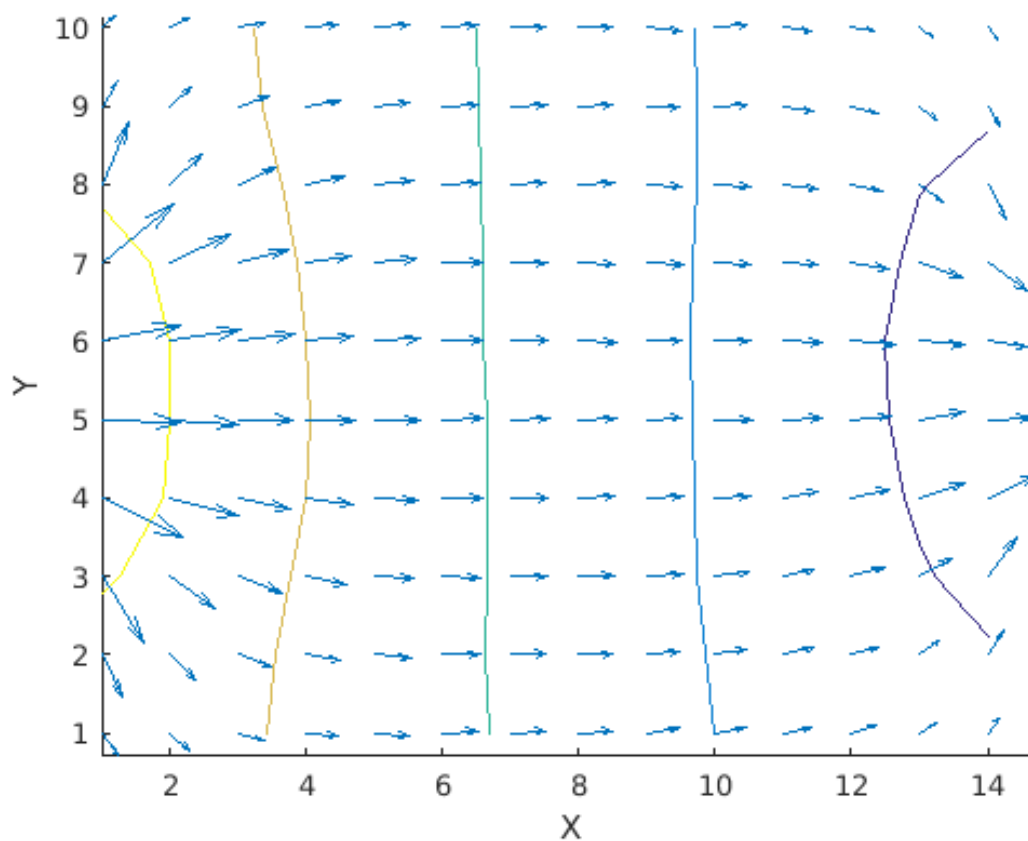


Figura 3 – Gradiente de tensão e linhas de campo elétrico

É possível observar que as linhas de campo elétrico são de fato perpendiculares às linhas equipotenciais e que são mais uniformes em sentido e módulo no sentro da cuba.

Para observar melhor as linhas de campo elétrico e o gradiente de tensão, foi feita uma sobreposição da imagem gerada pelo *script* e de um foto do experimento.

