

Processamento Digital de Sinais

Suzete E. N. Correia

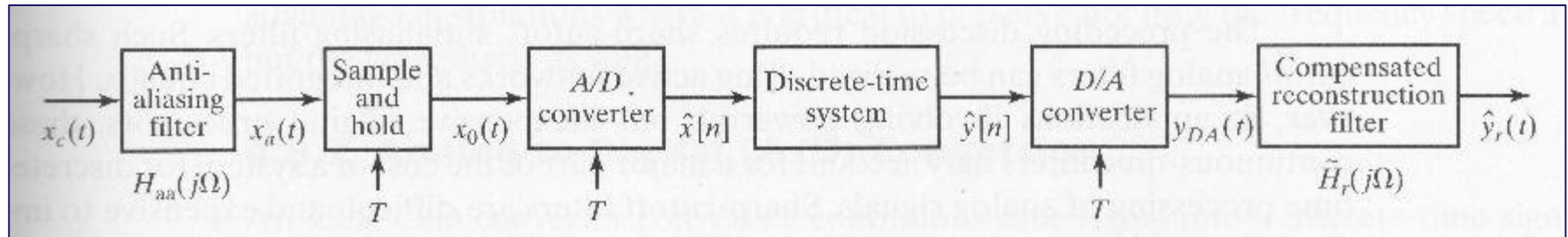
Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia da Paraíba

suzete.correia@gmail.com

Processamento Digital de Sinais Analógicos

- O processo de digitalização de um sinal analógico consiste em três etapas básicas: amostragem, quantização e codificação.
- No processo de amostragem, obtém-se amostras do sinal em instantes de tempo discretos
- Na etapa de quantização, as amostras em tempo discretos obtidas são mapeadas para um alfabeto finito.
- O sinal digital consiste então de uma seqüência de símbolos discretos que podem ainda ser representados por palavras binárias na etapa de codificação.

Processamento Digital de Sinais Analógicos



Filtro Anti - Aliasing

- Geralmente procura-se usar a menor taxa de amostragem possível de modo a minimizar os requerimentos do processador digital.
- Logo: Sinal de entrada precisa ser limitado em frequência.
Ex.: Voz inteligível : até 4kHz
porém possui freq. até da ordem de 10kHz.

Ex.2: Sinal limitado + Ruído de alta frequência.

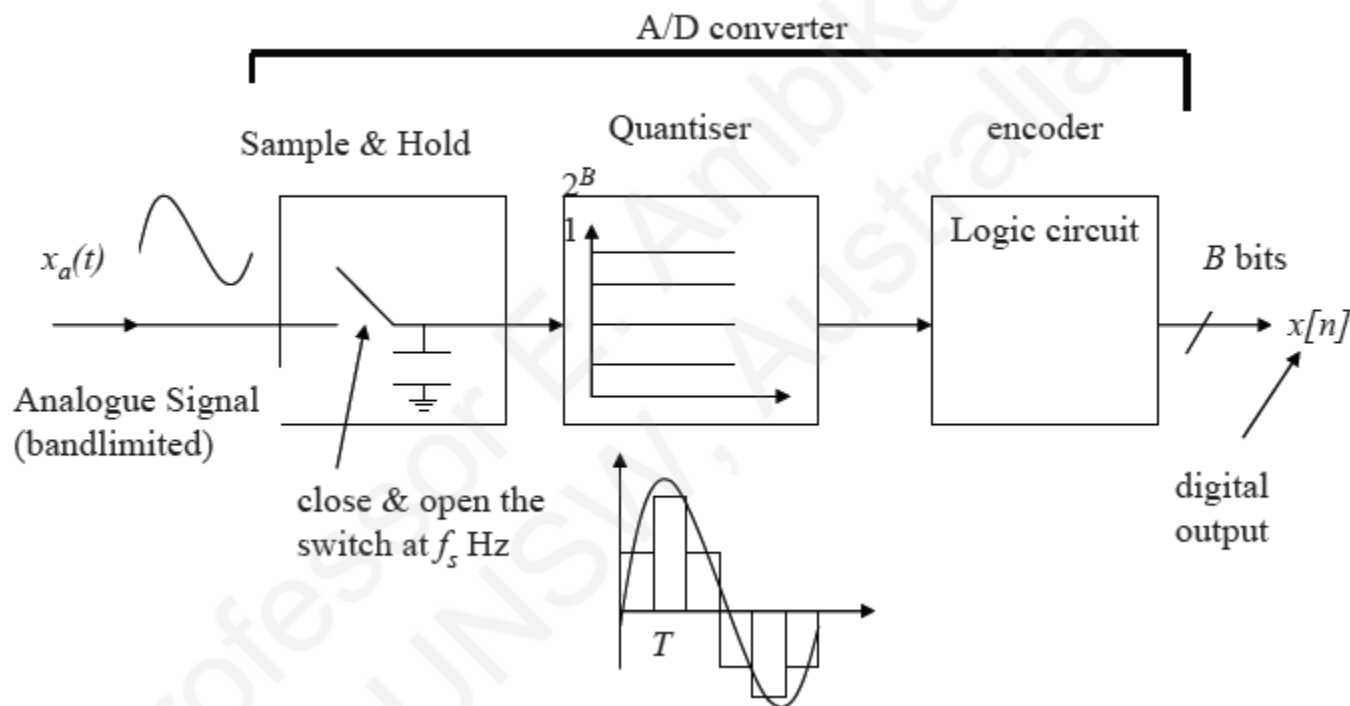
P/ evitar *aliasing* é necessário limitar a largura de banda do sinal de entrada.

