

## Inteligência Artificial

### Lógica Difusa ( Fuzzy Logic ) - Introdução -

**Paulo Moura Oliveira**  
Departamento de Engenharias  
Gabinete F2.15, ECT-1  
UTAD  
email: [oliveira@utad.pt](mailto:oliveira@utad.pt)

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

1

## Estrutura da Apresentação

1. Introdução e Motivação
2. Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)
3. Lógica
4. Regras Se-Então (If-Then Rules)
5. Sistemas de Inferência Difusos
6. Implementação

Nota: Grande parte dos conceitos e exemplos apresentados nesta apresentação baseiam-se na publicação: Fuzzy Logic Toolbox- For use with Matlab, Mathworks.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

2

## Introdução e Motivação

### O que é a Lógica Difusa?

- ✓ Algumas reflexões introdutórias sobre Fuzzy logic :

“Precision is not truth.”  
—Henri Matisse

“As complexity rises, precise statements lose meaning and meaningful statements lose precision.”  
—Lotfi Zadeh (considerado o precursor da Fuzzy Logic ( Inicialmente denominada Possibilistic Logic ).



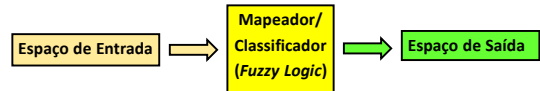
Lotfi A. Zadeh, Mais info em  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Lotfi\\_A.\\_Zadeh](https://en.wikipedia.org/wiki/Lotfi_A._Zadeh)  
Acedido em 30-7-2018

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

3

## Introdução e Motivação

### O que é a Lógica Difusa?



- ✓ A lógica difusa é uma forma conveniente de mapear um espaço de entrada num espaço de saída.
- ✓ A lógica difusa permite obter um bom **compromisso** entre **relevância** e **precisão**.

Na lógica difusa o valor verdadeiro (T) pode variar entre 0 e 1:  $0 \leq T \leq 1$

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

4

## Introdução e Motivação

### Relevância versus Precisão (Significance Versus Precision)

- ✓ Considere o exemplo de um piano a cair do 15 andar com uma pessoa no rés-do-chão no local da colisão:
  - Aviso com **precisão**: “ Cuidado, um piano com 1200kg está a cair com uma velocidade de 40m/s e vai-te acertar exatamente em x segundos.”
  - Aviso com **relevância**: “ Cuidado, afasta-te depressa.”

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

5

## Introdução e Motivação

### Porquê utilizar Fuzzy Logic?

- “Fácil” de perceber conceptualmente.
- Elevada Flexibilidade e Tolerante a dados imprecisos.
- Pode modelar **funções não lineares** com qualquer grau de complexidade.
- Pode ser construída a partir da experiência de peritos.
- É baseada em **linguagem natural** (linguagem utilizada pelo comum dos mortais).

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

6

## Introdução e Motivação

### Exemplo da Gorjeta [\*]: Fuzzy versus Non-Fuzzy

- Nos Estados Unidos as gorjetas podem ser um complemento muito importante para o salário dos empregados de restaurantes. Geralmente é de 15%, mas pode variar dependendo da qualidade do serviço.

Qual a gorjeta a dar a um funcionário mediante a classificação do serviço e da comida numa escala de 0-10 (0- Pêssimo ; 10- Excelente)?

\* Adaptado de:  
Fuzzy Logic Toolbox- For use with Matlab, Mathworks.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

7

## Introdução e Motivação

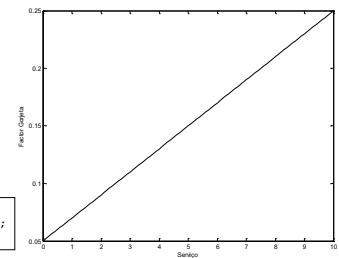
### Exemplo da Gorjeta

- Caso considerando só a qualidade do serviço: A gorjeta é fixa e igual a 15% do valor da conta.

```
% Linear e constante de 15%
Factor = 0.15;
```

- Caso considerando só a qualidade do serviço: A gorjeta varia de forma linear desde 5% (serviço péssimo) a 25% (serviço excelente)

```
% Linear incremental de 5% a 25%
Factor = 0.05+ (0.20/10)*servico;
```



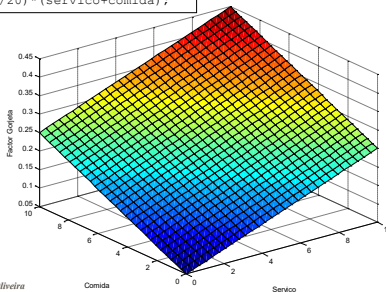
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

8

## Introdução e Motivação

- Caso considerando a qualidade do serviço (50%) e da comida (50%):

```
% Linear incremental de 5% a 25%
Factor = 0.05+ (0.20/20)*(servico+comida);
```



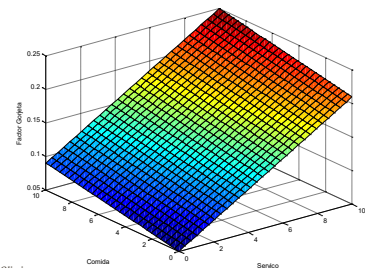
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

