Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Córdoba

Trabajo Práctico 2

Analisis de Senales y Sistemas

2R1

Ernst Pedro 400624

Fecha de entrega: 17 / 08 / 2025

Índice

Ejercicio 1

Ejercicio 1. Dada la secuencia de senales $\varphi_n(t) = e^{j(n\omega)t} : n \in \mathbb{Z}$, con $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Demostrar:

A) El periodo fundamental de la senal $\varphi_n(t)$ es $T_n = \dfrac{2\pi}{n\omega}$. ¿Por qué se puede afirmar que la suma entre estas señales está bien definida $\varphi_n(t)$?

i. Lo primero que realizaremos seria corroborar que T_n es un periodo.

$$\varphi_n(t + T_n) = \varphi_n(t)$$

$$e^{jn\omega(t+T_n)} = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t+\frac{2\pi}{n\omega})} = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t)+jn\omega\frac{2\pi}{n\omega}} = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t)+j2\pi} = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t)} \cdot e^{j2\pi} = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t)} \cdot 1 = e^{jn\omega(t)}$$

$$e^{jn\omega(t)} = e^{jn\omega(t)}$$

ii. Para ver que T_n es el periodo fundamental, suponemos que exisite un $T' > 0$ con $T' < T_n$, tal que.

$$\varphi_n(t + T') = \varphi_n(t)$$

Entonces $e^{jn\omega T'} = 1$, por lo que existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que

$$n\omega T' = 2\pi k$$

Despejando $n\omega$

$$T' = \frac{2\pi k}{n\omega}$$

Donde si $k = 0$ entonces $T' = 0$, lo cual contradic lo que postulamos al principio que $T' > 0$

Si $|k| \geq 1$, entonces

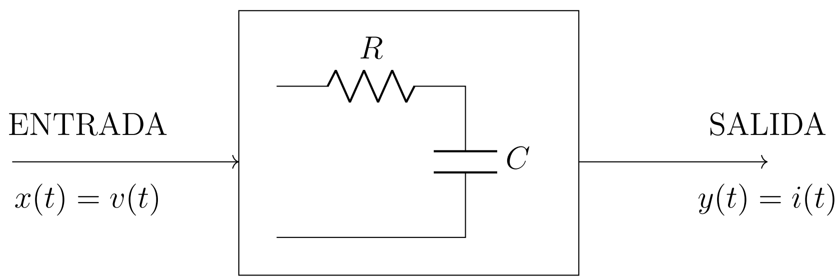
$$T' \geq \frac{2\pi}{|n|\omega} = T_{|n|}$$

Lo cual contradice que $T' < T_n$. Por lo tanto no existe $T' \in (0, T_n)$ que sea periodo.
iii) Para decir que la suma entre senales esta bien definida por $\varphi_n(t)$

Ejercicio 2

Actividad 1

A) Expresar la Ecuación Diferencial (ED) que describe el circuito, y con ello, definir un Sistema en tiempo continuo con entrada x(t) = v(t) y salida y(t) = i(t) , con condiciones Iniciales genérica (CI).



Para plantear la EDO es necesario plantear ley de kirchoff

$$v(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \int i(t)dt$$

Ahora derivamos para conseguir la expresion buscada

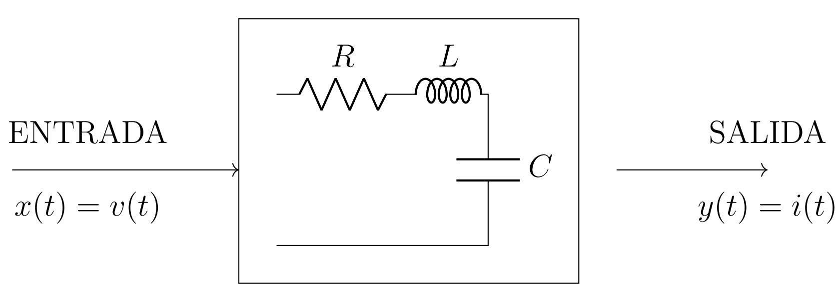
$$\frac{dv(t)}{dt} = R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i(t)$$

Dividimos todo por R para normalizar la ecuacion

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = \frac{1}{R} \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$y'(t) + \frac{1}{RC} \cdot y(t) = \frac{1}{R} \cdot x'(t)$$

Para el circuito de segundo orden:



Siguiendo con el mismo procedimiento

$$v(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i(t)dt$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = R \cdot \frac{di(t)}{dt} + L \cdot \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{1}{C} \cdot i(t)$$

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i(t) = \frac{1}{L} \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$y''(t) + \frac{R}{L} \cdot y'(t) + \frac{1}{LC} \cdot y(t) = \frac{1}{L} \cdot x'$$

