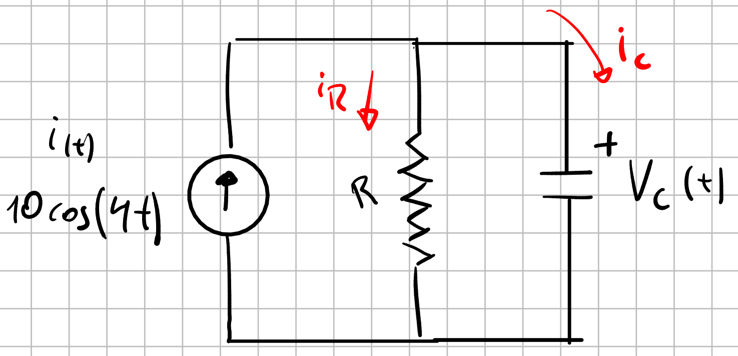
5.1) $R = 4\,\Omega$; $C = \frac{1}{4}\,F$



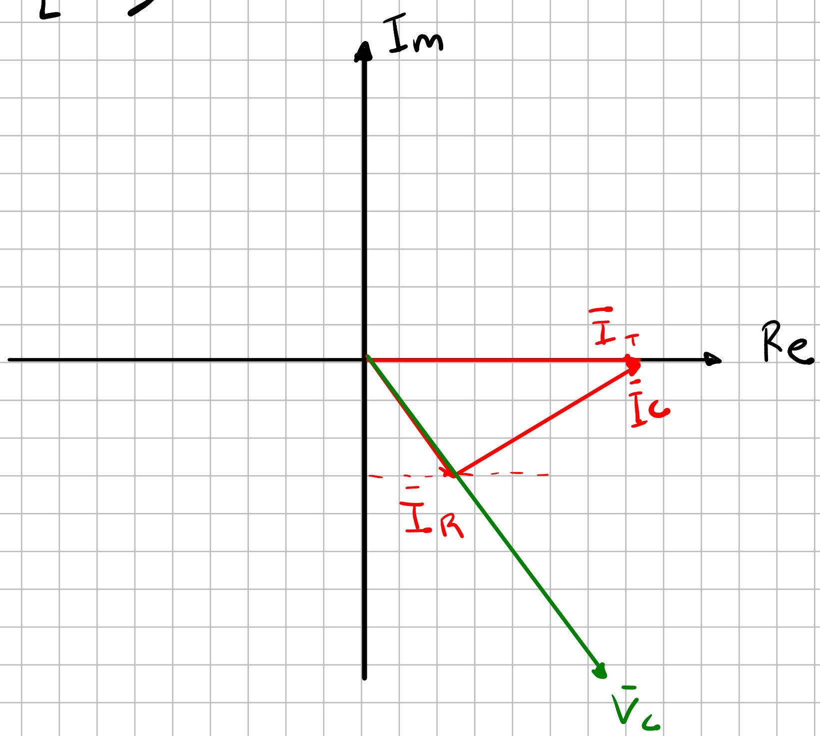
$$\left.\begin{aligned} i_t &= i_R + i_c \\ i_R &= \frac{V_R}{R} \\ i_c &= C\,\frac{dV_c}{dt} \\ V_c &= V_R \end{aligned}\right\} \mathcal{P} \left\{\begin{aligned} \bar{I} &= \bar{I}_R + \bar{I}_c \\ \bar{I}_R &= \frac{\bar{V}_R}{R} \\ \bar{I}_c &= C\,j\omega\bar{V}_c \\ \bar{V}_c &= \bar{V}_R \end{aligned}\right.$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_c}{R} + Cj\omega\,\bar{V}_c \rightarrow \bar{V}_c = \frac{\bar{I}}{\frac{1}{R} + j\omega C}$$

$$\mathcal{P}\left[i_{(t)}\right] = \frac{10}{\sqrt{2}} \measuredangle 0^\circ$$

$$\bar{V}_c = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{4} + j\,\frac{4}{4}} = 6{,}85 \measuredangle -76^\circ$$

$$v_c(t) = \mathcal{P}^{-1}\left[\bar{V}_c\right] = 6{,}85\sqrt{2}\,\cos(4t - 76^\circ)$$



Ejercicio 2.

Encontrar la respuesta de estado estable de la corriente $i(t)$ del circuito de la figura 2 y las tensiones en cada elemento.

