Universidade Potiguar
Cálculo I
Claudia Cruz

A Derivada. Regras de Derivação

A derivada pode ser interpretada geometricamente como a inclinação de uma curva e, fisicamente, como uma taxa de variação. Como derivadas podem ser usadas para representar tudo, desde a variação de taxas de juros até taxas em que peixes morrem e moléculas de gás se movimentam, elas têm implicações em todas as ciências.

Definição de derivada:

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

FUNÇÃO	DERIVADA
$y = c$, c = constante	$y' = 0$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = f(x) \pm g(x)$	$y' = f'(x) \pm g'(x)$
$y = f(x)g(x)$	$y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

FUNÇÃO	DERIVADA
$y = f(g(x))$	$y' = f'(g(x))g'(x)$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \log_a x$	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}$
$y = \ln x$	$y' = \dfrac{1}{x}$

$$\begin{aligned}
(\sin x)' &= \cos x\,, & (\cos x)' &= -\sin x\,,\\
(\tan x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}\,, & (\cot x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x}\,,\\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,, & (\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\,,\\
(\arctan x)' &= \frac{1}{1+x^2}\,, & (\text{arccot}\, x)' &= -\frac{1}{1+x^2}\,.
\end{aligned}$$

REGRA DA CADEIA

Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, e as derivadas dy/du e du/dx existem, então a função composta definida por $y = f(g(x))$ tem derivada dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx} = f'(u)g'(x) = f'(g(x))\,g'(x)$$

1- Determine a função derivada de cada uma das seguintes funções:

a) $f(x) = 3x^2 + 5x$; $D_f = IR$

b) $f(x) = x^3 + x$; $D_f = IR$

c) $f(x) = 3.(x^2 + 2x)$; $D_f = IR$

d) $f(x) = (3x+2).(x^2+1)$; $D_f = IR$

e) $f(x) = (x^2+1).(x^3+3)$; $D_f = IR$

f) $f(x) = (3x+1).(x^2+1).(x^3-x)$; $D_f = IR$

g) $f(x) = (x^2+2x)^2$; $D_f = IR$

h) $f(x) = (x^2+3x)^3$; $D_f = IR$

i) $f(x) = \dfrac{x^3-3x}{2}$; $D_f = IR$

j) $f(x) = \dfrac{3}{(x^2+2)^5}$; $D_f = IR$

l) $f(x) = \dfrac{x^2-2}{x+1}$; $D_f = IR \setminus \{1\}$

m) $f(x) = \left(\dfrac{x^3-1}{x^2+1}\right)^3$; $D_f = IR$

n) $f(x) = \sqrt{x+2}$; $D_f = [-2, +\infty]$

o) $f(x) = \sqrt[3]{x^3-1}$; $D_f = IR$

p) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^3}$; $D_f = IR \setminus \{1\}$

q) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$; $D_f = IR$

r) $f(x) = \left(\dfrac{2x}{x-1}\right)^3$; $D_f = IR \setminus \{1\}$

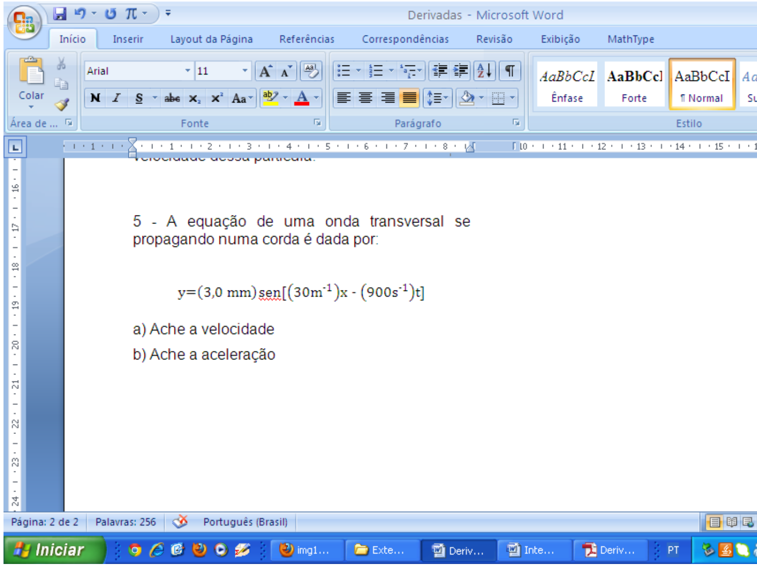
s) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x}{x+3}}$; $D_f =]-\infty, -3[\cup [0, +\infty[$

t) $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x}$; $D_f =]-\infty, 0] \cup [\sqrt[3]{3}, +\infty[$

u) $f(x) = \dfrac{2}{(x+4)^3}$; $D_f = IR \setminus \{-4\}$

v) $f(x) = ((x^3+1)(2x^2-1))^3$; $D_f = IR$

x) $f(x) = (2 - \sqrt[3]{x})^4$; $D_f = IR$



2 - Sabendo que a velocidade é a derivada da posição com relação ao tempo e que a aceleração é a derivada da velocidade com relação ao tempo, se a aceleração é constante, a posição deve ser dada por uma função do tempo de qual tipo?

3 - Deduza a equação da velocidade instantânea de um objeto cuja posição s (em metros) é $s(t) = t^2 + 2t$, onde t é o tempo (em segundos).

4 - Uma partícula está em um movimento harmônico simples se a equação do seu movimento é dada pela fórmula $s(t) = A.\cos(\omega t + \delta)$. Encontre a equação da velocidade dessa partícula.

5 - A equação de uma onda transversal se propagando numa corda é dada por:

$$y = (3{,}0\ \text{mm})\,\text{sen}[(30\text{m}^{-1})x - (900\text{s}^{-1})$$

a) Ache a velocidade

b) Ache a aceleração