Conversão Analógico - Digital

A/D: dispositivo que converte tensão ou corrente em um código binário.

Conversão tem precisão finita

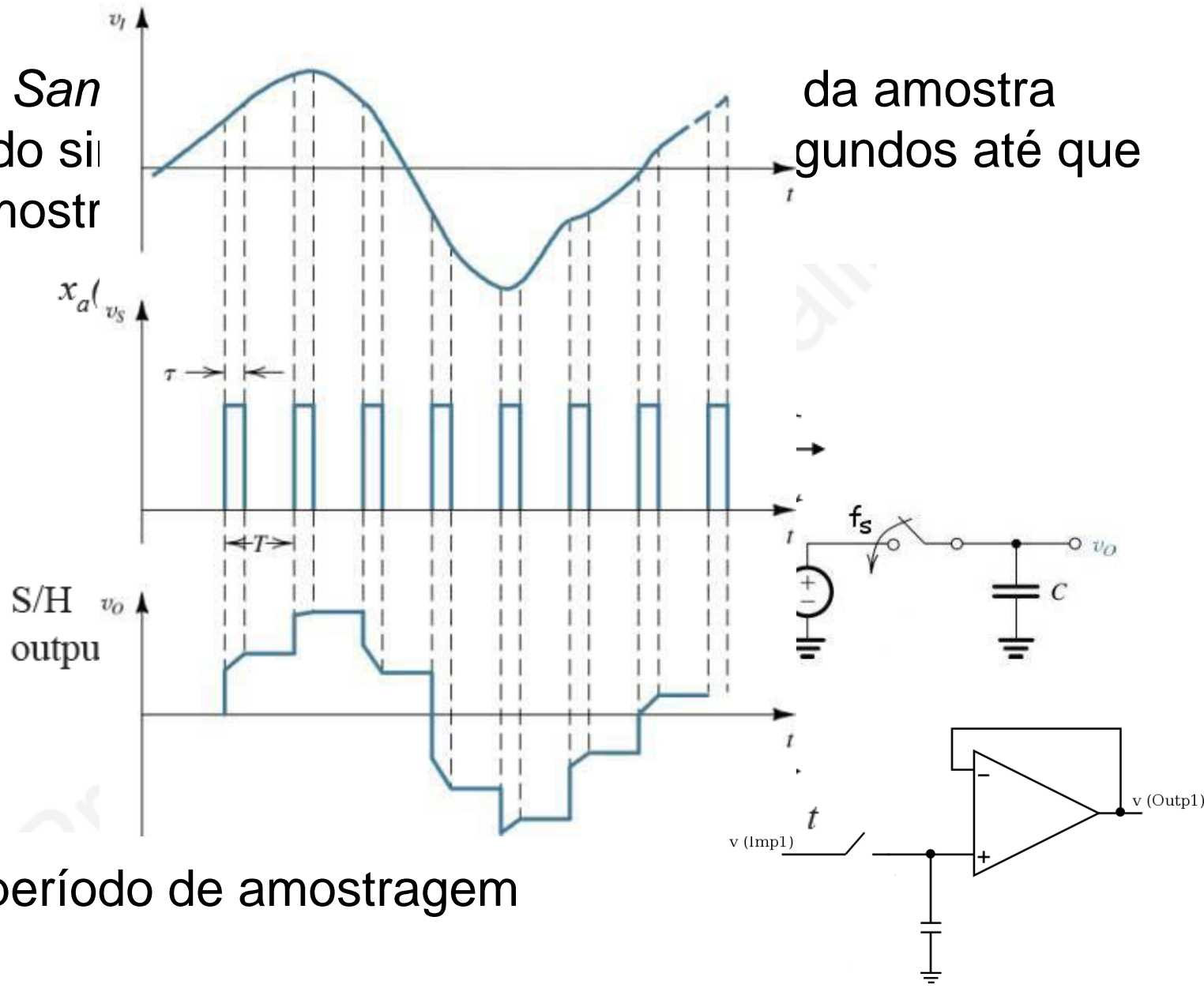
Não é instantânea: Necessita *sample&hold*