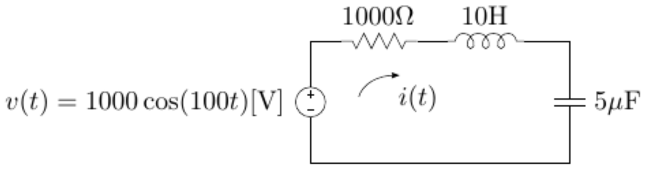
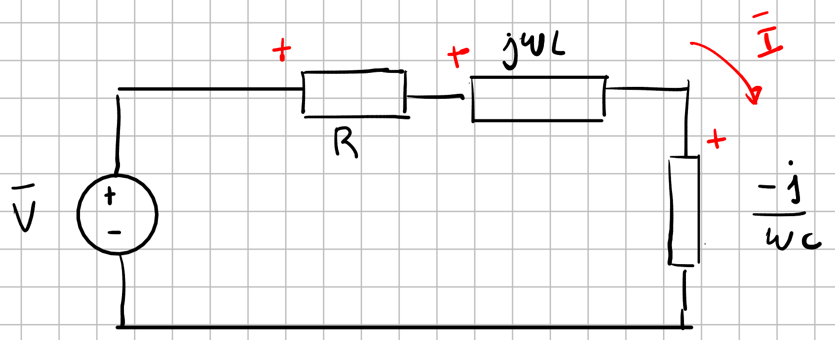


Figura 2: Régimen permanente sinusoidal.



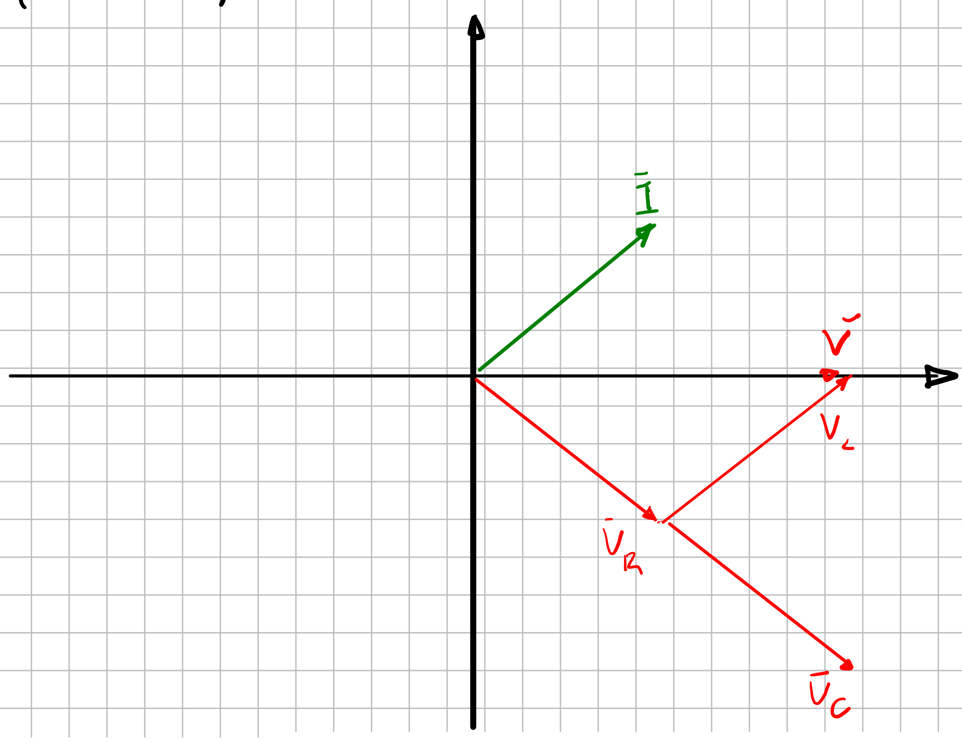
$$\bar{V} - \bar{V}_R - \bar{V}_L - \bar{V}_C = 0$$
$$\bar{V}_R = \bar{I} R$$
$$\bar{V}_L = j\omega L \, \bar{I}$$
$$\bar{V}_C = \frac{-j}{\omega C} \, \bar{I}$$

$$\bar{V} - \bar{I}R - \bar{I} j\omega L + \bar{I} \frac{j}{\omega C}$$
$$\frac{\bar{V}}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \bar{I}$$
$$\bar{V} = \frac{1000}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

$$\bar{I} = \frac{\frac{1000}{\sqrt{2}}}{1000 + j(100)(10) - \frac{j}{(100)(5 \cdot 10^{-6})}} = 0{,}5 \angle 45^\circ$$

$$\mathcal{P}^{-1}[\bar{I}] = 0{,}5\sqrt{2} \cos(100t + 45^\circ)$$

$$\bar{V}_R = 500 \angle 45^\circ$$
$$\bar{V}_L = 500 \angle 135^\circ$$
$$\bar{V}_C = 1000 \angle -45^\circ$$



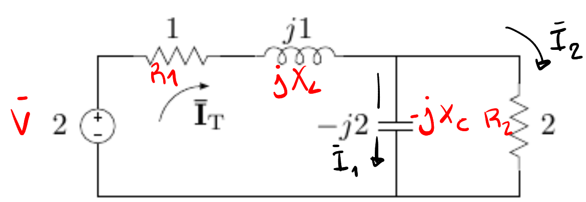
Ejercicio 4.

