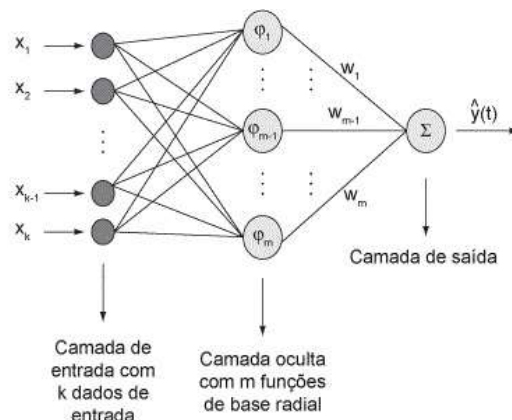


PARTE I

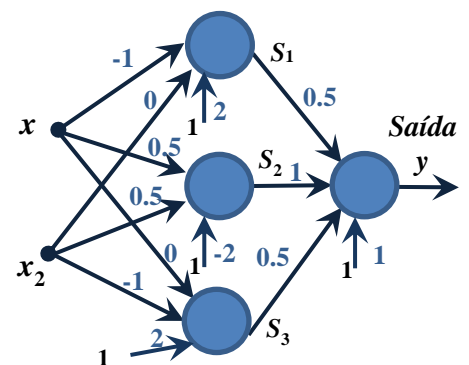
1. Na Figura seguinte está representada a estrutura de uma rede RBF. Os nós da camada escondida são constituídos por funções de base radial, designada por $\phi(r)$, como função de ativação não-linear. Esta camada mapeia a variável de entrada com uma transformação não-linear. Por fim a camada de saída agrega linearmente estas transformações num novo espaço, apresentando uma resposta na saída. Frequentemente a mesma RBF é usada em todos os nós, onde $\phi_i(r) = \phi(\|\vec{x} - \vec{c}_i\|)$, $i = 1, \dots, m$, onde \vec{c}_i é o centro da função radial do nó i .



O procedimento de aprendizagem de uma RBF é sintetizado em três etapas: (i) seleccionar o número de funções radiais; (ii) escolher os valores dos seus centros; e (iii) ajustar os pesos.

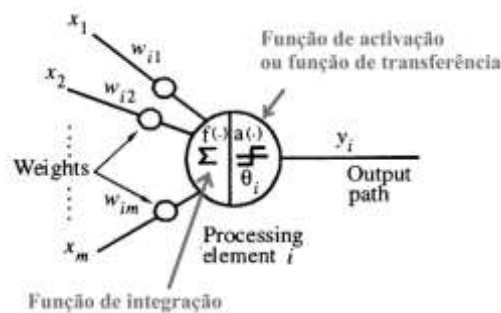
- a) Indique a função de transferência desta rede, considerando a utilização de funções Gaussianas.
- b) (opcional com 2b e 3b) Considere possuir uma tabela com n valores de entrada-saída desejados para a rede RBF. Apresente um método de otimização baseado no algoritmo Genético (*Genetic algorithm*) de modo a encontrar os valores ótimos dos centros das funções radiais, \vec{c}_i , e os pesos da rede, W .

2. Na figura está representado uma rede neuronal de três camadas, compostas por neurónios com função de ativação linear, funções de ativação Heaviside e pesos assinalados. Esta rede serve para classificar produtos em duas categorias (0 – para produtos com defeito e 1 produtos com qualidade) com base em dois "features", dados provenientes de uma análise inspetiva por processamento e reconhecimento de imagem do produto.



- a) Determine a função de transferência da rede neuronal: $y = f(x_1, x_2)$, indicando as regiões onde o produto é classificado como de boa qualidade.
- b) (opcional com 1b e 3b) Considere possuir uma tabela com n valores de entrada-saída validados experimentalmente. Apresente um método de otimização baseado no algoritmo PSO (Particle Swarm Optimization) capaz de ajustar os pesos da rede e melhorar a correspondência da resposta da rede com os dados de treino.