9

## Introdução e Motivação

- Caso considerando que o serviço é mais importante (80%) que a comida (20%)

```
Factor = 0.05+ Rel_ser*((0.20/10)*servico) +Rel_com*((0.20/10)*comida);
```



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

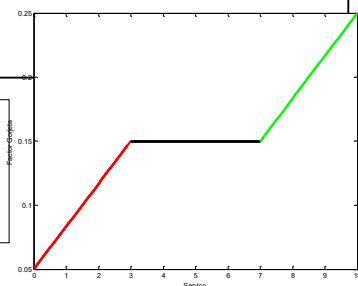
10

## Introdução e Motivação

- Considerando somente o serviço, uma classificação usando três níveis que poderiam ser:

- Serviço menor que 3
- Serviço entre 3 e 7
- Serviço entre 7 e 10

```
% Linear com três níveis
if servico < 3
    Factor=
    0.05+(0.10/3)*servico;
elseif servico < 7
    Factor= 0.15;
elseif servico <= 10
    Factor = 0.15+
    (0.10/3)*(servico-7);
end
```



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

11

## Introdução e Motivação

- Abordagem Fuzzy: Considerando somente a qualidade do serviço:

Regra 1: Se o serviço é mau então a gorjeta é baixa.

Regra 2: Se o serviço é bom então a gorjeta é média.

Regra 3: Se o serviço é excelente então a gorjeta é alta.

- Abordagem Fuzzy: Considerando a qualidade do serviço e da comida:

Regra 1: Se o serviço é mau ou a comida é má então a gorjeta é baixa.

Regra 2: Se o serviço é bom então a gorjeta é média.

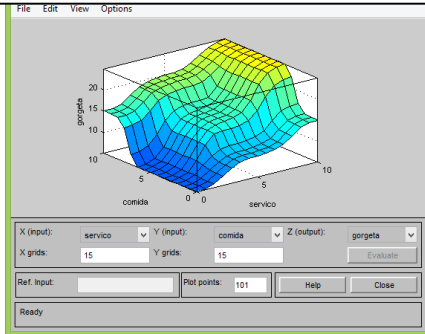
Regra 3: Se o serviço é excelente e a comida é excelente então a gorjeta é alta.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

12

## Introdução e Motivação

### 7. Abordagem Fuzzy: Considerando a qualidade do serviço e da comida:



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

13

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

Um conjunto difuso não tem os limites do intervalo precisamente definidos, podendo conter elementos com um grau de pertença parcial.

- Considere-se um exemplo com um conjunto com alguns dias da semana:

Segunda Terça Sábado

- Elementos como: melro, carro, copo, não pertencem a este conjunto. Um elemento ou é um dia da semana ou não. Não pode ser as duas coisas.
- Se tentarmos definir um conjunto com os dias do fim de semana e se fizesse um inquérito a um conjunto de pessoas para classificar sexta-feira, um resultado possível seria:

Sábado Domingo Sexta  
↑  
Fronteira

Na lógica difusa, a verdade de qualquer afirmação passa a ser uma questão de grau.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

14

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

- Quando fazemos uma pergunta a alguém podemos ter uma resposta **Booleana: Sim ou Não**
- No entanto, para muitas perguntas não é fácil dar uma resposta uma resposta de sim ou não (pela complexidade, por conveniência, por inaptidão, etc.)

Os humanos estão habilitados a dar respostas vagas e imprecisas. E os computadores?

- Pedindo-se a algumas pessoas para classificar se alguns dias pertencem ou não ao fim de semana e 0-1:

Q: Sábado é um dia do fim de semana, R: 1  
Q: Quinta é um dia do fim de semana, R: 0  
Q: Sexta é um dia do fim de semana, R: 0.8  
Q: Domingo é um dia do fim de semana, R: 0.95  
Q: Segunda-feira é um dia do fim de semana, R: 0

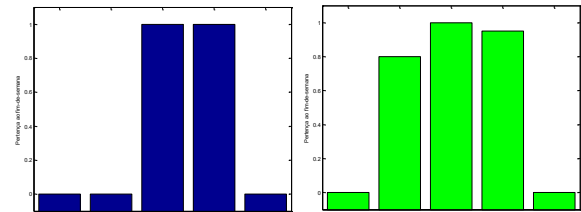
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

15

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

Lógica multivalente (Multivalued Logic) em vez de Lógica Binária

- Na lógica multivalente existe um conjunto de valores infinitos entre 0 (falso) e 1 (verdadeiro).



Pertença Binária (2 valores ou Bivalente)

Pertença Multivalente

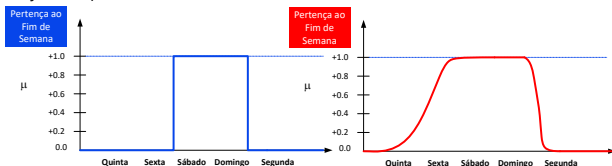
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

16

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

Função de Pertença ( Membership Function )

- Utilizando uma escala contínua para mostrar a função de pertença (membership function)



Função de pertença é uma curva que define como cada ponto do espaço de entrada (discourse universe) é mapeado para um valor (ou grau) de pertença

Esta função é muitas vezes representada pelo símbolo  $\mu$  (ou  $\gamma$ ) e varia entre 0 e 1.