Para el circuito de la figura 4 se pide

(a) calcular la impedancia total equivalente $\mathbf{Z}_\mathrm{T}$

(b) construir diagrama fasorial completo de tensiones y corrientes

(c) determinar la diferencia de fase entre $\bar{\mathbf{V}}_\mathrm{T}$ y $\bar{\mathbf{I}}_\mathrm{T}$.



$$Z_{eq} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\ \bar{V} = \bar{V}_{R_1} + \bar{V}_L + \bar{V}_C \\ \bar{V}_{R_1} = \bar{I} R_1 \\ \bar{V}_L = \bar{I}\, j X_L \\ \bar{V}_C = \bar{I}_1 (-jX_C) \\ \bar{V}_C = \bar{I}_2 R_2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \bar{V} = \bar{I} R_1 + \bar{I} jX_L - \bar{I}_1 jX_C \\ \bar{V} = \bar{I} R_1 + \bar{I} jX_L - (\bar{I} - \bar{I}_2) jX_C \\ \bar{V} = \bar{I} R_1 + \bar{I} jX_L - \bar{I} jX_C + \bar{I}_2 jX_C \\ \bar{V} = \bar{I}(R_1 + jX_L - jX_C) + \bar{V}_C\, j\frac{X_C}{R_2} \\ \bar{V} = \bar{I}(R_1 + jX_L - jX_C) + (\bar{V} - \bar{V}_{R_1} - \bar{V}_L)\, j\frac{X_C}{R_2} \end{array}$$

$$\bar{V} = \bar{I}(R_1 + jX_L - jX_C) + j\frac{X_C}{R_2}(\bar{V} - \bar{I}R_1 - \bar{I} jX_L)$$

$$\bar{V} = \bar{I}\left(R_1 + jX_L - jX_C - j\frac{R_1}{R_2}X_C + \frac{X_C X_L}{R_2}\right) + j\frac{X_C}{R_2}\bar{V}$$

$$\bar{V}\left(1 - j\frac{X_C}{R_2}\right) = \bar{I}\left(R_1 + jX_L - jX_C - j\frac{R_1}{R_2}X_C + \frac{X_C X_L}{R_2}\right)$$

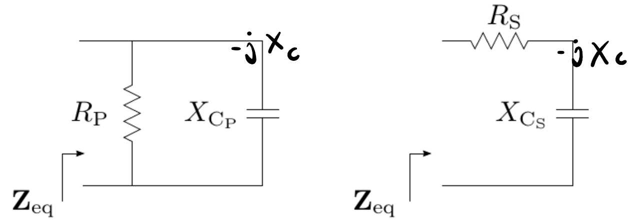
$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{\left(R_1 + jX_L - jX_C - j\frac{R_1}{R_2}X_C + \frac{X_C X_L}{R_2}\right)}{1 - j\frac{X_C}{R_2}}$$

$$Z_{eq} = 2 \angle 0^\circ \longrightarrow 0^\circ = \varphi = \theta_V - \theta_I$$

el desfase entre la corriente y la tension $= 0$

Ejercicio 5.

Dado el circuito paralelo de la figura 5, determinar los valores de los elementos del circuito serie para que ambos tengan la misma impedancia equivalente $\mathbf{Z}_{eq}$.



Serie

$$Z_{eq} = R_s + jX_c$$

Paralelo

$$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_s} + \frac{1}{jX_c}}$$

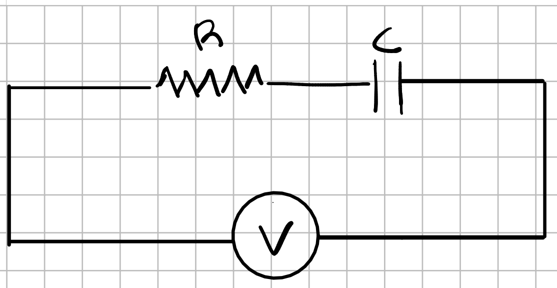
$$R_s - jX_c = \frac{R_p(-j)X_c}{R_p - jX_c} \quad \frac{R_p + jX_c}{R_p + jX_c} = \frac{-jR_p^2 X_c + R_p X_c^2}{R_p^2 + X_c^2}$$

$$R_s - jX_c = \frac{R_p X_c^2}{R_p^2 + X_c^2} - j\frac{R_p^2 X_c}{R_p^2 + X_c^2}$$

$$R_s = \frac{R_p X_c^2}{R_p^2 + X_c^2}$$

Ejercicio 6.