Sample & Hold

O circuito *San*
coletada do si
a nova amostr

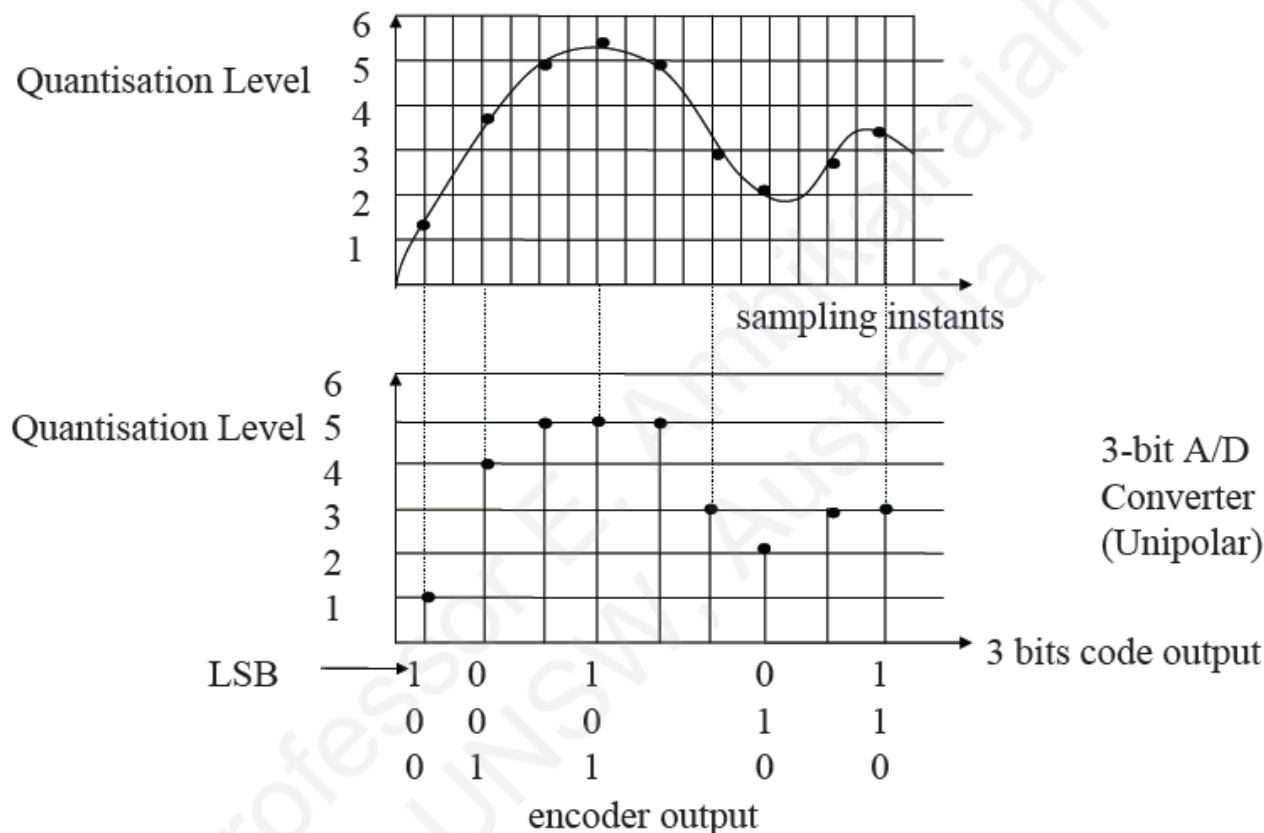
da amostra
gundos até que



T é o período de amostragem

Quantização

- Transforma uma sequência de entrada $x[n]$, com um intervalo contínuo de amplitudes, em uma sequência na qual cada valor de $x[n]$ assume um entre um número finito de valores possíveis



