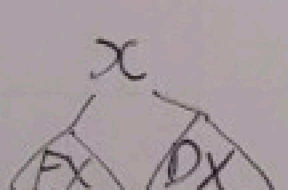
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

ESTRUTURAS DE DADOS - TI0140 2022.2 T02A

AULA 24 - 11/11/2022 - SEXTA-FEIRA

INSERÇÃO EM ÁRVORES AVL

1. RECAPITULANDO: UMA ÁRVORE BINÁRIA DE BUSCA "A" É AVL SE E SOMENTE SE, PARA TODA SUBÁRVORE



DE "A", $|h(E)-h(D)| \leq 1$, SENDO "$h(T)$" A ALTURA DE UMA ÁRVORE "T" QUALQUER (A ALTURA DE T É A ALTURA DE SUA RAIZ SE "T" NÃO FOR VAZIA, E ZERO SE VAZIA).

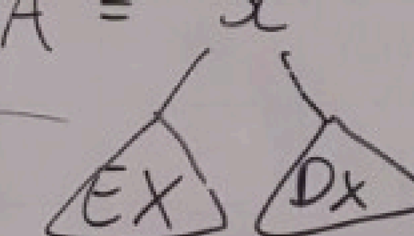
NÓS TAMBÉM DEFINIMOS $b(x) = h(DX) - h(EX)$ COMO O VALOR DO BALANCEAMENTO DE x. LOGO, NUMA ÁRVORE AVL, $b(x) \in \{-1, 0, +1\}$, PARA TODO NÓ x.

2. ESTRATÉGIA GERAL DE INSERÇÃO EM ÁRVORES AVL:

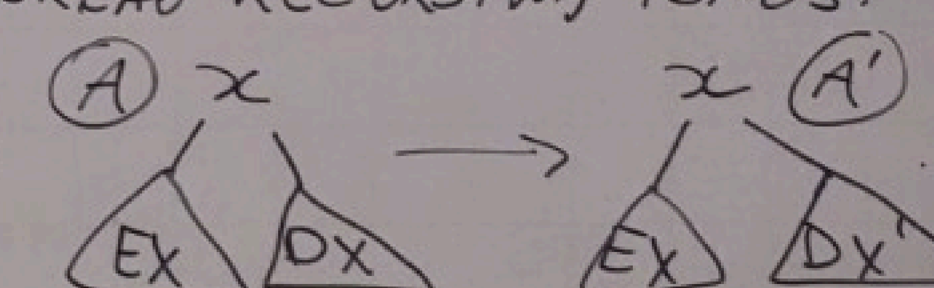
SEJA "A" UMA ÁRVORE AVL E "v" UM VALOR QUE NÃO ESTÁ EM "A". NÓS DESCREVEMOS A SEGUIR A ESTRATÉGIA DE INSERÇÃO DE v EM A, POR ANÁLISE DE CASOS:

2.1. SE $A = \emptyset$: O RESULTADO É $A' = v$, QUE EVIDENTEMENTE É AVL, POIS $b(v) = 0$. ALÉM DISSO, $h(A') = h(A) + 1$.

2.2. SE A =



: SEM PERDA DE GENERALIDADE, SUPONHAMOS QUE $v > x$. NESSE CASO, SEJA DX' O RESULTADO DA INSERÇÃO RECURSIVA DE v EM DX. NESSE CASO, LOGO APÓS ESSA INSERÇÃO RECURSIVA, TEMOS A SEGUINTE ÁRVORE A':



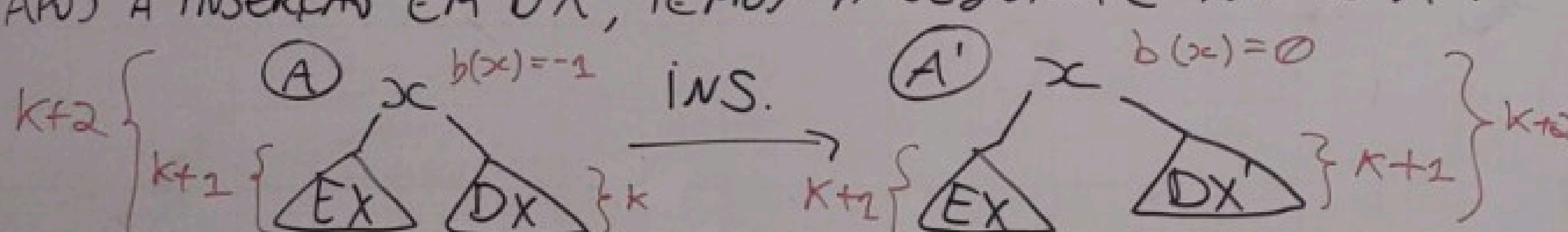
Com relação a A', observe que EX continua AVL e que DX', sendo o resultado do algoritmo recursivo de inserção em árvores AVL, também já é AVL.