En un circuito serie RC con $R = 8\Omega$ y $C = 30\mu F$ alimentado con un generador de frecuencia variable se desea que la corriente adelante $30°$ a la tensión. Calcular a que frecuencia f debe oscilar el generador para producir dicho adelanto.



φ debe ser de $-30°$

$$Z = R - j\frac{1}{\omega C}$$

$$tg(30°) = \left(\frac{-\frac{1}{\omega C}}{R}\right) \longrightarrow \left(tg(30°)RC\right)^{-1} = \omega$$

$$\omega = 7216 \longrightarrow F = \frac{\omega}{2\pi} = 1148 \text{ Hz}$$

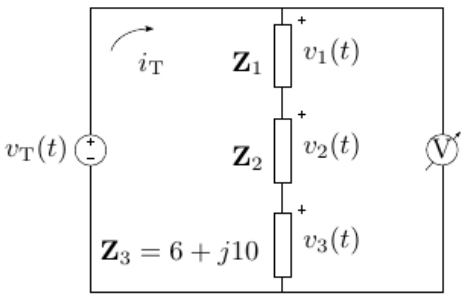
Ejercicio 7.

Dadas las tensiones en los elementos de la figura 6, aplicando el método fasorial se pide

(a) calcular la tensión $v_{\mathrm{T}}(t)$ y corriente $i_{\mathrm{T}}(t)$,

(b) determinar la lectura del voltímetro,

(c) construir el diagrama fasorial completo.



$v_1(t) = 70{,}7\,\mathrm{sen}(\omega t + 30°)[\mathrm{V}]$
$v_2(t) = 28{,}3\,\mathrm{sen}(\omega t + 120°)[\mathrm{V}]$
$v_3(t) = 14{,}14\cos(\omega t + 30°)[\mathrm{V}]$

a) $\bar{V}_1 = \dfrac{70{,}7}{\sqrt{2}} = 50 \angle 30°$

$\bar{V}_2 = 20 \angle 120°$

$\bar{V}_3 = 10 \angle 120°$

$\bar{V}_T = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = 58{,}3 \angle 61°$

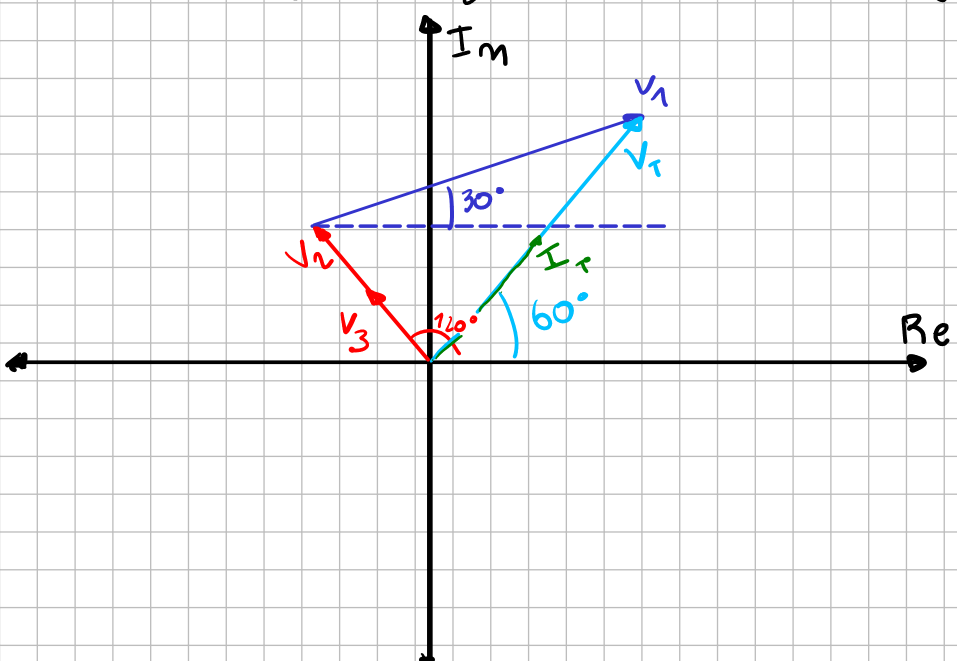
$V_T(t) = 82{,}44\ \mathrm{sen}(\omega t + 61°)$

$\bar{I} = \dfrac{V_3}{Z_3} = \dfrac{10 \angle 120}{6+j10} = 0{,}85 \angle 61°$

$I_{(t)} = 1{,}2\ \mathrm{sen}(\omega t + 61°)$

b) El multimetro cuando es alterna mide la $V_{ef} = 58{,}3$

c)



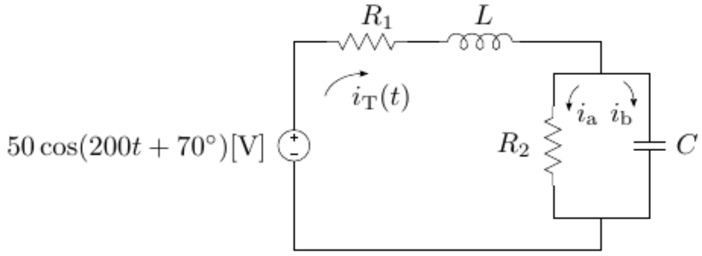
Ejercicio 9.