Quantização

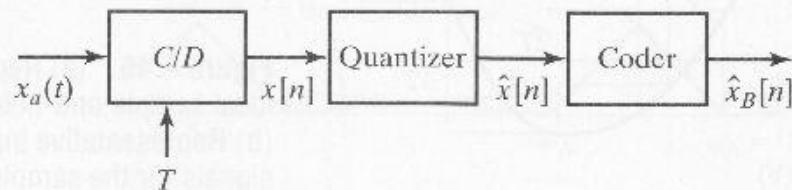
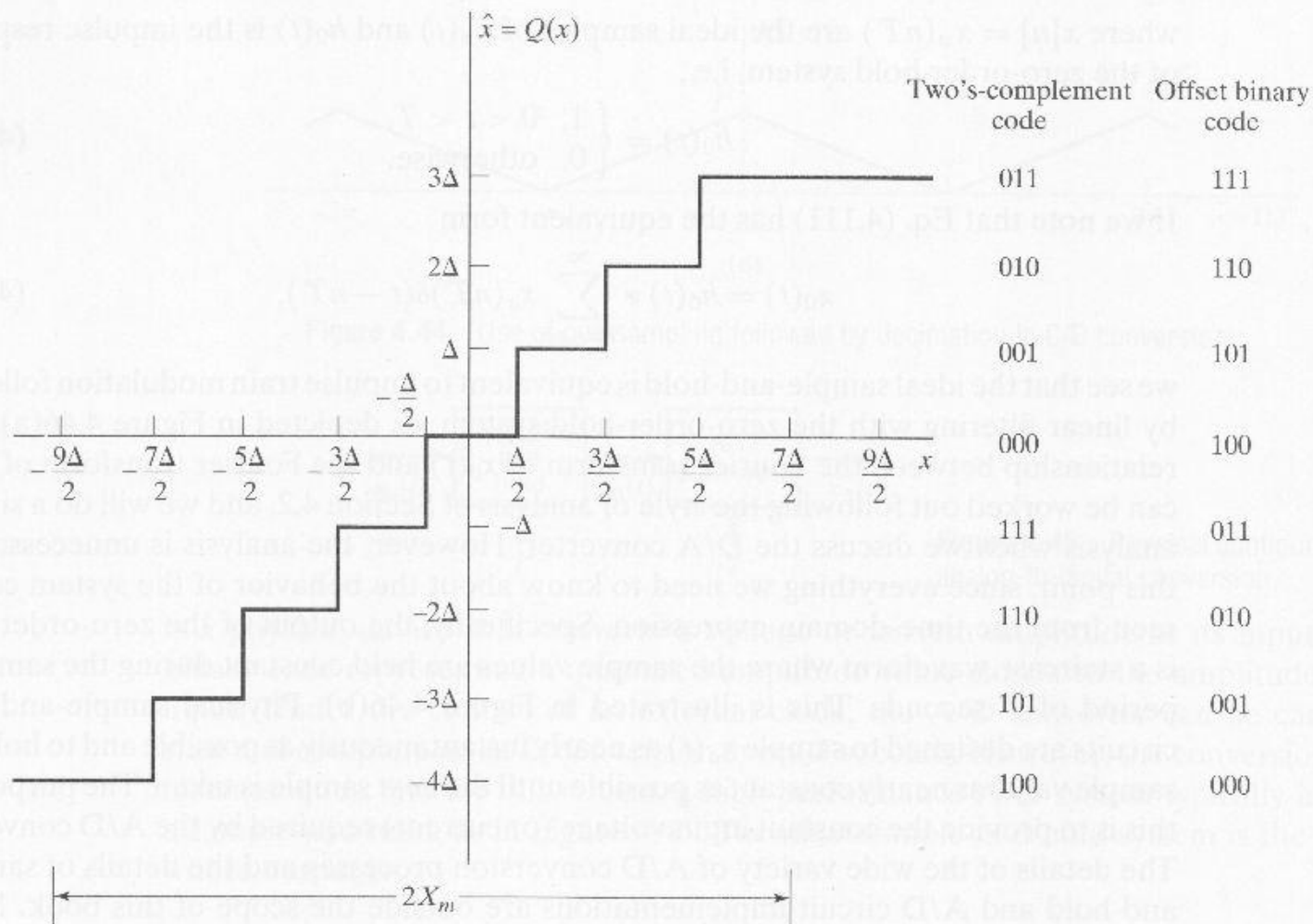


Figure 4.47 Conceptual representation of the system in Figure 4.45.



Quantização

- Se o sinal analógico $x(t)$ possui amplitudes na faixa $(-X_m, X_m)$, o tamanho de cada intervalo (passo de quantização) é dado por:

$$\Delta = \frac{2X_m}{L}$$

L – número de níveis

X_m – valor máximo do sinal de entrada

- Cada amostra é aproximada para o ponto médio do intervalo em que ela se encontra
- Um sinal desse tipo é conhecido como um sinal digital L-ário

Quantização

- O número de níveis $L = 2^B$
- B é o número de bits
- o erro de quantização é intrínseco ao processo de quantização
- A necessidade de representar sinais com um número finito de bits, faz com que o ruído de quantização esteja presente em quase todos os sistemas de processamento digital de sinais.