Resta, portanto, analisar o balanceamento de x.

Observe então que, se $h(DX') = h(DX)$, então x continua balanceado e não há mais nada a fazer, ou seja, o resultado da inserção em A é a árvore A' e $h(A') = h(A)$.

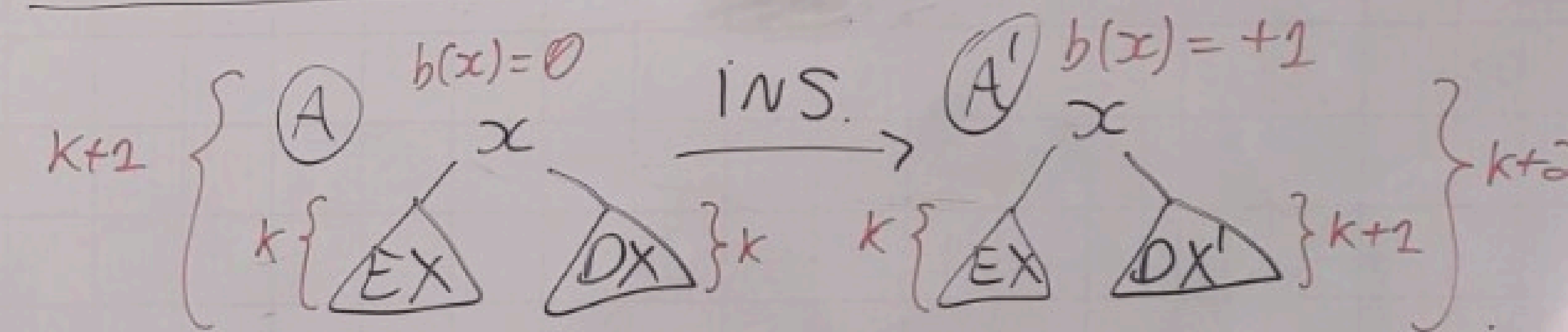
Se, porém, $h(DX') \neq h(DX)$, então, como veremos, vale que $h(DX') = h(DX)+1$. Temos então 3 casos:

2.2.1) Antes da inserção, $b(x) = -1$: Nesse caso, após a inserção em DX, temos a seguinte árvore A':



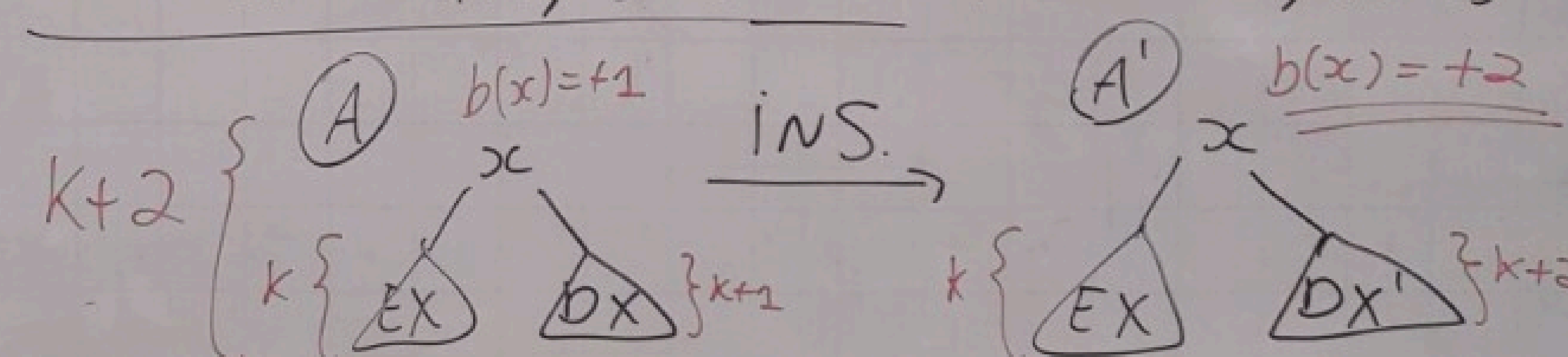
Vemos então que, em A', x está balanceado. Logo, o resultado da inserção de v em A é A', A' é AVL e $h(A') = h(A)$.

2.2.2) Antes da inserção, $b(x) = 0$: Nesse caso, temos:

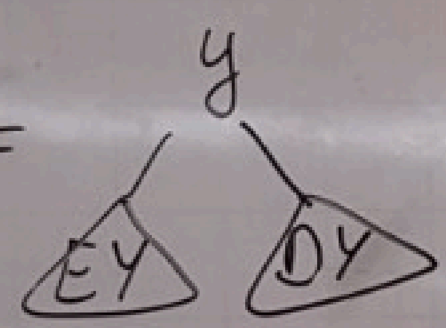


Nesse caso, vemos que, em A', x está balanceado. Logo, A' é o resultado da inserção de v em A, A' é AVL e $h(A') = h(A)+1$.