B)Usar la transformada de Laplace para sintetizar el sistema en la expresión
Primero sintetizamos la ecuacion correspondiente al circuito de primer orden

$$\mathscr{L}[y'(t)] = sY(s) - y(0)$$

$$\mathscr{L}[y(t)] = Y(s)$$

$$\mathscr{L}[x'(t)] = sX(s) - x(0)$$

Quedando la ecuacion

$$sY(s) - y(0) + \frac{1}{RC} \cdot Y(s) = \frac{1}{R} \cdot (sX(s) - x(0))$$

$$Y(s)(s + \frac{1}{rc}) = \frac{1}{R} \cdot sX(s) - \frac{1}{R}x(0) + y(0)$$

$$Y(s) = X(s)\frac{\frac{s}{R}}{s + \frac{1}{RC}} + \frac{1}{(s + \frac{1}{RC})}[y(0) - x(0)\frac{1}{R}]$$

Ya nos queda sintetizado a la expresion

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s) + F(s, CI)$$

Ahora para el circuito de segundo orden, primero debemos definir la transformada para la segunda derivada

$$\mathscr{L}[y''(t)] = s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$$

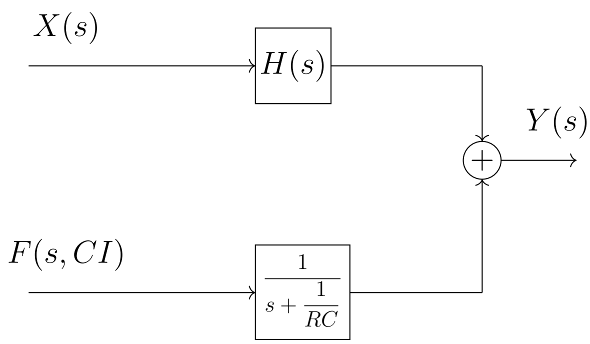
Quedando la ecuacion sintetizada

$$s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) + \frac{R}{L}(sY(s) - y(0)) + \frac{1}{LC} \cdot Y(s) = \frac{1}{L} \cdot (sX(s) - x(0))$$

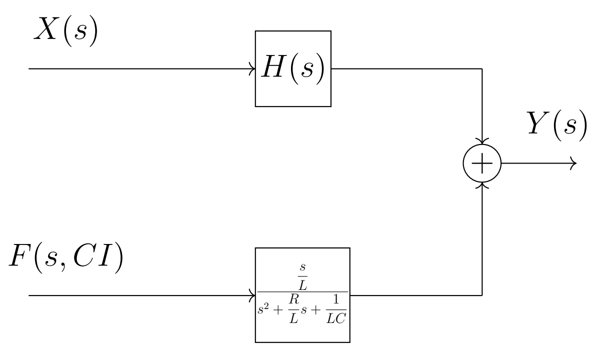
$$Y(s)(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}) = X(s)\frac{s}{L} - x(0)\frac{1}{L} + sy(0) + y'(0) + \frac{R}{L}y(0)$$

$$Y(s) = X(s)\frac{\frac{s}{L}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} + \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}[sy(0) + y'(0) + \frac{R}{L}y(0) - x(0)\frac{1}{L}]$$

C) Escribir un diagrama de Bloques en la variable compleja S que determine al Sistema.
El diagrama de bloques que describe a la ecuacion de primer orden es:



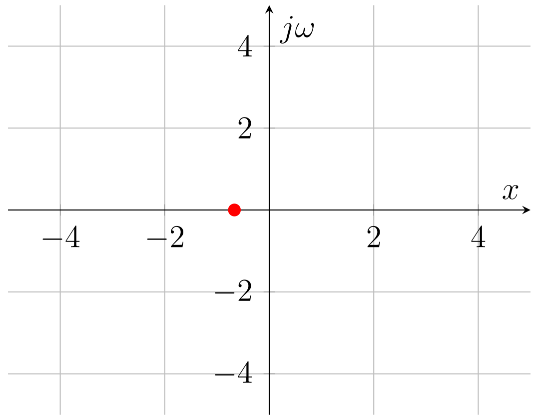
Por otro lado el que describe a la ecuacion de segundo orden



D) Graficar en el plano S polos y ceros de $H(s)$.
Para el caso de primer orden

$$H(s) = \frac{\frac{s}{R}}{s + \frac{1}{RC}}$$

Donde el unico polo se encuentra en $s = -\frac{1}{RC}$ y el cero en $s = 0$.
$R = 3$, $C = \frac{1}{2}$, $L = 1$.
El polo con estos datos seria $s = -\frac{2}{3}$



Para la ecuacion de segundo orden

$$H(s) = \frac{\frac{s}{L}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

Y los polos se encontrarian en $s_n = \dfrac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R}{L}^2 - \frac{4}{LC}}}{2}$

Donde reemplazando con los valores previamente dados, los polos quedarian en $(-1, 0)$ y $(-2, 0)$.