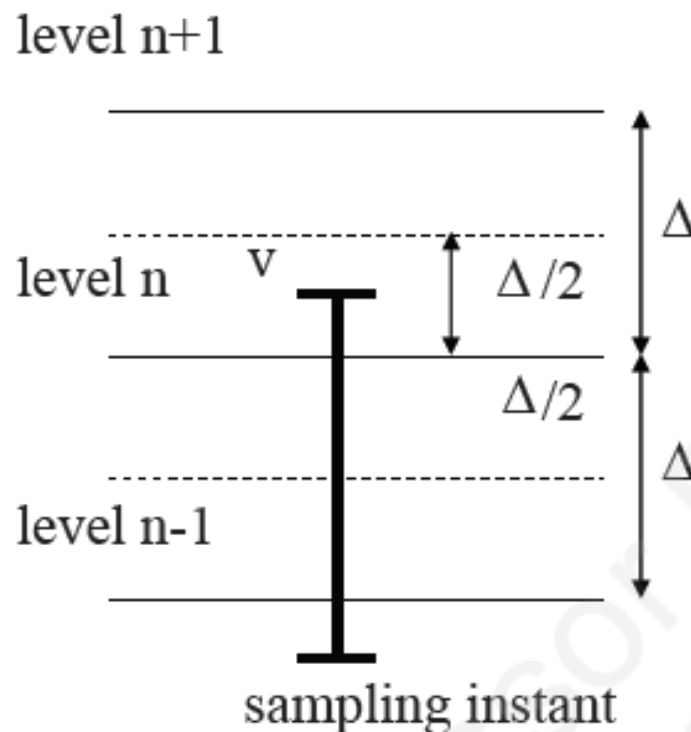
Como as amplitudes são arredondadas para um dentre L níveis discretos (níveis quantizados), é gerado um erro chamado **erro de quantização**.

Erro de Quantização

$$e[n] = \hat{x}[n] - x[n]$$

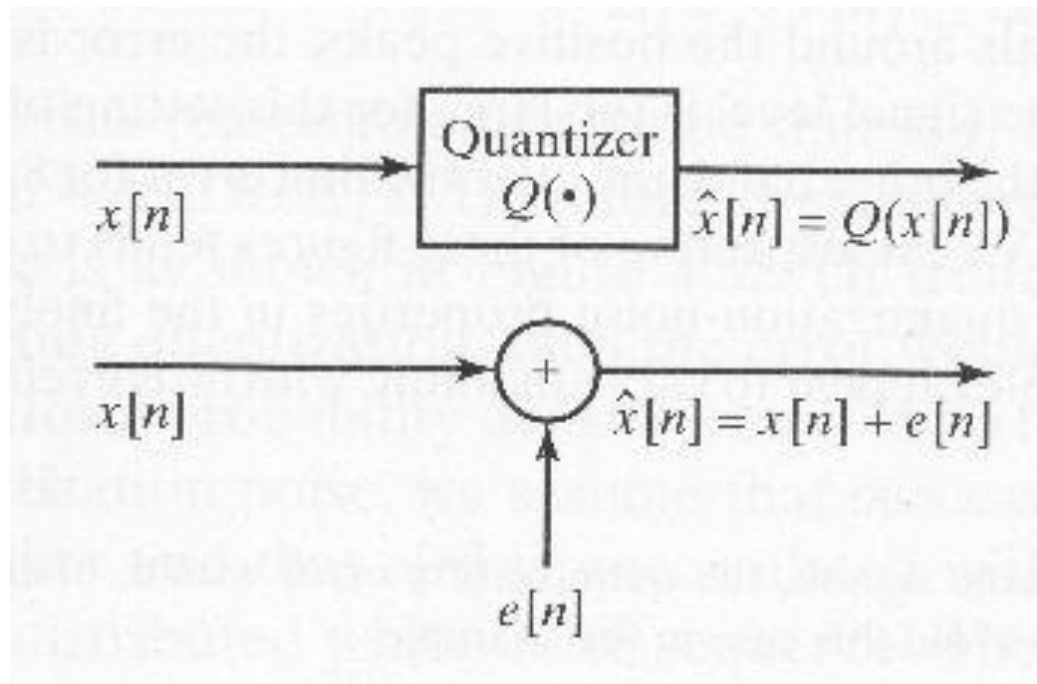
Limitado por:

$$-\Delta/2 \leq e[n] \leq \Delta/2$$



Erro de Quantização

- Erro de quantização pensado como ruído aditivo
- Normalmente, não é conhecido e sua descrição é feita estatisticamente



Erro de Quantização

Para se levantar um modelo estatístico do erro. Assume-se que:

- A sequência de erro $e[n]$ é uma amostragem de um processo randômico estacionário (suas característica estatísticas não se alteram como tempo).
- O erro $e[n]$ é descorrelacionado com o sinal $x[n]$
- As variáveis randômicas do processo de erro são descorrelacionadas (o erro é um processo ruído branco)
- A função distribuição de probabilidade do erro é uniforme sobre o *range* (faixa) do erro de quantização

Em geral são boas aproximações para sinais $x[n]$ naturais (voz, música, vídeo, etc...), e pequenos passos de quantização.