Para el circuito de la figura 8 se pide:

(a) aplicando método fasorial encontrar el fasor de corriente $\bar{\mathbf{I}}_T$ y su correspondiente $i_T(t)$ (utilizar fasores eficaces),

(b) trazar diagrama fasorial de tensiones ($\bar{\mathbf{V}}_T$, $\bar{\mathbf{V}}_{R_1}$, $\bar{\mathbf{V}}_L$, $\bar{\mathbf{V}}_{R_2} = \bar{\mathbf{V}}_C$) y de corrientes ($\bar{\mathbf{I}}_T$, $\bar{\mathbf{I}}_a$, $\bar{\mathbf{I}}_b$),

(c) construir el triángulo de potencias del circuito.



Datos

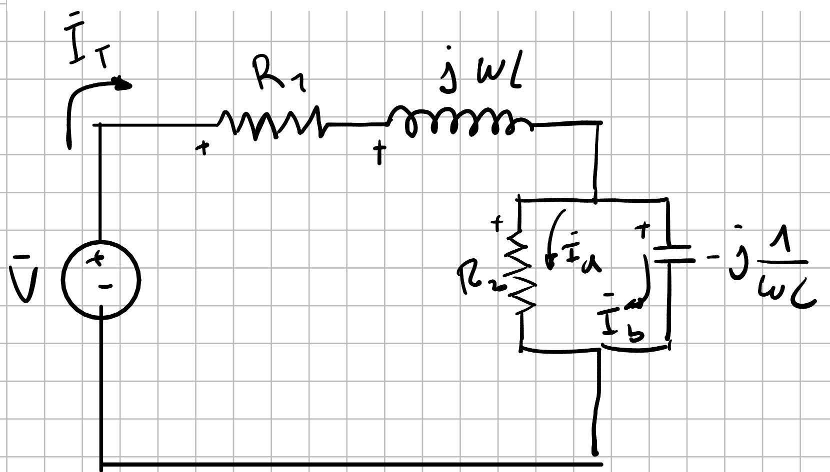
$R_1 = 150\Omega$

$R_2 = 100\Omega$

$C = 60\mu$F

$L = 500$mH

Figura 8: Cálculo fasorial de tensiones y corrientes.



$\bar{V} = \bar{V}_{R1} + \bar{V}_L + \bar{V}_P$

$\bar{I}_T = \bar{I}_a + \bar{I}_b$

$\bar{V}_{R1} = R_1 \bar{I}_T$

$\bar{V}_L = j\omega L \, \bar{I}_T$

$\bar{V}_P = R_2 \, \bar{I}_a$

$\bar{V}_P = -j\frac{1}{\omega C} \, \bar{I}_b$

a)

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_P}{R_2} - \frac{\bar{V}_P}{j\frac{1}{\omega C}} = \bar{V}_P\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}\right)$$

$$\bar{I}_T = \left(\bar{V} - \bar{V}_{R1} - \bar{V}_L\right)\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}\right) = \left(\bar{V} - R_1\bar{I}_T - j\omega L\,\bar{I}_T\right)\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}\right)$$

$$\bar{I}_T\left(\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}} + R_1 + j\omega L\right) = \bar{V}$$

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}}{Z_{eq}} = \frac{\frac{50}{\sqrt{2}}\angle 70°}{197\angle 14{,}9°} = 0{,}18\angle 55°$$

$$i_{(t)} = 0{,}25\cos(200t + 55°)$$

b) $\bar{V}_p = \left(R_2 // -j\frac{1}{\omega C} \right) \bar{I}_T = \frac{100 \cdot -j\,83{,}33}{100 - j\,83{,}33} \cdot 0{,}18 \angle 55° = 11{,}5 \angle 4{,}8°$

