UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

MÉTODOS NUMÉRICOS

PROF. DR. JOÃO PAULO DO VALE MADEIRO

TRABALHO COMPUTACIONAL 1

ALUNOS:

- **PEDRO LEINOS FALCÃO CUNHA - 542114**
- **GABRIEL VASCONCELOS FRUET - 537618**
- **KELVIN LEANDRO MARTINS - 540006**

CURSO: ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

Introdução

Neste relatório, apresentaremos a resolução do problema e a implementação da solução. A seguir, descreveremos o problema em detalhes e apresentaremos a abordagem que foi seguida para resolvê-lo.

Descrição do Problema

Um fluido é bombeado na rede de tubos mostrada na figura abaixo. No estado estacionário, os seguintes balanços de escoamento precisam ser satisfeitos:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (eq.1)$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 \quad (eq.2)$$

$$Q_5 = Q_6 + Q_7 \quad (eq.3)$$

Onde Q_i é o escoamento no tubo i (em m^3/s). Além disso, as quedas de pressão em torno dos três laços à direita devem ser nulas. A queda de pressão em cada seção de tubo circular pode ser calculada por:

$$\Delta P_i = \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{f \cdot L_i \cdot \rho}{2 \cdot D^5} \cdot Q_i^2 \quad (eq.4)$$

Em que ΔP é a queda de pressão (Pa), f é o fator de atrito (adimensional), L é o comprimento do tubo (m), ρ é a densidade do fluido (kg/m^3) e D é o diâmetro do tubo (m).

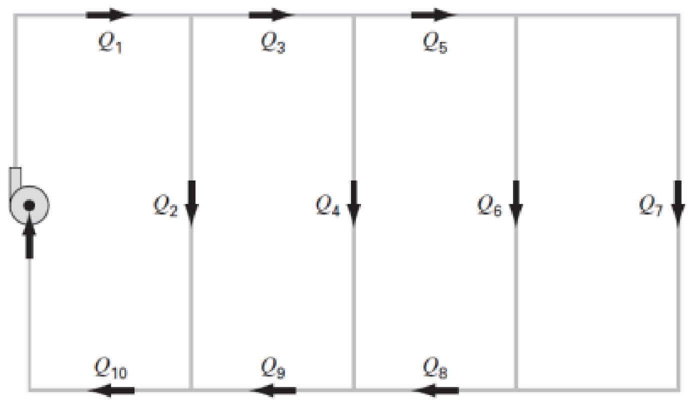

Figura 1: Esquematização do problema

Escreva um programa que lhe permita calcular o escoamento em todas as seções de tubo, dado que $Q_1 = 1m^3/s$ e $\rho = 1,23kg/m^3$. Todos os tubos têm $D = 500mm$ e $f = 0,005$. Os comprimentos dos tubos são $L_3 = L_5 = L_8 = L_9 = 2m$; $L_2 = L_4 = L_6 = 4m$; $L_7 = 8m$.

Metodologia

A metodologia que foi utilizada foi a ”técnica de retrocesso”ou ”backtracking”em inglês. O backtracking é um método usado em programação e resolução de problemas para encontrar soluções ao explorar todas as possibilidades, geralmente começando com uma suposição e, se essa suposição não levar a uma solução válida, retrocede-se e ajusta-se a suposição anterior até encontrar a solução correta ou esgotar todas as opções. É uma abordagem comumente usada em algoritmos de busca em profundidade, que podem ser aplicados em uma variedade de problemas, como jogos, quebra-cabeças, otimização e muito mais.

No que se refere ao problema, o backtracking foi utilizado a simplificar a solução do problema por meio da resolução de um sistema de equações montados a partir das informações iniciais do problema.

Implementação

Em posse do sistema formado pelas eq.s 1, 2 e 3, pode-se juntamente a eq. 4, determinar a relação entre os escoamentos em função do balanço de pressões.