Ex.:

$$x[n] = 0.99 \cos(n/10)$$

3 bits ($B=2$)

$e[n]$ /p 3 bits

$e[n]$ /p 8 bits

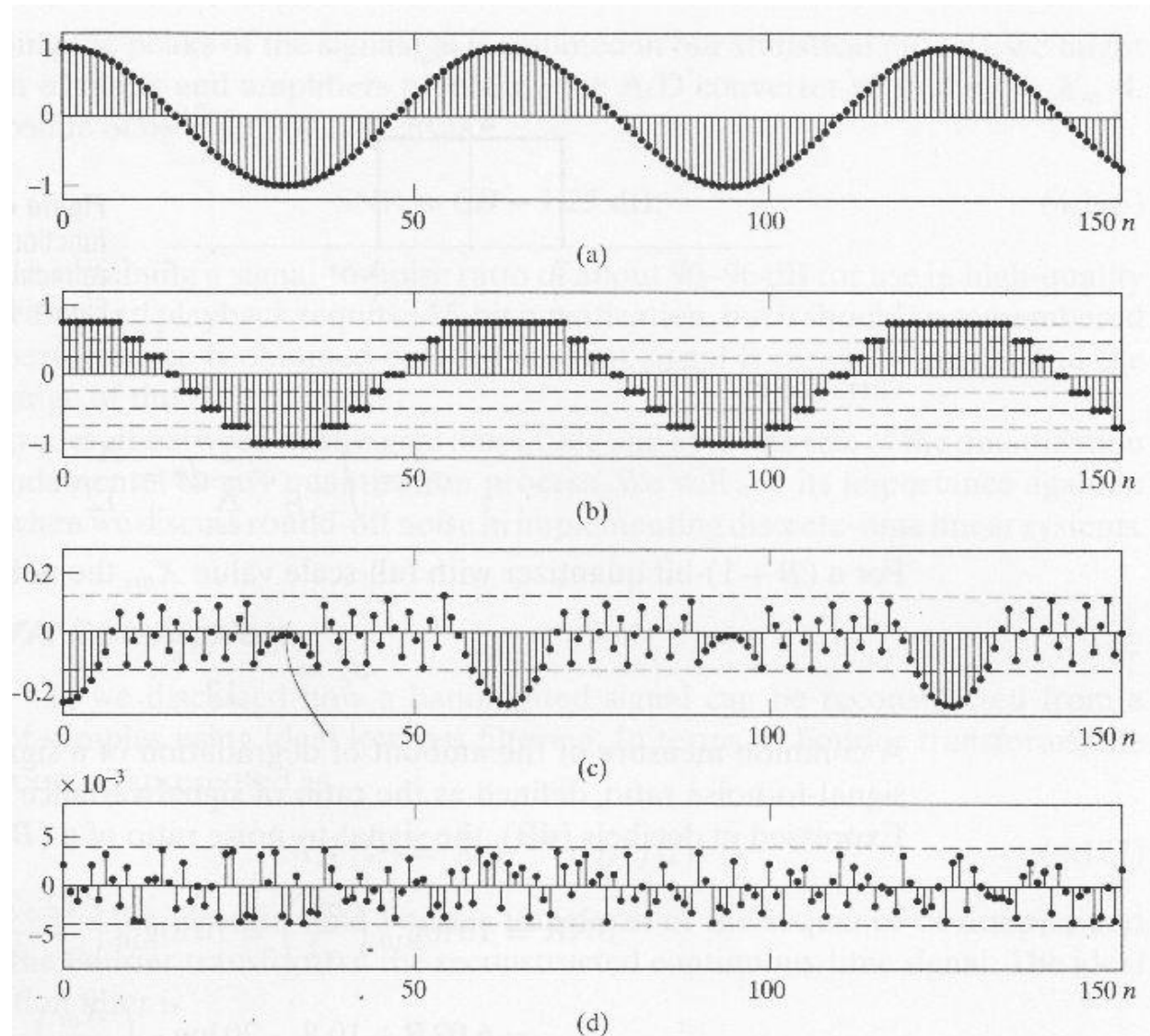
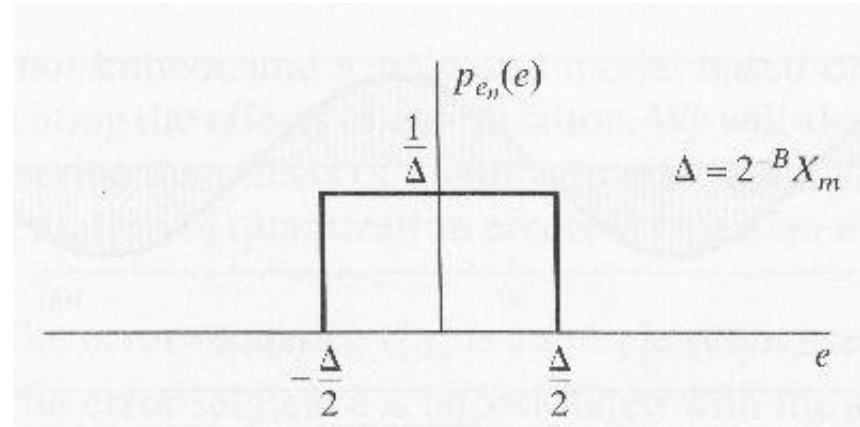