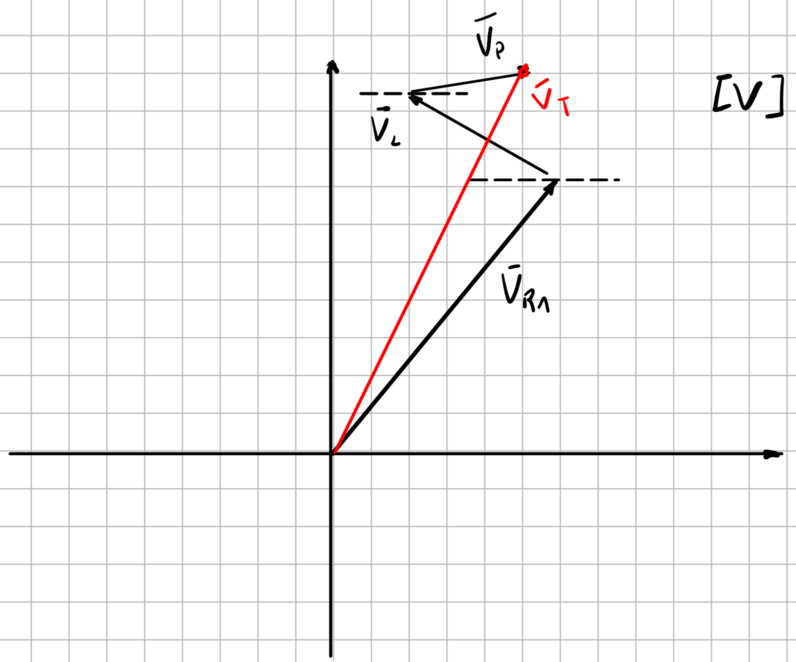
$\bar{V}_L = j \cdot 200 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}18 \angle 55° = 18 \angle 145°$

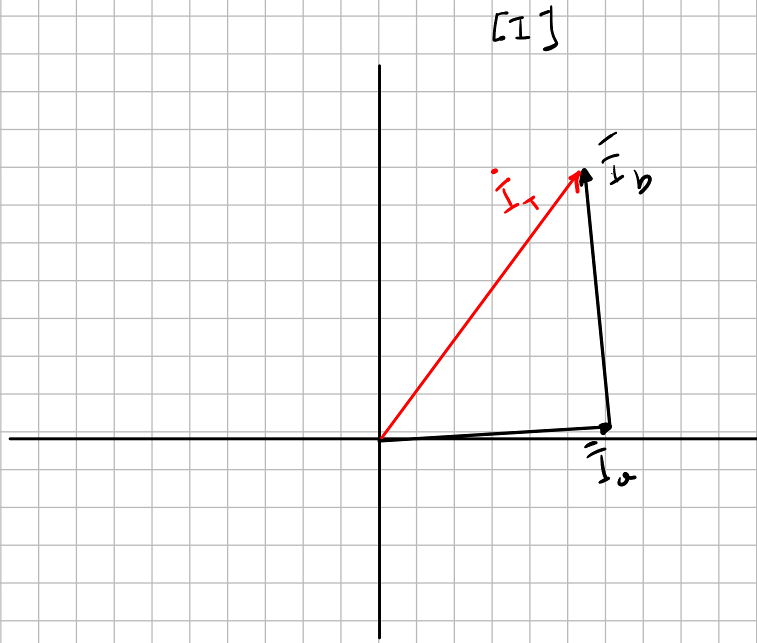
$\bar{V}_{R1} = 150 \; 0{,}18 \angle 55° = 27 \angle 55°$

$\bar{V}_{R2} = \bar{V}_p$

$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_p}{R_2} = \frac{11{,}52 \angle 4{,}8°}{100} = 0{,}1152 \angle 4{,}8°$

$\bar{I}_b = \frac{\bar{V}_p}{-j\frac{1}{\omega C}} = j \frac{\bar{V}_p}{\frac{1}{\omega C}} = j \; \bar{V}_p \omega C = 0{,}138 \angle 94{,}8°$





c) $\bar{V} \cdot \text{conj}(\bar{I}) = \frac{50}{\sqrt{2}} \angle 70° \; \text{conj}(0{,}18 \angle 55°) = \underbrace{6{,}14}_{P} + j\underbrace{1{,}64}_{Q}$

$= \underbrace{6{,}36}_{S} \angle \underbrace{15°}_{\varphi}$

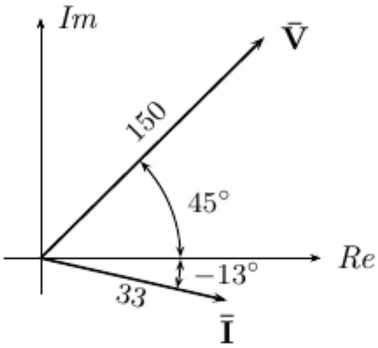
Ejercicio 13.