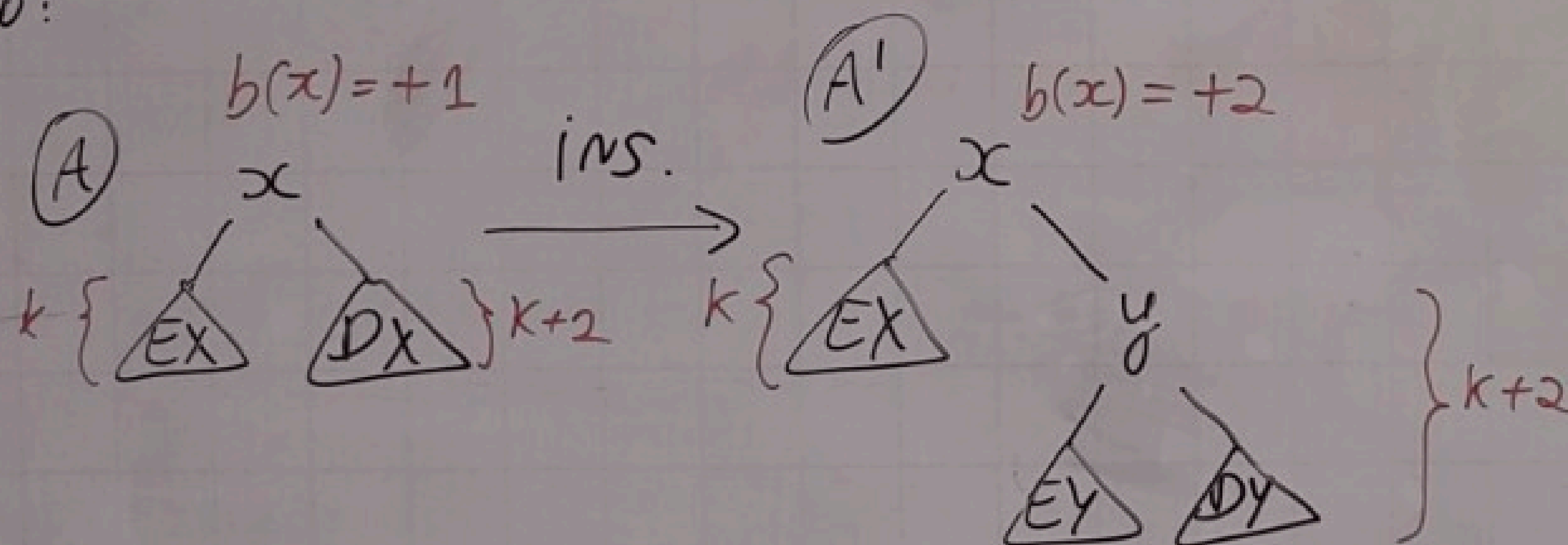
2.2.3) Antes da inserção, $b(x) = +1$: Nesse caso, temos:



Agora, como $h(DX') \geq 2$, então $DX' \neq \emptyset$; seja então y a raiz de DX':