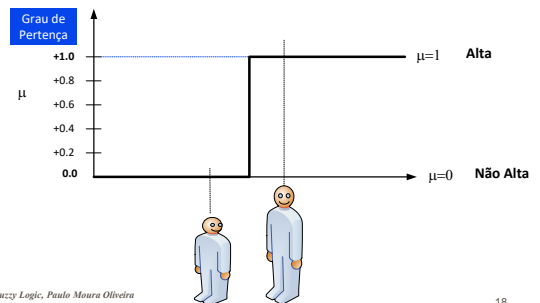
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

17

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

Função de Pertença ( Membership Function )

- Apresentam-se de seguida vários exemplos de funções de partilha para classificar a altura de uma pessoa como alta de não alta.

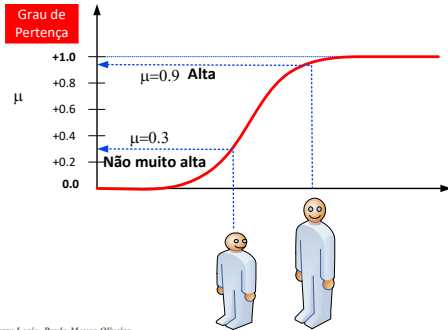


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

18

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

19

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )

➤ Um exemplo de representação de um conjunto clássico é:

$$A = \{x \mid x > 6\}$$

➤ Um exemplo de representação de um conjunto difuso é:

$$A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in X\}$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 Pares                      Universo de Entrada

$\mu_A(x)$ , função de pertença de  $x$  em  $A$

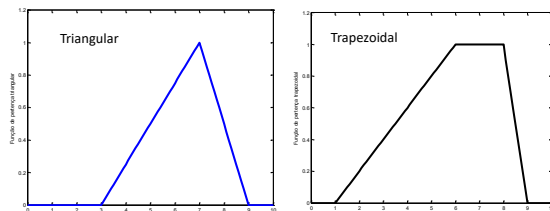
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

20

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )

➤ Exemplos de funções de pertença:

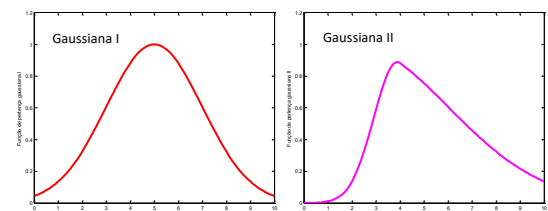


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

21

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )

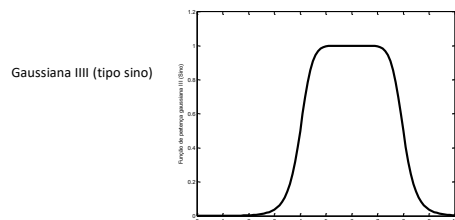


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

22

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )

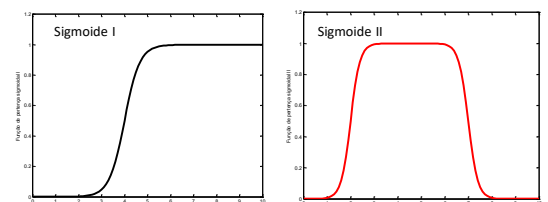


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

23

## Conjuntos Difusos ( *Fuzzy Sets* )

### Função de Pertença ( *Membership Function* )



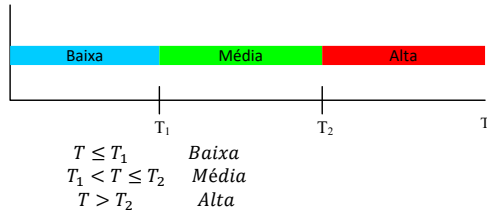
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

24

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

### Exemplo da Temperatura [\*]

- ✓ Consideremos um exemplo clássico onde as noções de conjuntos podem ser vagas: avaliação da temperatura:



\* Exemplo adaptado de: Jeffrey Johnson and Philip Picton " Concepts on Artificial Intelligence"

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

25

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

### Exemplo da Temperatura

$$\begin{array}{ll} T \leq T_1 & \text{Baixa} \\ T_1 < T \leq T_2 & \text{Média} \\ T > T_2 & \text{Alta} \end{array}$$

- ✓ Podemos considerar uma determinada temperatura como pertencendo somente a um destes conjuntos:

Temperatura	BAIXA	MÉDIA	ALTA
$T \leq T_1$	<b>1</b>	0	0
$T_1 < T \leq T_2$	0	<b>1</b>	0
$T > T_2$	0	0	<b>1</b>

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

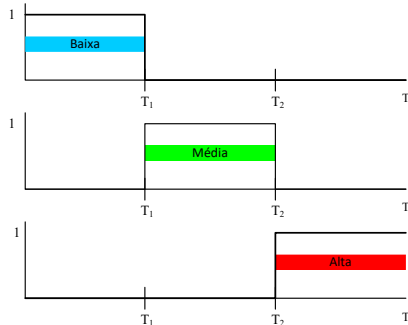
26

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

### Exemplo da Temperatura

- ✓ Representação gráfica:

Transições entre conjuntos muito abruptas:  
e.g. Se  $T_1=12^\circ\text{C}$  uma temperatura de  $11.999^\circ\text{C}$  neste caso pertence ao conjunto Baixa.



