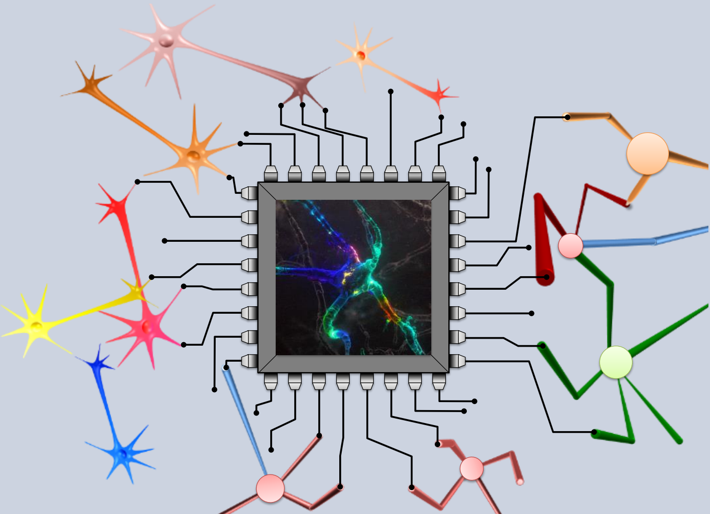
Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Sistemas de Computação

SSC512
Elementos de Lógica Digital



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos

Álgebra de Boole

Prof.Dr. Danilo Spatti

São Carlos - 2020

- George Boole desenvolveu sua álgebra a partir de duas grandezas: Verdadeiro e Falso, estabelecendo dois princípios fundamentais à lógica booleana:

  - Princípio da não contradição: “Uma proposição não pode ser, simultaneamente, verdadeira e falsa”.
  - Princípio do terceiro excluído: “Uma proposição só pode tomar um dos dois valores possíveis – ou é verdadeira ou é falsa – não sendo possível terceira hipótese”.

- Sistema matemático utilizado para se desenvolver circuitos lógicos.

- Os sistemas digitais utilizam-se de sinais binários (1 ou 0) para representar passagem ou não de corrente elétrica.

- Empregada para síntese de circuitos digitais a partir de funções lógicas.

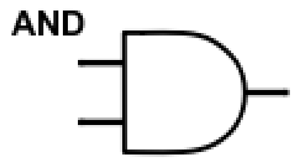
- A Álgebra de Boole pode ser desenvolvida a partir de símbolos pré-definidos, tabela de funcionamento (verdade) e equações lógicas.

- As ditas operações lógicas primitivas são formadas por AND, OR e NOT, sendo as demais derivadas a partir destas.

- Resulta em verdadeira se, e somente se, todas as proposições forem verdadeiras.

- A operação AND (E) é dita conjunção ou também produto lógico e é representada pela conectiva "." (ponto).

$$S(a,b) = a \cdot b$$



a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Resulta em falsa se, e somente se, todas as proposições forem falsas.

- A operação OR (OU) é dita disjunção ou também adição lógica e é representada pela conectiva "+" (soma).

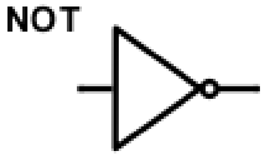
$$S(a,b) = a + b$$

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Resulta em falsa se a proposição for verdadeira e verdadeira se a proposição for falsa.

- A operação NOT (NÃO) é representada pela “barra” acima da proposição.

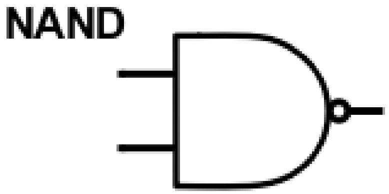
$$S(a) = \bar{a}$$



a	S
0	1
1	0

- A operação NAND é a operação inversa da operação AND.

$$S(a,b) = \overline{a \cdot b}$$

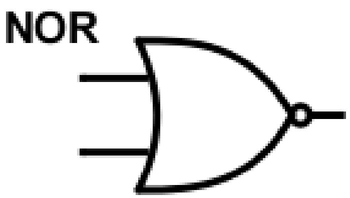


a	b	$a \cdot b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a	b	$\overline{a \cdot b}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- A operação NOR é a operação inversa da operação OR.

$$S(a,b) = \overline{a + b}$$



a	b	$a+b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

a	b	$\overline{a+b}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- A operação XOR (OU EXCLUSIVO) somente retorna verdadeiro quando as proposições são diferentes.