Dado el diagrama fasorial de la figura 11 se pide determinar:

(a) parámetros del circuito equivalente serie R_s y L_s

(b) parámetros del circuito equivalente paralelo R_p y L_p

Para ambos casos la frecuencia es de $50Hz$.



a) $Z_{eq} = R_s + L_s = R_s + j\omega L_s = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$

$Z_{eq} = \frac{150}{33} \angle 45° - (-13°) = 4,54 \angle 58° = 2,4 + j\,3,8$

$Z_{eq} = 2,4 + j\,3,8 = R_s + j\omega L_s \rightarrow \boxed{R_s = 2,4\ \Omega}$

$\rightarrow \omega L_s = 3,8 \rightarrow L_s = \frac{3,8}{\omega} = \frac{3,8}{2\pi f} = \boxed{12\ mH}$

b) $Y_{eq} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}}$ (admitancia) $= 0,22 \angle -58 = 0,11 - j\,0,18$

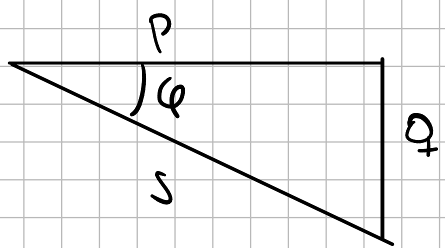
$Y_{eq} = 0,11 - j\,0,18$

$Y_{eq} = G - j\,B$; $R_p = \frac{1}{G} = 9,09$

$X_L = \frac{1}{B} = 5,5$

$L_p = \frac{X_L}{\omega} = 17\,mH$

(desarrollo de potencia de este mismo ejercicio)



P: pot activa

Q: " reactiva

S: " aparente

$P = V I \cos\varphi$ $\qquad$ $Q = V I \operatorname{sen}\varphi$

$P = I^2 R = 2613\,[W]$ $\qquad$ $Q = I^2 X_L = 4138\,[VAR]$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = V I = 4950\,[VA]$

- tambien puedo hacer desde el principio lo siguiente

$S = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$

que en su forma polar

$S = |S| \measuredangle \varphi \longrightarrow$ y si lo paso a rect $\longrightarrow \boxed{S = P + Q}$

- de igual forma

$P = V I \cos\varphi$ $\qquad$ $Q = V I \operatorname{sen}\varphi$

$P = V (V Y) \cos\varphi$ $\qquad$ $Q = V^2 B$

$P = V^2 G$

$F_P \xrightarrow{} $ Factor de potencia

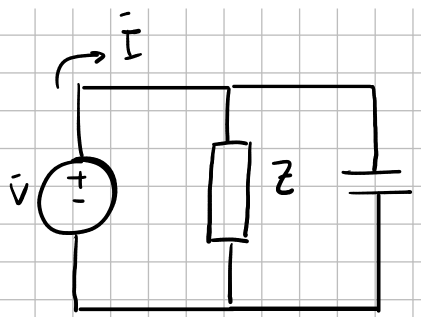
$F_P = \dfrac{P}{S} = \dfrac{V I \cos\varphi}{V I} = \cos\varphi$

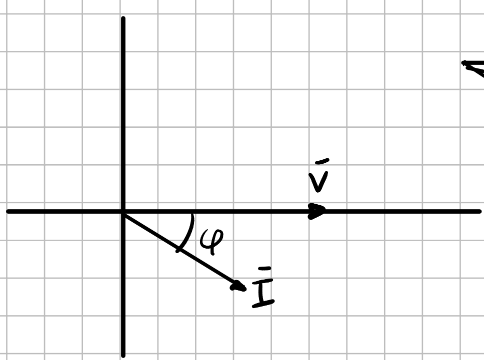
Ejercicio 29.

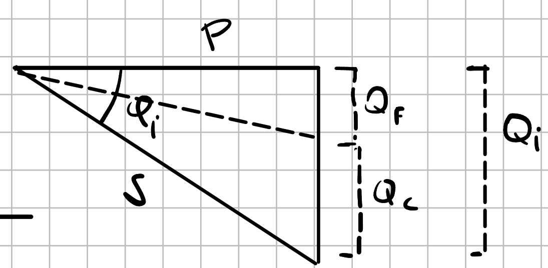
Demuestrar que la capacidad en paralelo necesaria para corregir el factor de potencia de un sistema viene dada por

$$C = \frac{P\left(\tan\varphi_0 - \tan\varphi_f\right)}{V^2\omega} \tag{1}$$

con P la potencia activa y V la tensión de alimentación del sistema, y $\cos\varphi_0$ y $\cos\varphi_f$ los factores de potencia inicial y final respectivamente.







$$Q_c = Q_i - Q_F$$
$$= V I_i \operatorname{sen}\varphi_i - V I_F \operatorname{sen}\varphi_F$$
$$= V I_i \cos\varphi_i \operatorname{tg}\varphi_i - V I_F \cos\varphi_F \operatorname{tg}\varphi_F$$
$$= P_i \operatorname{tg}\varphi_i - P_F \operatorname{tg}\varphi_F \quad ; \quad P_i = P_F$$
$$Q_c = P(\operatorname{tg}\varphi_i - \operatorname{tg}\varphi_F)$$
$$Q_c = V^2 \frac{1}{X_c}$$
$$Q_c = V^2 \omega C$$
$$V^2 \omega C = P(\operatorname{tg}\varphi_i - \operatorname{tg}\varphi_F)$$
$$C = \frac{P(\operatorname{tg}\varphi_i - \operatorname{tg}\varphi_F)}{V^2 \omega}$$

Ejercicio 23.

