Trabajo Práctico 2
Módulo B: Señales y Sistemas en tiempo Continuo
Unidades: 4, 5 y 6.
Entregar: Semana 18 del Cursado 2025

Ejercicio 1. Dada la secuencia de señales $\{\phi_n(t) = e^{j\,(n\,\omega)\,t} : n \in \mathbb{Z}\}$, con $T = 2\pi/\omega$. Demostrar: PD: Ver Ejercicio 3.2 Pag. 152.

a) El periodo fundamental de la señal $\phi_n(t)$ es $T_n = 2\pi/(n\,\omega)$. ¿Por qué se puede afirmar que la suma entre estas señales está bien definida $\phi_{n(t)}$?

b) Calcular $E_n = (\phi_{n(t)}, \phi_{n(t)})_T$ y $(\phi_{n(t)}, \phi_{m(t)})_T$, $\forall n, m \in \mathbb{Z}$.

c) La secuencia de señales
$\{\phi_{n(t)} = e^{j\,(n\,\omega)\,t} : n \in \mathbb{Z}\}$ es base de Fourier.

d) La secuencia de señales
$\{\rho_n^0(t) = cos(n\,\omega\,t) = \frac{1}{2}\phi_{n(t)} + \frac{1}{2}\overline{\phi_{n(t)}} : n \geq 0\}$ es base de Fourier.

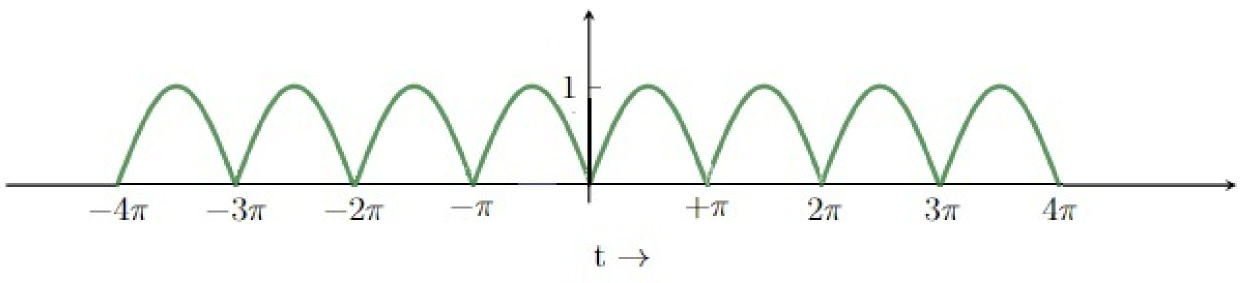
e) La secuencia de señales
$\{\rho_n^1(t) = sen(n\,\omega\,t) = \frac{1}{2j}\phi_n(t) - \frac{1}{2j}\overline{\phi_n(t)} : n > 0\}$ es base de Fourier.

Actividad 1. Calcular la descomposición en series

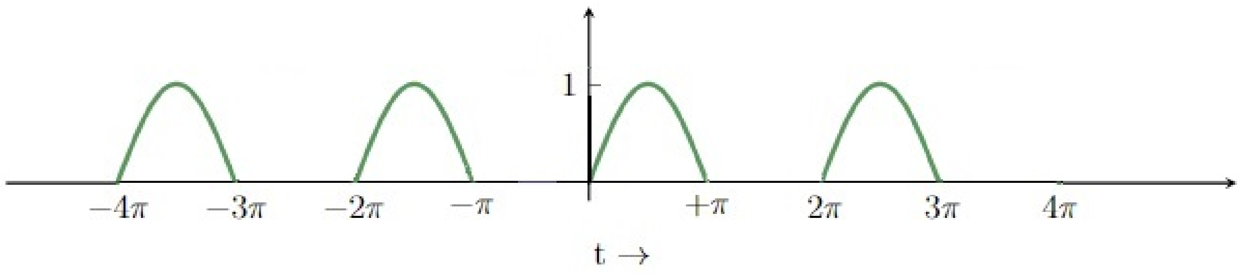
$$x_{(t)} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} c_n\,\phi_n(t), \quad \text{y} \quad x_{(t)} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n\,\rho_n^0(t) + b_n\rho_n^1(t))$$

para cada una de las siguientes señales proporcionadas por un rectificador de onda completa y 1/2 onda respectivamente. Para luego, calcular aproximadamente la energía de la señal usando el teorema de Parseval.