$$S(a,b) = a \oplus b$$

$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1. $0 \cdot 0 = 0$
2. $1 + 1 = 1$
3. $1 \cdot 1 = 1$
4. $0 + 0 = 0$
5. $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
6. $1 + 0 = 0 + 1 = 1$
7. $Se\ x = 0;\ \bar{x} = 1$
8. $Se\ x = 1;\ \bar{x} = 0$

Operações Lógicas

1. $x \cdot 0 = 0$
2. $x + 1 = 1$
3. $x \cdot 1 = x$
4. $x + 0 = x$
5. $x \cdot x = x$
6. $x + x = x$
7. $x \cdot \bar{x} = 0$
8. $x + \bar{x} = 1$

- Comutativa

$$a)\ a + b = b + a$$
$$b)\ a \cdot b = b \cdot a$$

- Associativa

$$a)\ a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$
$$b)\ a + (b + c) = (a + b) + c$$

- Distributiva

$$a)\ a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$
$$b)\ (a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c)$$

- Absorção

$$a)\ a + (a \cdot b) = a$$
$$b)\ a \cdot (a + b) = a$$

- Combinação

$$a)\ (a \cdot b) + \left(a \cdot \bar{b}\right) = a$$

$$b)\ (a + b) \cdot \left(a + \bar{b}\right) = a$$

$$a)\ (\overline{x+y}) = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$b)\ (\overline{x \cdot y}) = \bar{x} + \bar{y}$$

$$\left(\overline{x + y}\right) = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

x	y	$x + y$	$\overline{x + y}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \cdot \bar{y}$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$$(\overline{x \cdot y}) = \bar{x} + \bar{y}$$

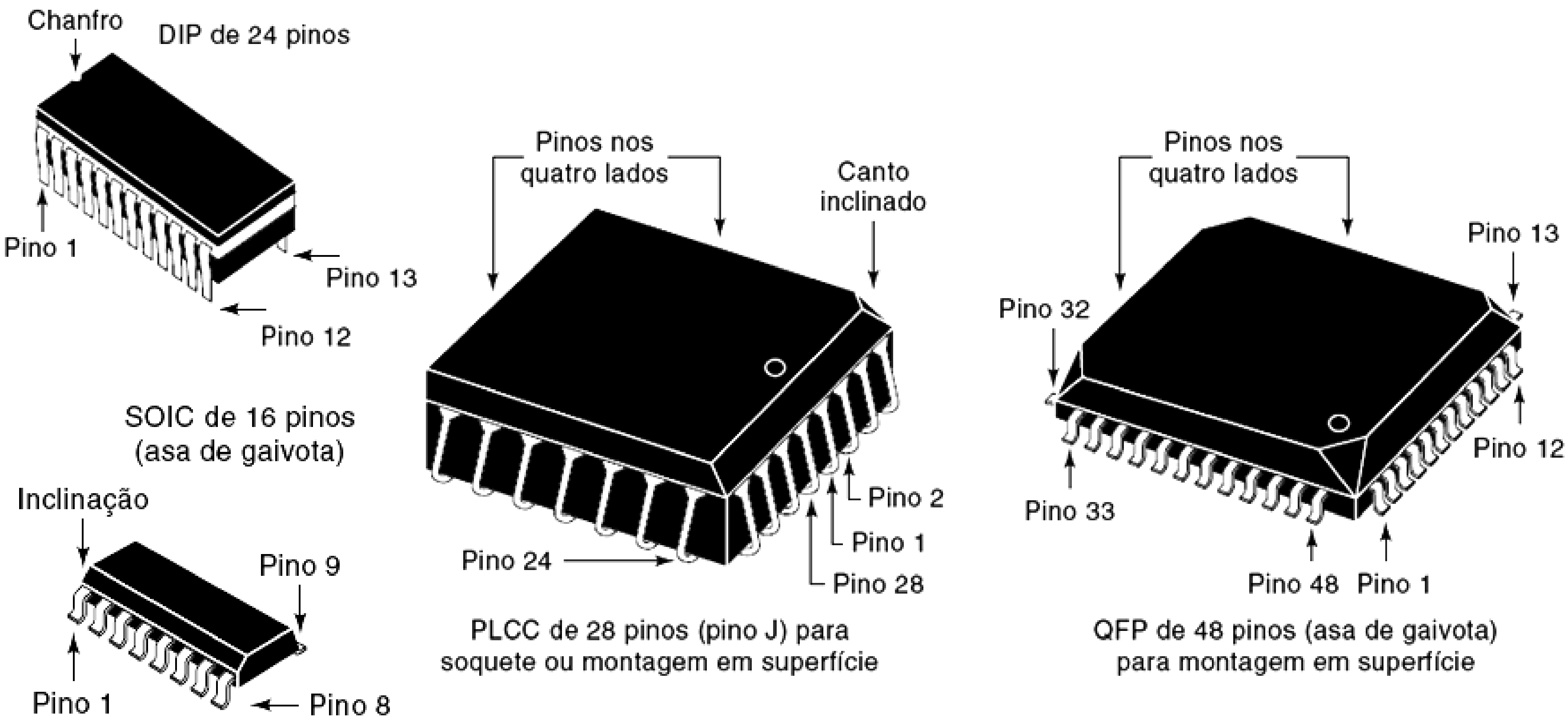
x	y	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{x} + \overline{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