Figure 4.51 Example of quantization noise. (a) Unquantized samples of the signal $x[n] = 0.99 \cos(n/10)$. (b) Quantized samples of the cosine waveform in part (a) with a 3-bit quantizer. (c) Quantization error sequence for 3-bit quantization of the signal in (a). (d) Quantization error sequence for 8-bit quantization of the signal in (a).

Erro de Quantização

Para Δ pequeno pode-se modelar a probabilidade do sinal de erro como:



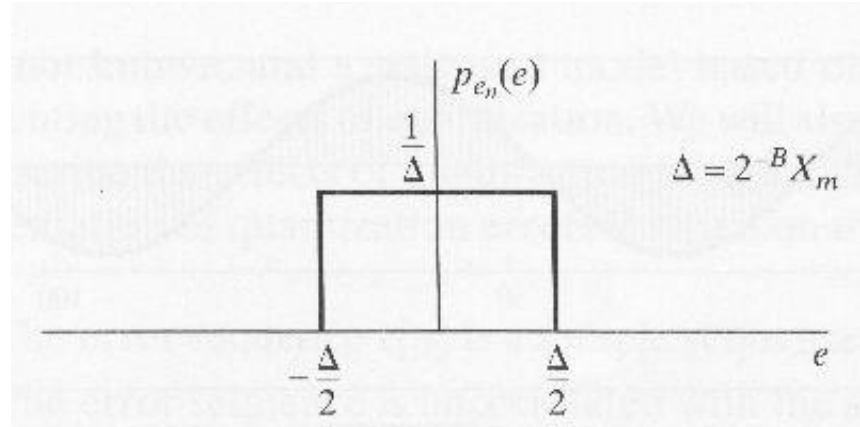
Erro de quantização distribui-se uniformemente no intervalo
[$-\Delta/2$, $\Delta/2$]

Variância (potência do erro):
$$\sigma_e^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot de = \frac{\Delta^2}{12}$$

Para $B+1$ bits e X_m tem-se:
$$\sigma_e^2 = \frac{2^{-2B} X_m^2}{12}$$

Erro de Quantização

Para Δ pequeno pode-se modelar a probabilidade do sinal de erro como:



Erro de quantização distribui-se uniformemente no intervalo
[$-\Delta/2$, $\Delta/2$]

$$p_N(n) = \frac{1}{\Delta}$$

$$P_N = \int_{-\infty}^{\infty} n^2 p_N(n) dn = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} n^2 dn = \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta^3}{12} = \frac{\Delta^2}{12}$$

Erro de Quantização

Relação Sinal-Ruído:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{12 \cdot 2^{2B} \sigma_x^2}{X_m^2} \right)$$

$$SNR = 6.02B + 10.8 - 20 \log_{10} \left(\frac{X_m}{\sigma_x} \right)$$

- Logo: a SNR aumenta 6.02 dB p/ cada bit

σ_x é o desvio padrão ou o valor RMS de $x[n]$

Assim esta equação não é válida se o sinal $x[n]$ saturar o quantizador, isto é $|x[n]| > X_m$.

- Se a amplitude do sinal $x[n]$ tem uma distribuição gaussiana
Apenas 0.0064% das amostras terão amplitudes $> 4 \sigma_x$.
Fazendo: $\sigma_x = X_m/4$ consegue-se $SNR \simeq 6.02B - 1.25$

Erro de Quantização

$$\text{Relação Sinal-Ruído} = \frac{2\sqrt{PX}}{L} \cdot \frac{2\sqrt{PX}}{2^B}$$

$$P_N = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{4PX}{12L^2} = \frac{PX}{3.4^B}$$

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}\right) = 10\log_{10} 3.4^B$$