Inicialmente, fazendo a análise da rede de tubos pode-se formar outro sistema de equações:

$$Q_5 = Q_6 + Q_7 = Q_8 \quad \Rightarrow \quad Q_5 = Q_8 \quad (eq.4)$$

$$Q_9 = Q_4 + Q_8 = Q_3 \quad \Rightarrow \quad Q_9 = Q_3 \quad (eq.5)$$

$$Q_{10} = Q_2 + Q_9 = Q_1 \quad \Rightarrow \quad Q_{10} = Q_1 \quad (eq.6)$$

Agora faz-se uso do Backtracking e da linearidade dos sistemas de equações, de forma que se atribui a uma variável um determinado valor e, ao término da resolução, reparametriza-se o sistema formado pelas soluções à fim de que se adeque às condições iniciais. Desta forma, determina-se:

$$Q_7 = 1 \quad (eq.7);$$

Da equação 4:

$$\Delta P_i = \frac{16 \cdot f \cdot \rho}{\pi^2 \cdot 2 \cdot D^5} \cdot L_i \cdot Q_i^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta P_i \propto L_i \cdot Q_i^2 \quad (eq.8)$$

onde é constante segundo as condições iniciais do problema:

$$\frac{16 \cdot f \cdot \rho}{\pi^2 \cdot 2 \cdot D^5}$$

Portanto:

$$\Delta P_6 = \Delta P_7 \quad (eq.9)$$

$$\Delta P_4 = \Delta P_5 + \Delta P_6 + \Delta P_8 \quad (eq.10)$$

$$\Delta P_2 = \Delta P_3 + \Delta P_4 + \Delta P_9 \quad (eq.11)$$

Aplicando-se a eq. 8 às eq.'s 9, 10 e 11, e utilizando as relações entre os comprimentos dos tubos:

$$L_6 \cdot Q_6^2 = L_7 \cdot Q_7^2 \quad \Rightarrow \quad Q_6 = \sqrt{Q_7^2 + Q_7^2} \quad (eq.12)$$

$$Q_5 = Q_6 + Q_7 \quad (eq.13)$$

$$L_4 \cdot Q_4^2 = L_5 \cdot Q_5^2 + L_6 \cdot Q_6^2 + L_8 \cdot Q_8^2 \quad \Rightarrow \quad Q_4 = \sqrt{Q_5^2 + Q_6^2} \quad (eq.14)$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 \quad (eq.15)$$

$$L_2 \cdot Q_2^2 = L_3 \cdot Q_3^2 + L_4 \cdot Q_4^2 + L_9 \cdot Q_9^2 \quad \Rightarrow \quad Q_2 = \sqrt{Q_3^2 + Q_4^2} \quad (eq.16)$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (eq.17)$$

Em posse da equação 7, define-se os resultados dos escoamentos apresentados na tabela 1 e, pela linearidade, pode-se reparametrizar o sistema (eq. 7 e eq.'s 12 a 17) dividindo todos os $Q_i's$ encontrados pelo Q_1 proveniente da eq. 17, de forma que todos os $Q_i's$ apresentados na tabela 2 estejam no domínio das condições iniciais.

Por fim, para comprovar que a solução proposta anteriormente é verídica, foi criada uma função que calculava diretamente o Q_7 em função do sistema formado pelas equações 9 a 17, e que, a partir do Q_7, calculava os $Q_i's$ anteriores, cujos valores estão presentes na tabela 3.

Resultados

Tabela 1: Valores iniciais de escoamento em cada tubo (1º solução).

Q_i	Escoamento (m^3/s)
1	11.127795
2	5.915648
3	5.212146
4	2.797933
5	2.414214
6	1.414214
7	1.000000

Fonte: Autor.

Tabela 2: Valores finais de escoamento em cada tubo (1º solução).

Q_i	Escoamento (m^3/s)
1	1.000000
2	0.531610
3	0.468390
4	0.251436
5	0.216953
6	0.127088
7	0.089865
8	0.216953
9	0.468390
10	1.000000

Fonte: Autor.

Tabela 3: Valores de escoamento em cada tubo (2º solução).

Q_i	Escoamento (m^3/s)
1	1.000000
2	0.531610
3	0.468390
4	0.251436
5	0.216953
6	0.127088
7	0.089865
8	0.216953
9	0.468390
10	1.000000

Fonte: Autor.