- Grupo de circuitos integrados que implementam as operações lógicas.
- São empregados para síntese de sistemas digitais.
- Sistemas digitais reais são mais complexos que a utilização de um único operador lógico.

Portas Lógicas

Características (II)

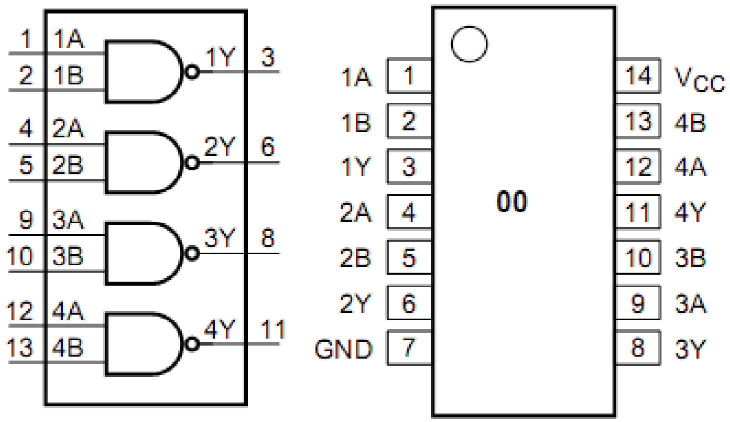
- Encapsulamentos mais comuns.



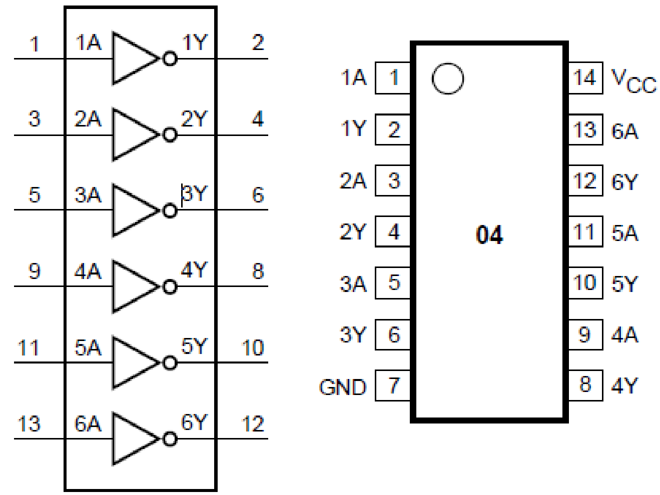
- Escala de integração.

Complexidade	Portas por Chip
Baixa Escala de Integração (SSI)	Menos do que 12
Média Escala de Integração (MSI)	Entre 12 e 99
Alta Escala de Integração (LSI)	Entre 100 e 9.999
Muito Alta Escala de Integração (VLSI)	Entre 10.000 e 99.999
Ultra Alta Escala de Integração (ULSI)	Entre 100.000 e 999.999
Escala de Integração Giga (GSI)	A partir de 1.000.000

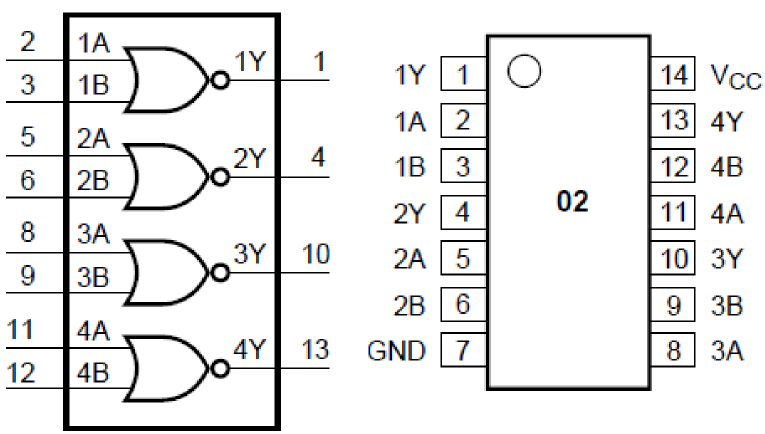
7400: 4 NAND de duas entradas.