3. Na figura seguinte está representado um neurónio com função de integração linear e função de ativação sigmoide.



Os pesos do neurónio são ajustados de modo iterativo na direção contrária ao gradiente da função de erro quadrático, para um conjunto de dados de treino. Apresente:

- A função de transferência do neurónio.
 - (opcional com 1b e 2b) Um algoritmo de treino para este neurónio.
4. (opcional com 5) O algoritmo **c-means** é um método de análise de agrupamentos (*clustering*) utilizado na partição de n observações em c agrupamentos (*clusters*), atribuindo cada observação um grau de pertença de valor tais que $u_{ik} \in [0,1]$. Seja um conjunto de observações (x_1, x_2, \dots, x_n) . O algoritmo c-means particiona as n observações em c conjuntos (com $c \leq n$), $S = \{S_1, S_2, \dots, S_c\}$, de modo a minimizar a seguinte função:

$$J = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ik}^m \|x_k - c_i\|^2$$

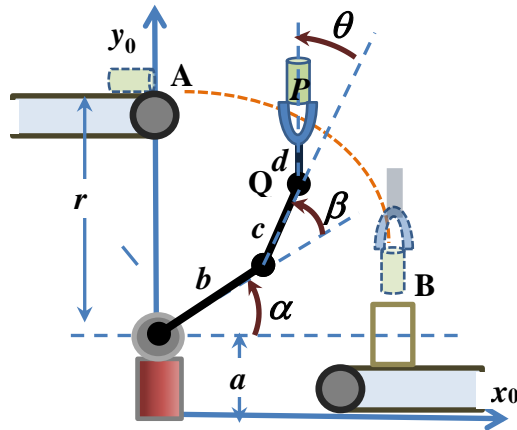
onde c_i é o centroide do agrupamento i e m é um parâmetro de fuzificação. A partição ótima dos dados pelos c -clusters corresponderá a um valor mínimo da função J .

- Apresente o algoritmo padrão deste método e explique cada um dos seus passos. Explique de que modo a execução destes passos conduzem à minimização da função J .
 - Sejam conhecidos os valores dos graus de pertença de todos os pontos aos clusters (u_{ik} , com $k=1, \dots, n$ e $i=1, \dots, c$). Deduza a expressão que nos dá os valores dos centros dos cluster's que minimiza a função J .
5. (opcional com 4) Uma Spline cúbica será usada para aproximar a função Neperiana trigonométrica $y = e^x$, no intervalo $x \in [0,1]$, usando os seguintes nós interpoladores: $N = \left\{ (0,1); \left(\frac{1}{3}, e^{1/3}\right); \left(\frac{2}{3}, e^{2/3}\right); (1,e) \right\}$

- Apresente o método que determina os coeficientes das Splines (polinómios cúbicos).
- Tomando como precisa a aproximação da curva (x,y) pela Spline da função de derivada de 1ª ordem, determine o vetor velocidade de um robô que percorre essa trajetória em duas situações distintas: com velocidade horizontal constante de valor v_h e com velocidade constante de valor v_v .

PARTE II

- Na figura está representado um robô manipulador com 3 eixos ativos, associados aos eixos de rotação de ângulos α , β e θ . O robô transporta peças do ponto A para o ponto B, num movimento circular uniforme de raio r , ao mesmo tempo de roda o objeto em 270° no sentido contrário aos ponteiros de relógio com velocidade angular constante. Este movimento demora 27 segundos a ser executado.



- Obtenha o modelo direto do Robô relativo ao ponto terminador P .
 - Apresente um modelo incremental de controlo do robô de modo a este cumprir a trajetória.
- Para o Robô manipulador da figura com 4 eixos ativos. Determine o seu modelo cinemático direto, associando um referencial a cada eixo ativo.

Nota: Os eixos do robô deverão estar ligado ao eixo OZ do referencial associado.