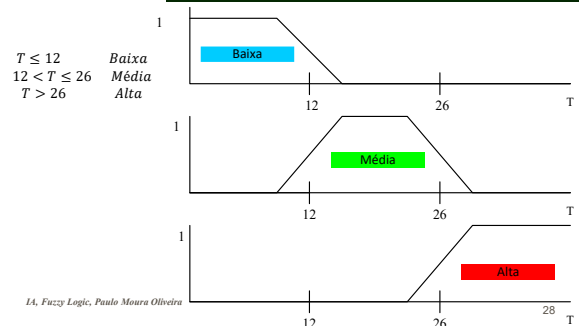
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

27

## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

### Exemplo da Temperatura

Na lógica difusa utilizam-se funções de pertença que suavizem as zonas de transição dos conjuntos. As funções triangulares são um dos exemplos:



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

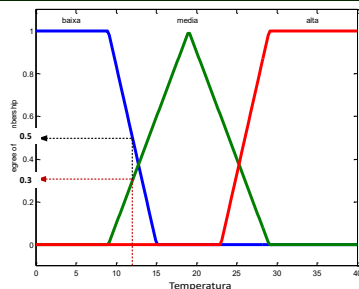
## Conjuntos Difusos ( Fuzzy Sets)

### Exemplo da Temperatura

Na lógica difusa utilizam-se funções de pertença que suavizem as zonas de transição dos conjuntos. As funções triangulares são um dos exemplos:

$$\begin{array}{ll} T \leq 12 & \text{Baixa} \\ 12 < T \leq 26 & \text{Média} \\ T > 26 & \text{Alta} \end{array}$$

- ✓ Neste exemplo uma temperatura de  $12^\circ\text{C}$  é um membro do conjunto **média** com um grau de pertença de **0.3** e do **Baixa** com **0.5**.



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

29

## Lógica

### Funções Lógicas Fundamentais

#### Tabela da Verdade da Função E(AND)

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$S = A \cdot B$$

#### Tabela da Verdade da Função OU (OR)

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$S = A + B$$

#### Tabela da Verdade da Função Negação (Not)

A	S
0	1
1	0

$$S = \bar{A}$$

Que funções matemáticas preservam estas operações lógicas fundamentais e podem ser aplicadas a valores reais entre 0 e 1?

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

30

## Lógica

### Funções Lógicas

Tabela da Verdade da Função E (AND)			Tabela da Verdade da Função OU (OR)			Tabela da Verdade da Função Negação (Not)	
A	B	$S = \min(A, B)$	A	B	$S = \max(A, B)$	A	$S = 1 - A$
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0

$$S = \min(A, B)$$

$$S = \max(A, B)$$

$$S = 1 - A$$

O que aconteceu às tabelas de verdade?

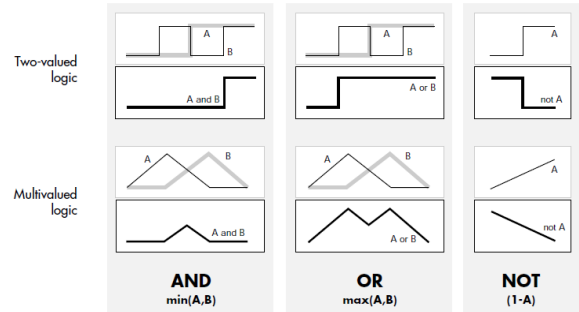
- ✓ Notar que estas funções podem agora ser aplicadas a valores que não somente 0 e 1.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

31

## Lógica

### Funções Lógicas



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

32

## Lógica

### Operadores Difusos (Fuzzy Operators)

- Estabeleceu-se uma correspondência entre a lógica bivalente com a lógica difusa multivalente.

- Interseção difusa ou conjunção (min).
- União difusa ou disjunção (max)
- Complemento difuso (complemento aditivo)

- A interseção difusa entre dois conjunto difusos A e B é geralmente especificada por um mapeamento binário T:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

↑  
Pode representar uma multiplicação entre os dois conjuntos e é conhecido como T-norm (T de triangular)

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

33

## Lógica

### Operadores Difusos (Fuzzy Operators)

- A união difusa entre dois conjunto difusos A e B é geralmente especificada por um mapeamento binário S:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

↑  
Pode representar uma adição entre os dois conjuntos e é conhecido como S-norm (ou T-conorm)

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

34

## Regras Se-Então (If-Then Rules)

- As regras assumem o tipo:

se x é A então y é B

Antecedente ou premissa

Consequente ou conclusão

- ✓ Exemplo

se o serviço é bom a gorjeta é média

Interpretação representada por um número de 0 a 1

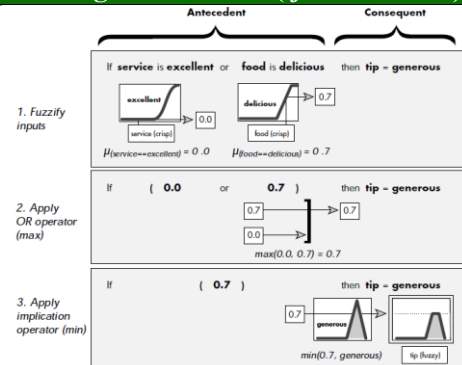
Representado por um conjunto difuso

- ✓ Enquanto na lógica binária:  $p \rightarrow q$  (p e q são ambos falsos ou ambos verdadeiros)
- ✓ Na lógica difusa:  $0.5p \rightarrow 0.5q$  (antecedentes parciais fornecem implicações parciais)