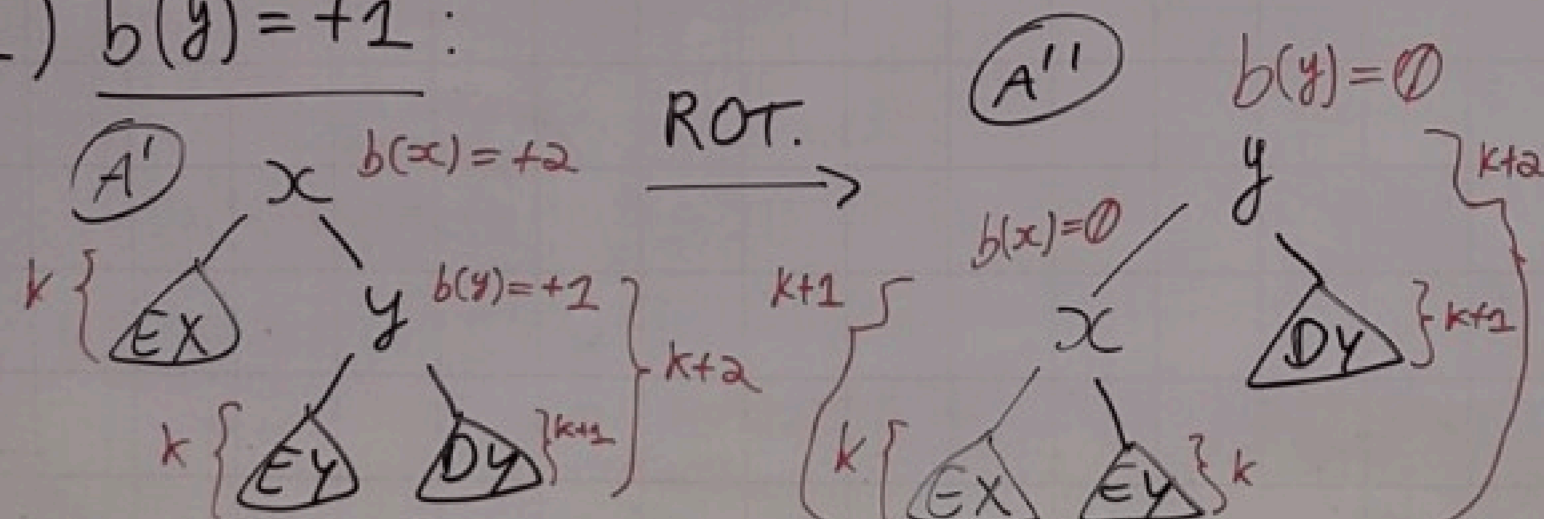
$DX' =$ 

Logo:



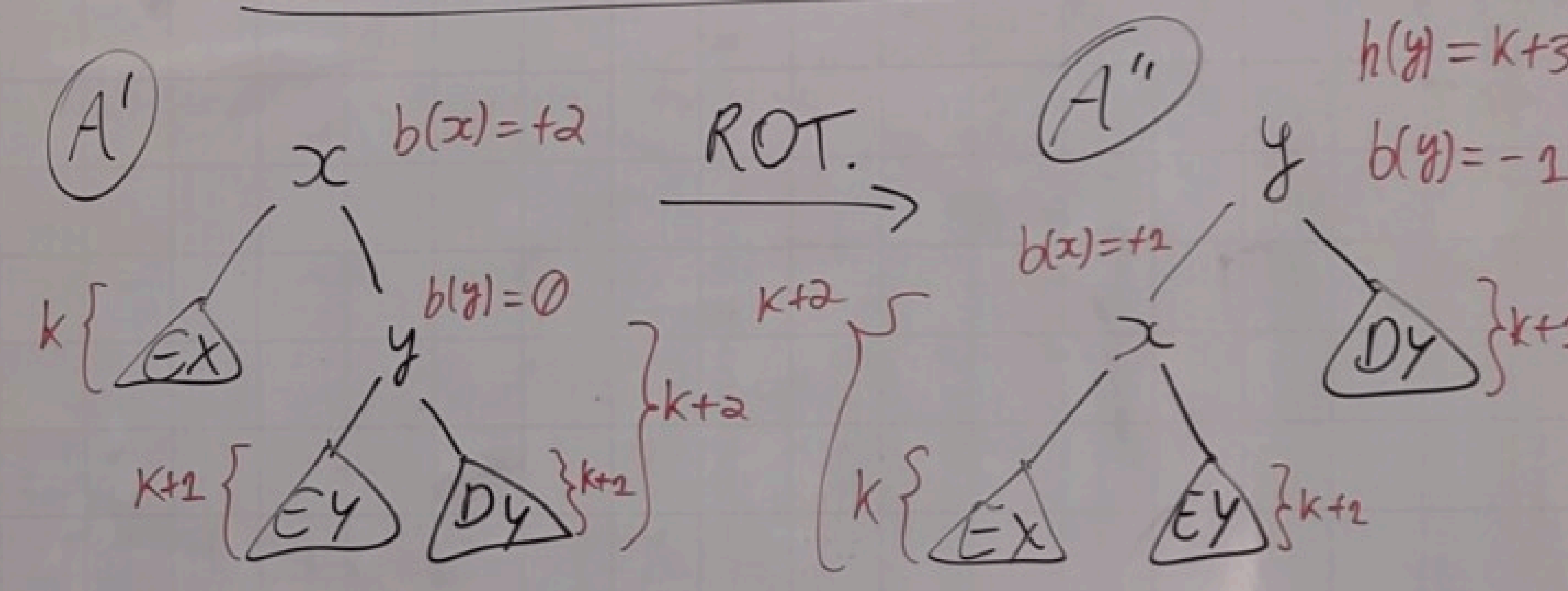
Analisemos agora as possibilidades para $b(y)$, já que DX' é AVL:

2.2.3.1) $b(y) = +1$:



Vemos então que, com uma rotação à esquerda em A', geramos uma árvore A'' que é AVL e tal que $h(A'') = h(A)$. A'' é então o resultado da inserção de v em A.

2.2.3.2) $b(y) = 0$ (existe um detalhe sobre este caso...):



Vemos então que, com uma rotação à esquerda em A', obtemos A'' que é AVL e tal que $h(A'') = h(A) + 1$. A'' é o resultado da inserção de v em A.