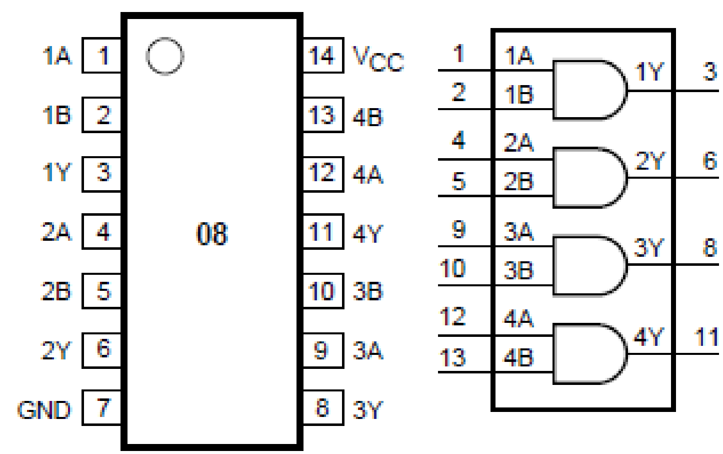
7404: 6 inversores.



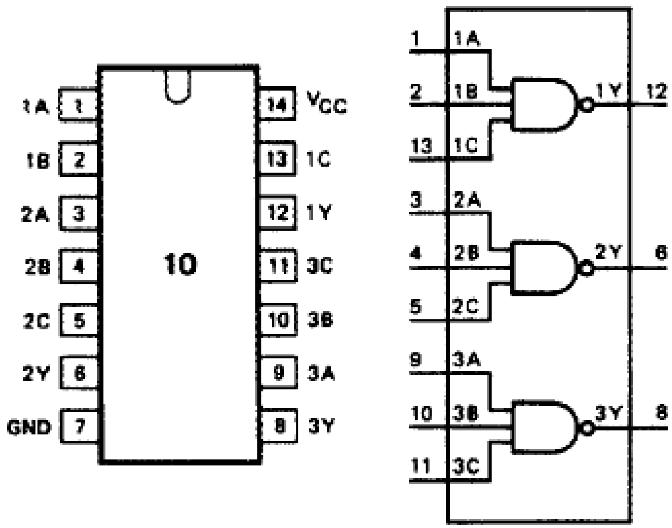
7402: 4 NOR de duas entradas.



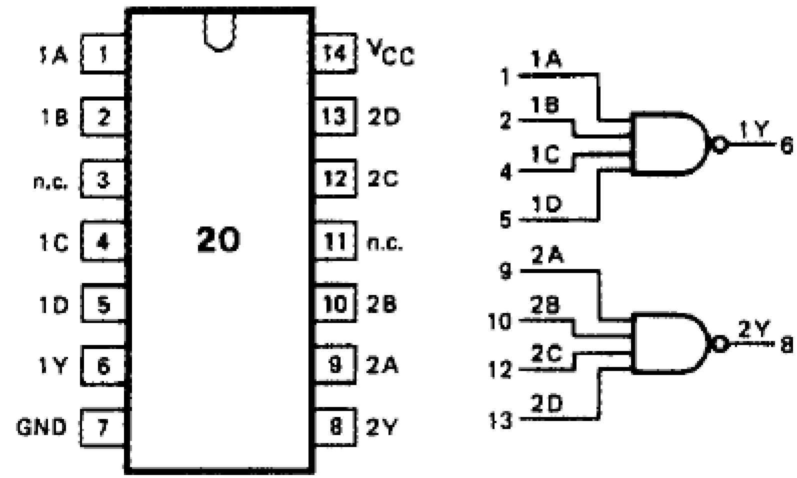
7408: 4 AND de duas entradas.