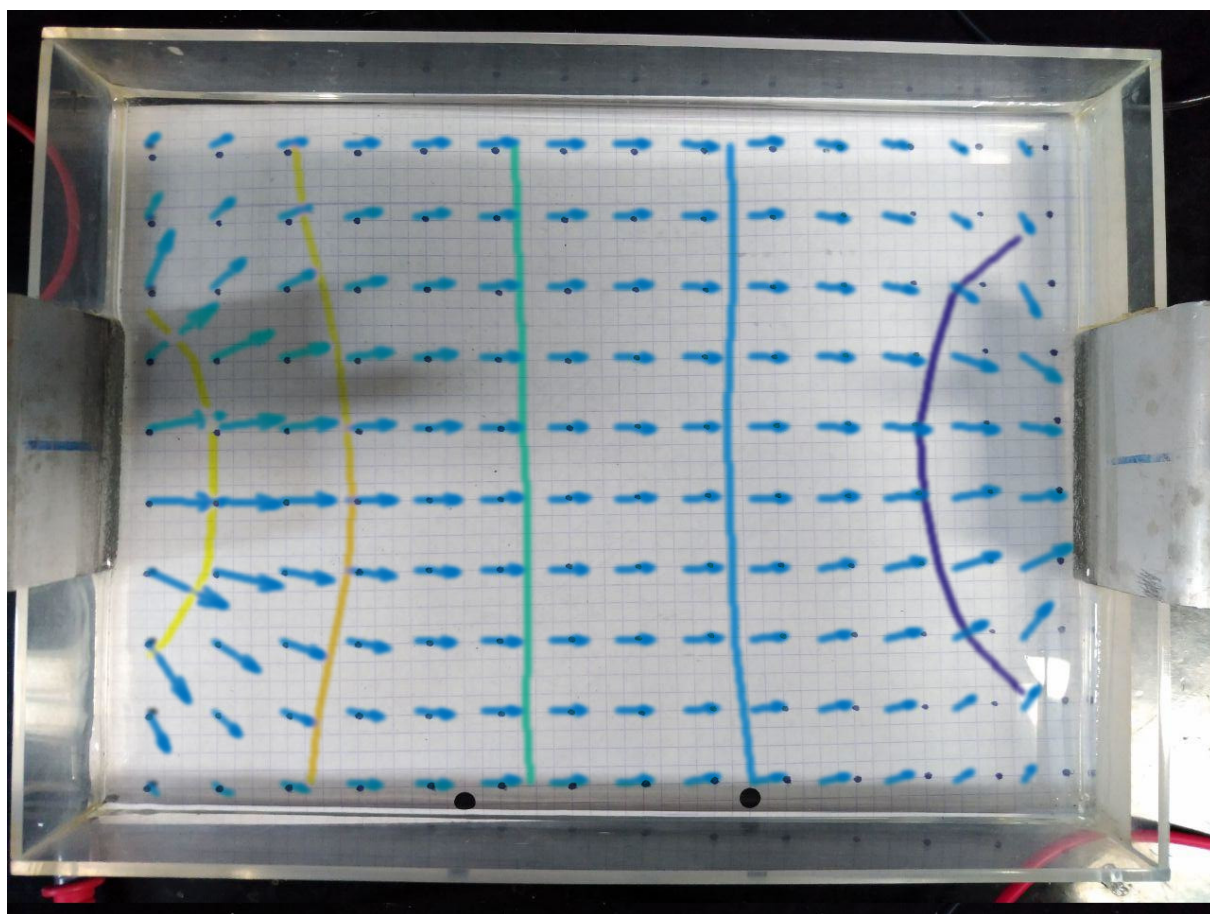


Figura 4 – Gradiente sobreposto no experimento

Com as imagens sobrepostas, fica mais fácil observar as linhas de campo elétrico divergindo do polo positivo e convergindo para o polo negativo. As linhas equipotenciais também ficam mais evidentes. No centro da cuba elas são mais retas, resultado esperado após a segunda parte do experimento, em que era mais fácil encontrar linhas equipotenciais, pois bastava andar verticalmente com a ponta de prova.

É interessante observar a semelhança do sistema com um dipolo gerado por cargas pontuais, mesmo com a grande dimensão das placas em comparação à distância entre elas.

Apesar de ser possível observar a semelhança anteriormente dita, também é possível observar no centro das placas as linhas de campo normais às superfícies das placas e o efeito de borda nas suas laterais. Como seria esperado numa placa de grande dimensão.

## 6 Conclusão

Com o experimento foi possível observar na prática a relação entre o campo elétrico e o potencial elétrico. Duas coisas saltaram dentre as outras que foram possíveis de serem observadas: as linhas equipotenciais e a semelhança dos resultados obtidos com o de um dipolo gerado por cargas pontuais.