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

35

## Regras Se-Então (If-Then Rules)



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

36

## Regras Se-Então (If-Then Rules)

- Fuzzificar as entradas**  
Transformar todas as frases difusas num grau de pertinência entre 0-1
- Aplicar o operador difuso a partes múltiplas do antecedente da regra**  
Se há partes múltiplas no antecedente aplicam-se operadores lógicos para obter um único número de 0-1
- Aplicar método de implicação**  
Molda-se o conjunto difuso de saída através de uma função de pertinência

- ✓ Geralmente uma única regra não resolve o problema, sendo preciso mais do que uma.
- ✓ Os **conjuntos difusos** que resultam de cada regra são **agregados** num único conjunto
- ✓ Finalmente o conjunto difuso resultante é **desfuzificado** resultando num só valor numérico.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

37

## Sistemas de Inferência Difusos

- A inferência difusa (*fuzzy*) é o processo de mapear uma dada entrada com uma determinada saída utilizando lógica difusa.
- Este mapeamento permite fornecer bases para tomar decisões ou reconhecer padrões.

Dois tipos de sistemas de inferência difusa de referência são:

- Tipo Mandani (mais utilizado)
- Tipo Sugeno

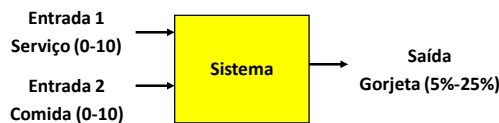
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

38

## Sistemas de Inferência Difusos

### Exemplo da Gorjeta

- ✓ A estrutura deste sistema difuso é a seguinte:



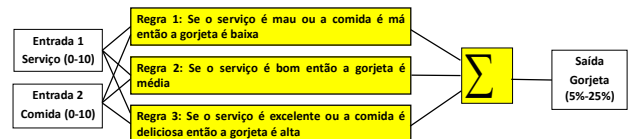
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

39

## Sistemas de Inferência Difusos

### Exemplo da Gorjeta

- ✓ A estrutura deste sistema difuso é o seguinte:



- ✓ O processo de inferência pode ser organizado em 5 partes:
  1. Fuzzificação das entradas
  2. Aplicação do operador Fuzzy ao antecedente (AND, OR)
  3. Implicação do antecedente no consequente
  4. Agregação dos consequentes das várias regras
  5. Desfuzzificação

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

40

## Sistemas de Inferência Difusos

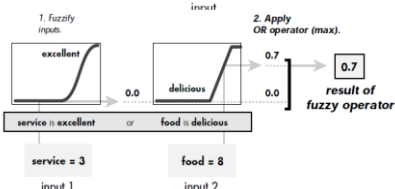
### Exemplo da Gorjeta

#### 1. Fuzzificação das entradas



#### 2. Aplicar o operador Fuzzy

- ✓ Há vários operadores para o AND e OR. Considerando o exemplo da aplicação do OR à regra 3 com o operador *max*, resulta no seguinte:



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

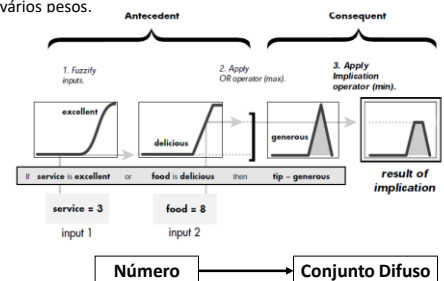
41

## Sistemas de Inferência Difusos

### Exemplo da Gorjeta

#### 3. Aplicar o método de implicação

- ✓ De uma forma geral cada regra tem um peso associado (0-1). Neste caso todas as três regras têm a mesma ponderação (1). Mas noutros exemplos é comum testar vários pesos.



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

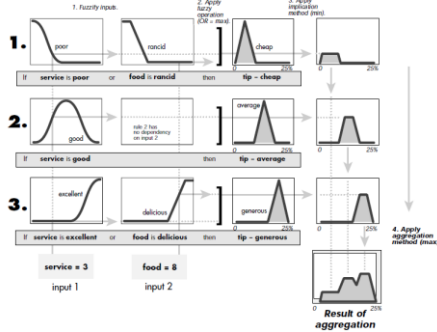
42

## Sistemas de Inferência Difusos

### Exemplo da Gorjeta

#### 4. Agregar todas as Saídas

- ✓ Há vários métodos que podem ser aplicados (comutativamente) para agregar as saídas (**max**, ou **probabilístico**, **soma**),



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

43

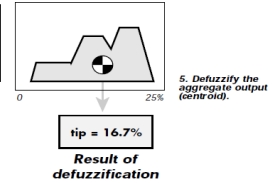
## Sistemas de Inferência Difusos

### Exemplo da Gorjeta

#### 5. Desfuzificar

- ✓ Há vários métodos que podem ser aplicados (comutativamente) para **desfuzificar** o conjunto difuso que resulta da agregação.

Um dos mais populares é o método do centróide da área delimitada pela curva.