Mediante la conexión de capacitores en paralelo se modifica el fp desde 0,65 en retraso a 0,90 en retraso de una carga de 300W conectada a la distribución domiciliaria (220V-50Hz). Se pide

(a) calcular la capacidad C de los capacitores agregados en paralelo,

(b) construir los triángulos de potencia antes y después de la corrección.

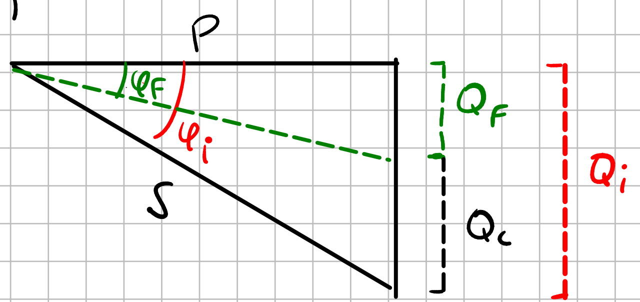
a) $\varphi_i = \cos^{-1}(fp_i) = 49{,}45$

$\varphi_F = \cos^{-1}(fp_F) = 25{,}84$

$$C = \frac{300\,(\operatorname{tg}(49{,}45) - \operatorname{tg}(25{,}84))}{220^2\,(100\pi)}$$

$$C = 13{,}5\,\mu F$$

b)



Ejercicio 33.

Una carga inductiva de 22KVA y fp = 0,8 conectada a la línea de distribución domiciliaria se corrige con un capacitor real como se muestra en la figura 24. Luego de la corrección el factor de potencia pasa a valer 0,9 en atraso y la potencia aparente 20KVA. Para estas condiciones se pide:

(a) construir el triángulo de potencias de cada rama y del circuito,

(b) calcular los valores de R_C y X_C de la corrección,

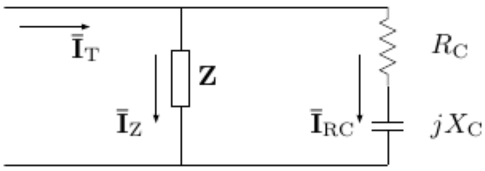


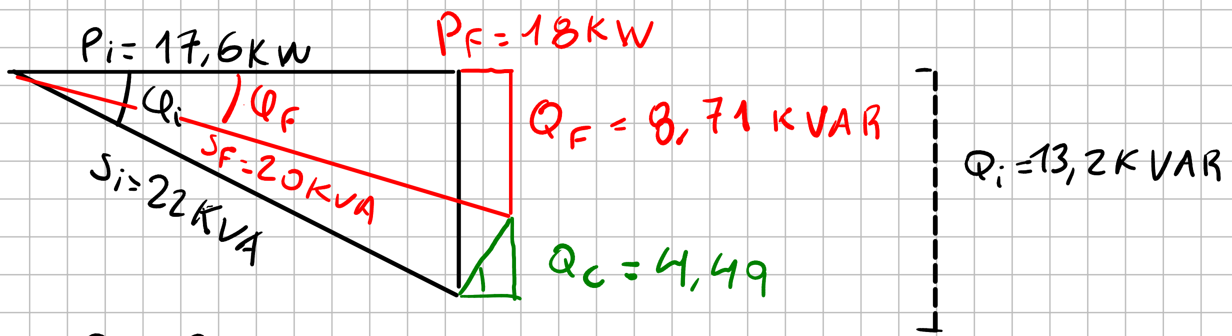
Figura 24: Potencia y factor de potencia.

(c) construir el diagrama fasorial de corrientes, considerando como referencia una tensión genérica $\bar{\mathbf{V}}\underline{/0°}$.

a) $fp_i = 0,8 \longrightarrow \varphi_i = 36,87°$

$fp_F = 0,9 \longrightarrow \varphi_F = 25,84$

$S_F = 20KVA$



$P_C = P_F - P_i = 0,4KW$

$\varphi_C = -84,9°$

b) $P_C = V\ I\ \cos\varphi$

$$|I| = \frac{P_C}{V\cos\varphi} = 20,45\ [A]$$

$$Z = \frac{|V|}{|I|} \measuredangle\ \theta_V - \theta_I$$

$$Z = \frac{220}{20,45} = 10,75 \measuredangle -84,9$$

$$Z = 0,95 - j\ 10,71$$

$R_c = 0,95$

$X_c = 10,71$

c)