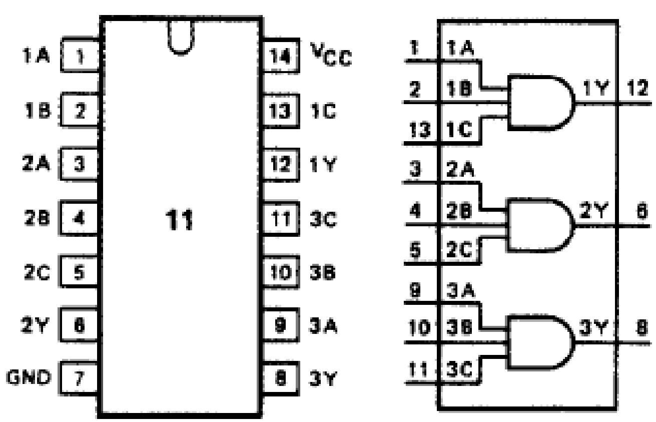
7410: 3 NAND de três entradas.



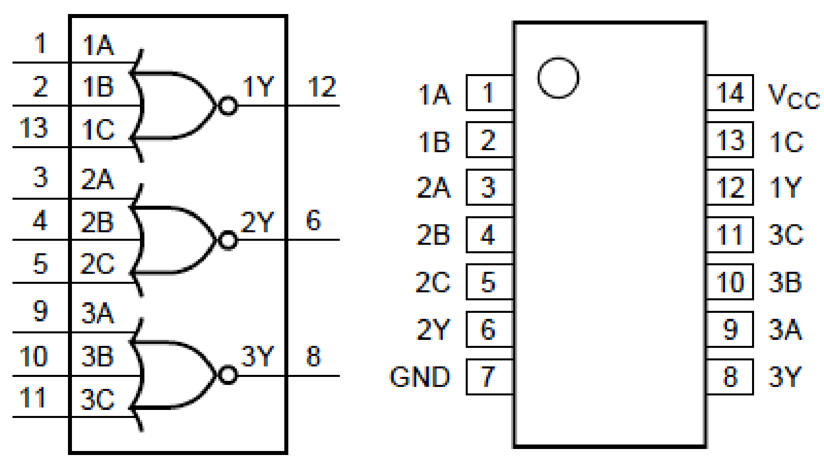
7420: 2 NAND de quatro entradas.



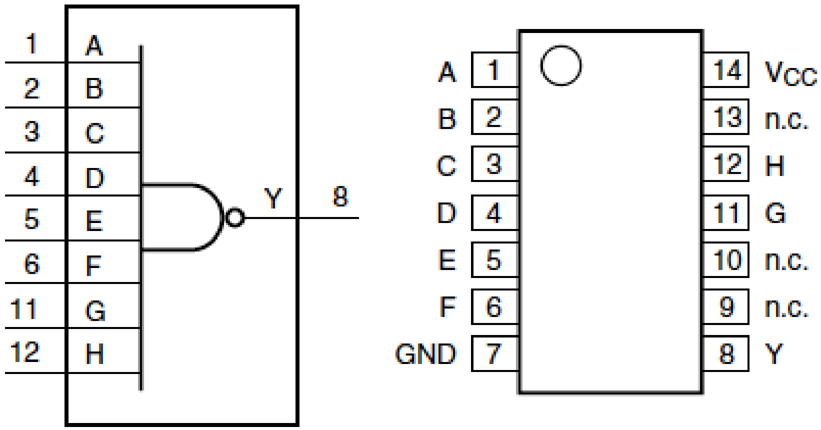
7411: 3 AND de três entradas.



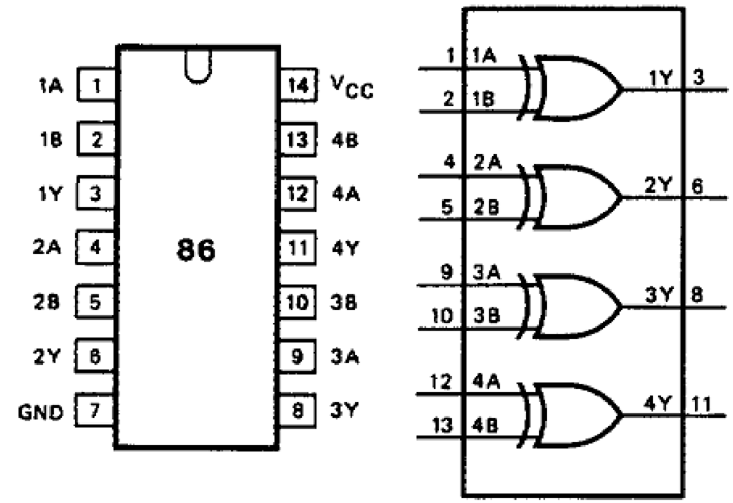
7427: 3 NOR de três entradas.