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

44

## Desfuzificação (Defuzzification)

- ✓ A forma mais comum de **desfuzificar** consiste em determinar o centro de gravidade considerando todas as áreas delimitadas pelas curvas dos conjuntos difusos.

- ✓ Assumindo:

- Curva 1: área  $A_1$  e centro de gravidade em  $x_1$
- Curva 2: área  $A_2$  e centro de gravidade em  $x_2$

Então o centro de gravidade das duas áreas é o ponto  $c$ :

$$cA_1 - x_1A_1 = x_2A_2 - cA_2$$

$$c(A_1 + A_2) = x_1A_1 + x_2A_2$$

$$c = \frac{x_1A_1 + x_2A_2}{(A_1 + A_2)}$$

Generalizando:

$$c = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$$

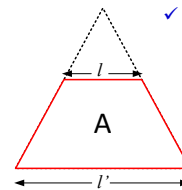
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

45

## Desfuzificação (Defuzzification)

- ✓ O cálculo do centro de gravidade de uma curva genérica pode ser simplificado pela utilização funções de pertinência com curvas simétricas, pois o centro de gravidade localiza-se no eixo de simetria da curva.

$$\text{Centro de Gravidade} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{centro de gravidade}_i \times \text{area sob a curva}_i}{\sum_{i=1}^n \text{area sob a curva}_i}$$



- ✓ Área de um trapézio com altura  $h$  e lados  $l$  e  $l'$  pode ser calculada como:

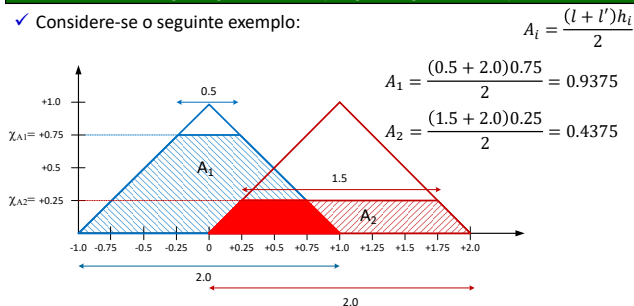
$$A_i = \frac{(l + l')h_i}{2}$$

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

46

## Desfuzificação (Defuzzification)

- ✓ Considere-se o seguinte exemplo:



$$\text{centro de gravidade} = \frac{(0.0 \times 0.9375) + (1.0 \times 0.4375)}{(0.9375 + 0.4375)} = 0.318$$

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

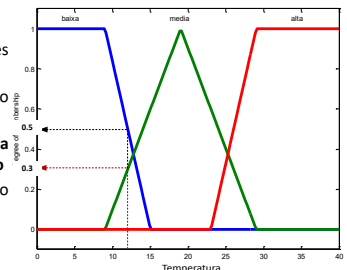
47

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo da Temperatura (Cont.)

- ✓ Consideremos as seguintes regras:

1. Se a temperatura é baixa então o aquecimento é alto
2. Se a temperatura é média então o aquecimento é médio
3. Se a temperatura é alta então o aquecimento é desligado



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

48

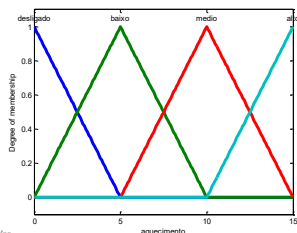


## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo da Temperatura ( Cont.)

✓ Consideremos as seguintes regras:

1. Se a temperatura é baixa então o aquecimento é alto
2. Se a temperatura é média então o aquecimento é médio
3. Se a temperatura é alta então o aquecimento é desligado



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

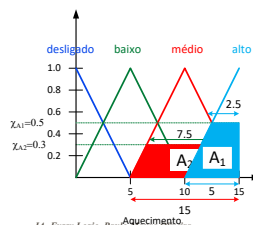
49

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo da Temperatura ( Cont.)

✓ Cálculo do centro de gravidade:

$$A_2 = \frac{(7.5 + 15) \times 0.3}{2} = 3.375$$



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

50

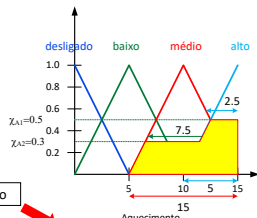
## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo da Temperatura ( Cont.)

✓ Cálculo do centro de gravidade:

$$A_1 = \frac{(5 + 10) \times 0.5}{4} = 1.875$$

$$A_2 = \frac{(7.5 + 15) \times 0.3}{2} = 3.375$$



Valor aproximado

$$\text{centro de gravidade} = \frac{(10 \times 3.375) + ((13) \times 1.875)}{(3.375 + 1.875)} = 11.07$$

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

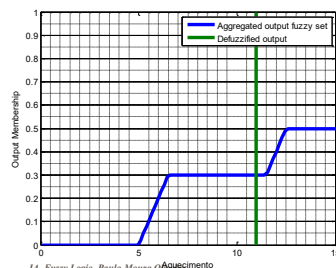
51

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo da Temperatura ( Cont.)