Señal Sinusoidal rectificada de onda completa, $x_1(t)$ determinada por el gráfico:

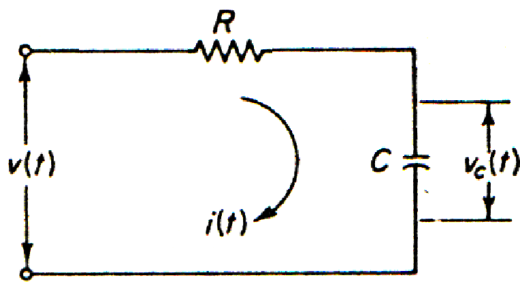


Señal Sinusoidal rectificada de media onda, $x_2(t)$ determinada por el gráfico:

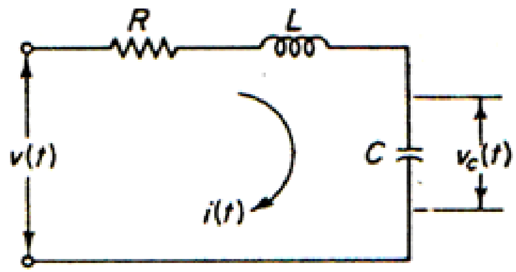


Ejercicio 2. Con estos ejercicios se espera que el estudiante implemente las herramientas de los sistemas en tiempo continuo en modelos de sistemas físicos reales (circuitos eléctricos). Se hace hincapié en diferenciar los métodos en la variable tiempo y los métodos en amplitud/fase. Determinar un sistemas partiendo de una Ecuación Diferencial y obtener la respuesta al impulso (en tiempo y/o en amplitud/fase) y en sentido contrario, partir de la respuestas al impulso y obtener una Ecuación Diferencial que determine al sistema

Considerar los siguientes diagramas:
Circuito Eléctrico RC: circuito eléctrico correspondiente a un sistema de primer orden y su ecuación característica:



Circuito Eléctrico RLC: circuito eléctrico correspondiente a un sistema de segundo orden y su ecuación característica:



Actividad 1. Descripción del sistema en el dominio de la variable compleja S.

a) Expresar la Ecuación Diferencial (ED) que describe el circuito, y con ello, definir un Sistema en tiempo continuo con entrada $x_{(t)} = v_{(t)}$ y salida $y_{(t)} = i_{(t)}$, con condiciones Iniciales genérica (CI).

b) Usar la transformada de Laplace para sintetizar el sistema en la expresión

$$Y_{(s)} = H_{(s)}X_{(s)} + F_{(s,CI)}$$

donde $Y_{(s)} = \mathcal{L}\{y_{(t)}\}$ (función de Respuesta transformada), $X_{(s)} = \mathcal{L}\{x_{(t)}\}$ (función de entrada transformada), $H_{(s)} = \mathcal{L}\{h_{(t)}\}$ (función de transferencia) y $F_{(s,CI)}$ una función que depende de las Condiciones Iniciales.

c) Escribir un diagrama de Bloques en la variable compleja S que determine al Sistema.

d) Graficar en el plano S polos y ceros de $H_{(s)}$.

e) Obtener la respuesta al impulso, $h_{(t)}$, por medio de $h_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{H_{(s)}\mathcal{L}\{\delta_{(t)}\}\}$, suponer CI=0

f) Obtener la respuesta al escalón unitario $v_{(t)}$, por medio de $v_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{H_{(s)}\mathcal{L}\{\mu_{(t)}\}\}$, suponer CI=0. Verificar la identidad entre señales $\dfrac{d}{dt}v_{(t)} = h_{(t)}$, $\forall t$.

g) Obtener la respuesta a la rampa

$$y_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\left\{H_{(s)}\mathcal{L}\left\{\int_{-\infty}^{t}\mu_{(\tau)}d\tau\right\}\right\}$$

suponer CI=0. ¿Se verifica la identidad entre señales

$$y_{(t)} = \int_{-\infty}^{t} v_{(\tau)}d\tau?$$

Actividad 2. Descripción del sistema en el dominio de la variable de tiempo t.

a) Escribir un diagrama de Bloques en la variable de tiempo que determine al Sistema.

b) Usando la respuesta al impulso $h_{(t)}$ previamente calculada, verificar ambas respuestas por medio de convolución:

Respuesta al escalón unitario

$$v_{(t)} = h_{(t)} * \mu_{(t)}$$

Respuesta a la rampa

$$y_{(t)} = h_{(t)} * \int_{-\infty}^{t}\mu_{(\tau)}d\tau$$

c) Verificar la salida por medio del TVI y TVF en ambos dominios (t, s)

d) Determinar el coeficiente de amortiguamiento ξ del sistema

e) Determinar la frecuencia natural ω_n del sistema

f) Con la respuesta al impulso $h_{(t)}$ retroceder en la metodología y obtener la ED que describe al sistema.