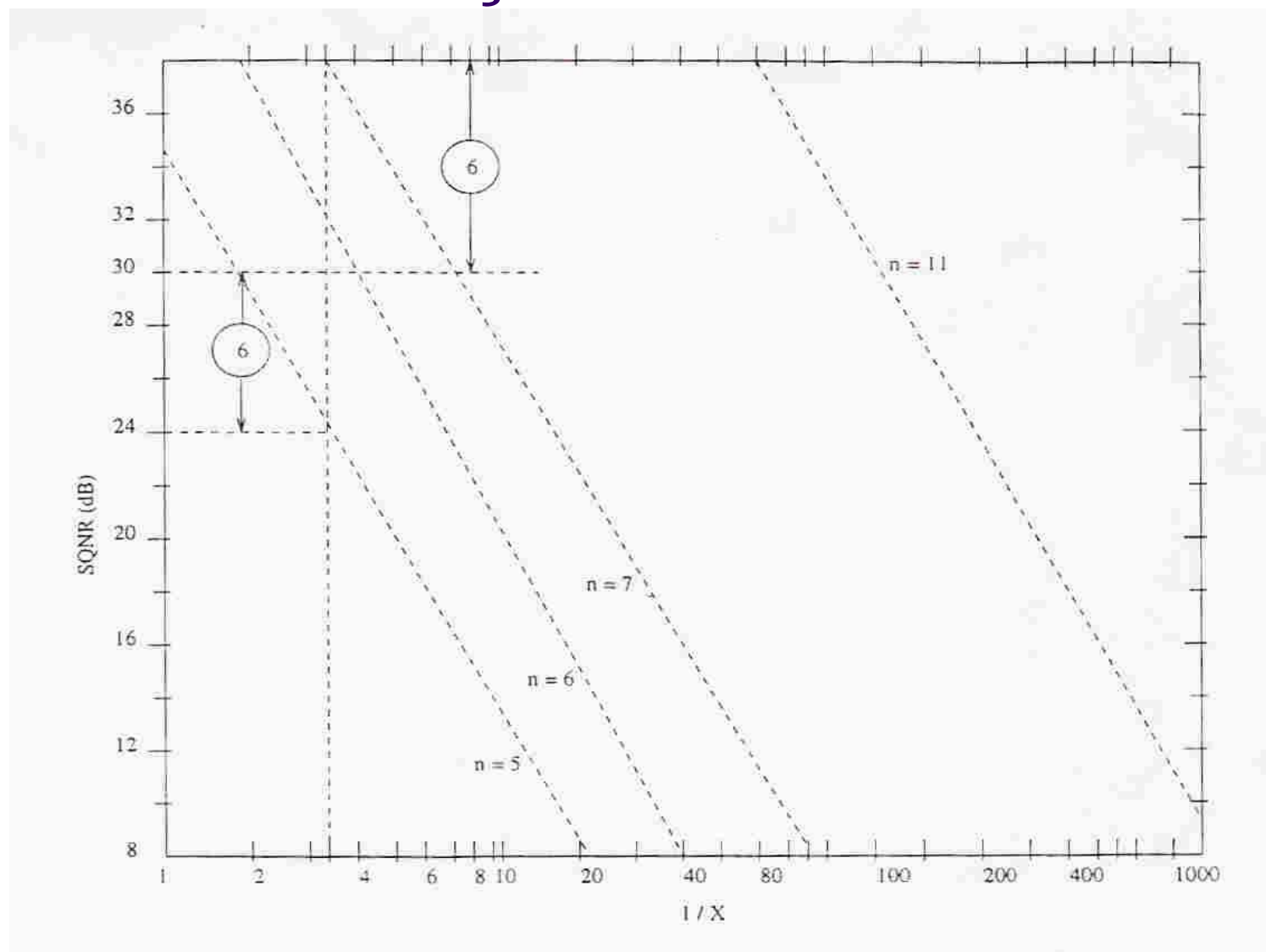
$$SNR = 10\text{LOG}(3) + 10B\text{LOG}4 \approx 5 + 6B \text{ DB}$$

- Logo: a SNR aumenta 6.02 dB p/ cada bit
- σ_x é o desvio padrão ou o valor RMS de $x[n]$
- Assim esta equação não é válida se o sinal $x[n]$ saturar o quantizador, isto é $|x[n]| > X_m$.

Erro de Quantização

- Para quantizadores uniforme com passo de quantização Δ , pode-se observar que a relação sinal/ruído de quantização cai com o inverso da amplitude do sinal ($1/x$) – ou seja, valores menores de amplitude sofrem mais com o ruído de quantização.
- O aumento de um bit, que equivale dobrar o número de níveis do sinal quantizado, faz com que a SQNR aumente em 6 dB

Erro de Quantização



Relação Sinal/Ruído de quantização uniforme

Codificação

- A saída do quantizador é enviada a um codificador que atribui um número binário único (palavra de código) a cada nível de quantização.
- Pode-se usar qualquer atribuição de palavras código aos níveis
- Há muitas maneiras de se codificar uma fonte, dependendo da aplicação.