Valor aproximado

$$\text{centro de gravidade} = \frac{(10 \times 3.375) + ((13) \times 1.875)}{(3.375 + 1.875)} = 11.07$$



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

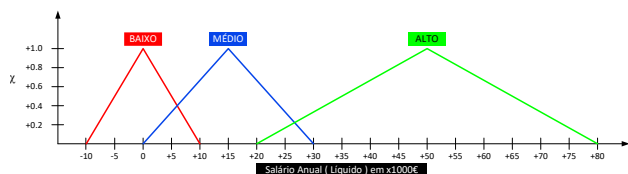
52

✓ Para uma temperatura de 12°C o aquecimento vai estar ligado na posição 11.

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo do Salário

✓ Considere-se o seguinte exemplo de conjuntos que permitem determinar o valor do salário anual (com valores hipotéticos) de um funcionário.



✓ Vamos considerar um conjunto de regras que permita definir o valor de pertença a cada um destes conjuntos para um dado funcionário.

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

53

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo do Salário

✓ Considerem-se as seguintes regras:

1. Se o funcionário é altamente especializado e tem grandes responsabilidades e consegue atrair novos negócios então esse funcionário recebe um salário alto

2. Se o funcionário é altamente especializado e faz bem o seu trabalho então esse funcionário recebe um salário médio

3. Se o funcionário é pouco especializado e não tem experiência então esse funcionário recebe um salário baixo

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

54

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo do Salário

Caso do funcionário X:

- Pouco especializado: 0.9 (Altamente especializado: 0.1)
- Pouca responsabilidade: 0.1
- Não atrai novos negócios: 0.0
- Faz o seu trabalho razoavelmente: 0.5
- Não é muito experiente: 0.6

✓ Quanto ganha o funcionário X, neste sistema Fuzzy?

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

55

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo do Salário

- Pouco especializado: 0.9 (Altamente especializado: 0.1)
- Pouca responsabilidade: 0.1
- Não atrai novos negócios: 0.0
- Faz o seu trabalho razoavelmente: 0.5
- Não é muito experiente: 0.6

1. Se o funcionário é altamente especializado e tem grandes responsabilidades e consegue atrair novos negócios então esse funcionário recebe um salário alto

0.1  
0.1  
0.0  
0.0  
Min (0.1,0.1,0.0)=0.0

2. Se o funcionário é altamente especializado e faz bem o seu trabalho então esse funcionário recebe um salário médio

0.1  
0.5  
0.1  
Min (0.1,0.5)=0.1

3. Se o funcionário é pouco especializado e não tem experiência então esse funcionário recebe um salário baixo

0.9  
0.6  
0.6  
Min (0.9,0.6)=0.6

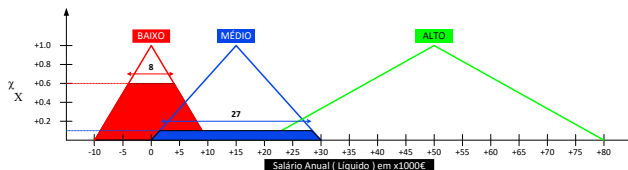
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

56

## Desfuzificação (Defuzzification)

### Exemplo do Salário

✓ Só é necessário calcular as áreas nos conjuntos do salário baixo e médio:



$$A_{\text{Baixo}} = \frac{(8 + 20) \times 0.6}{2} = 8.4 \quad A_{\text{Médio}} = \frac{(27 + 30) \times 0.1}{2} = 2.85$$

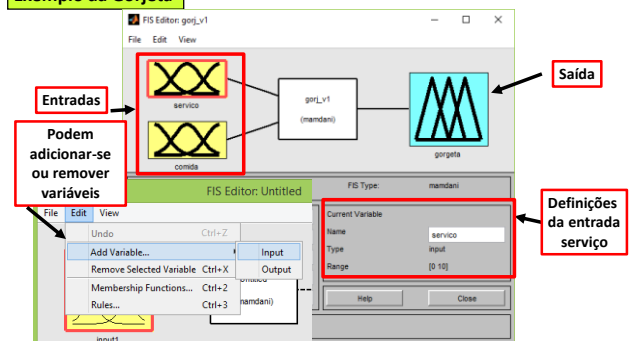
$$\text{salário de A} = \frac{(0 \times 8.4) + (15 \times 2.85)}{(8.4 + 2.85)} \times 1000 = 11250 \text{ €}$$

IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

57

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta



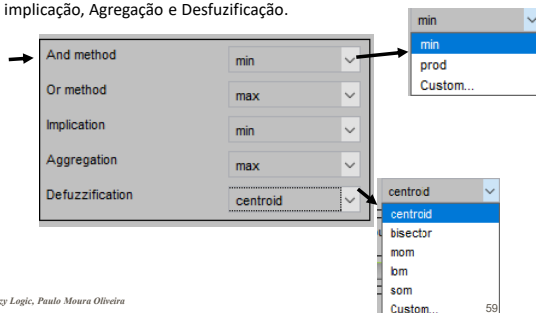
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

58

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

✓ Permite escolher o método para efetuar e E-lógico (and), Ou-lógico (or), implicação, Agregação e Desfuzificação.

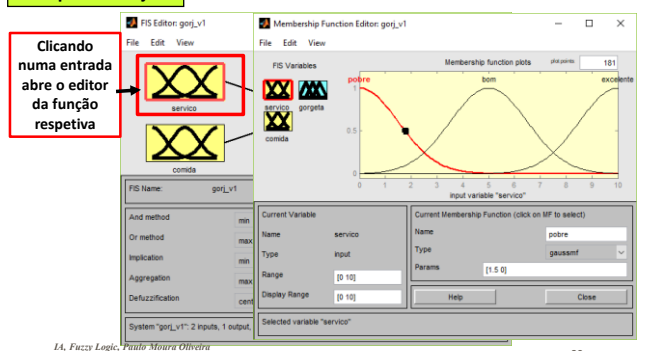


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

59

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

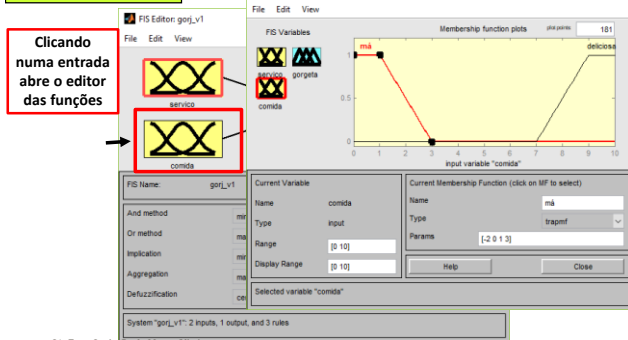


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

60

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

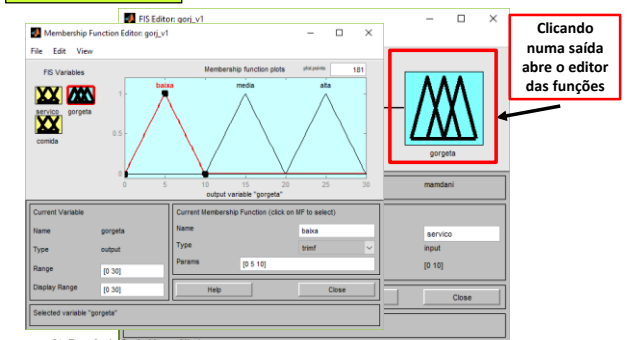


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

61

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta



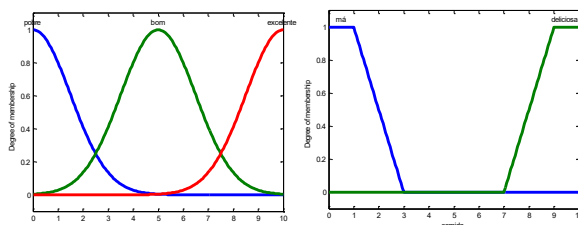
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

62

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

#### Entradas:



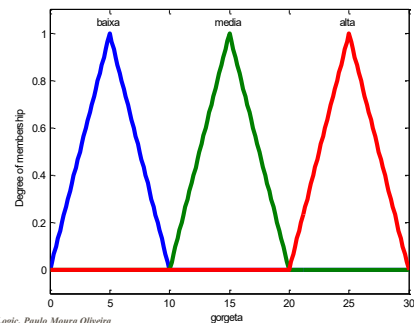
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

63

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

#### Saída:

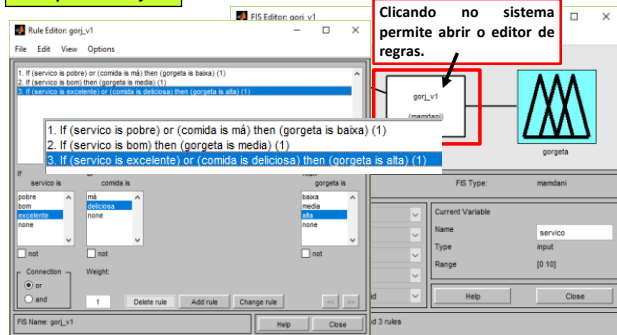


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

64

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta



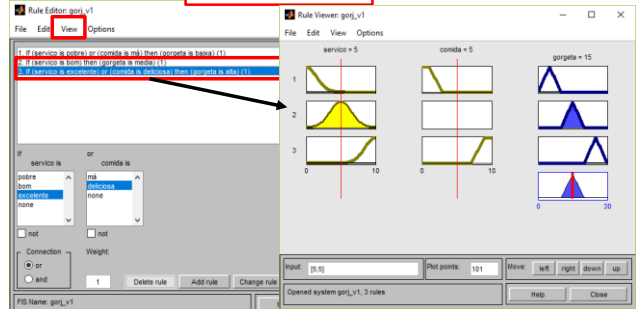
IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

65

## Exemplo: Implementação no Matlab

### Exemplo da Gorjeta

Podemos abrir o visualizador das regras

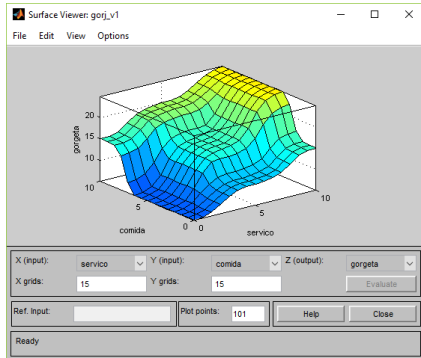


IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

66

## Exemplo: Implementação

- ✓ Permite visualizar a superfície de mapeamento entre as entradas e saída.



IA, Fuzzy Logic, Paulo Moura Oliveira

67