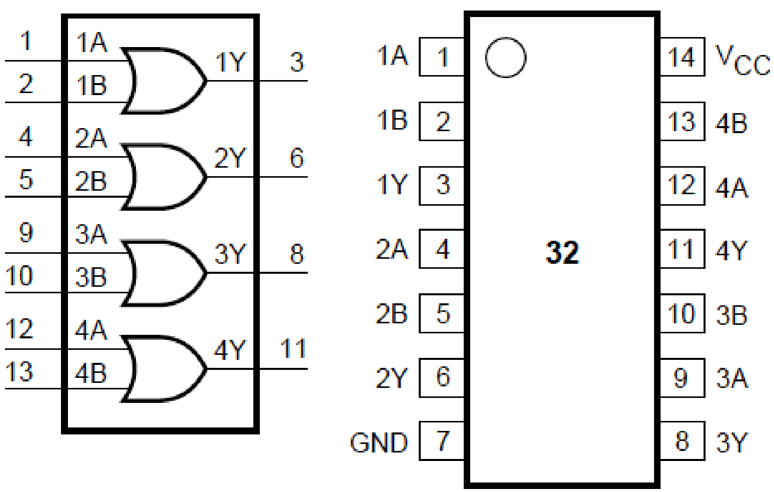
7430: 1 NAND de oito entradas.



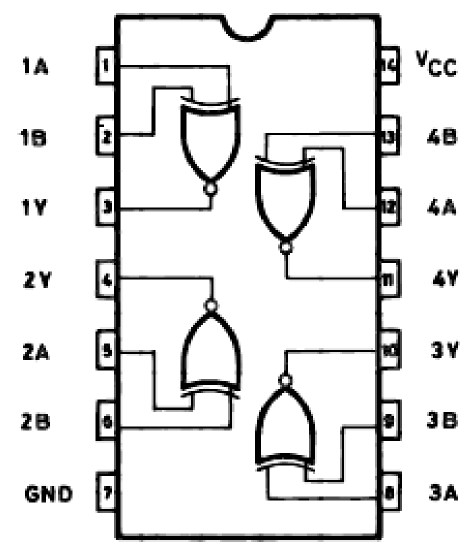
7486: 4 XOR de duas entradas.



7432: 4 OR de duas entradas.

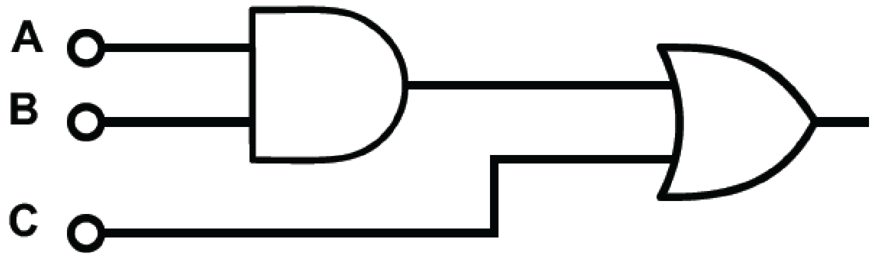


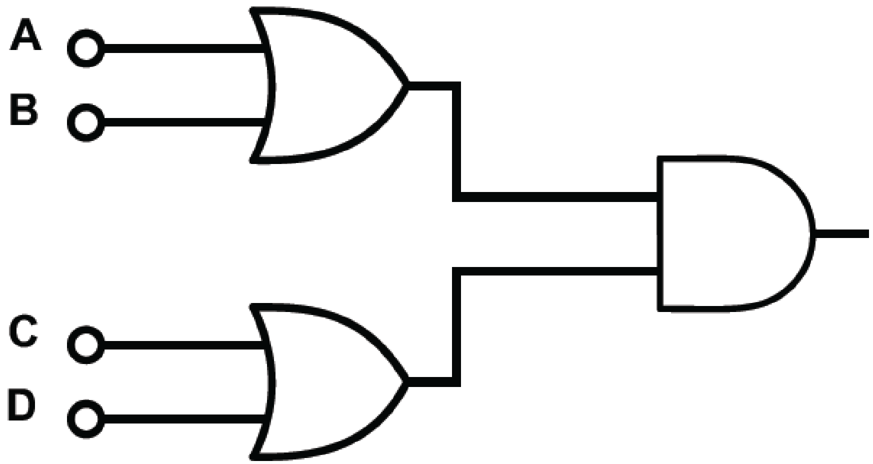
74266: 4 XNOR de duas entradas.

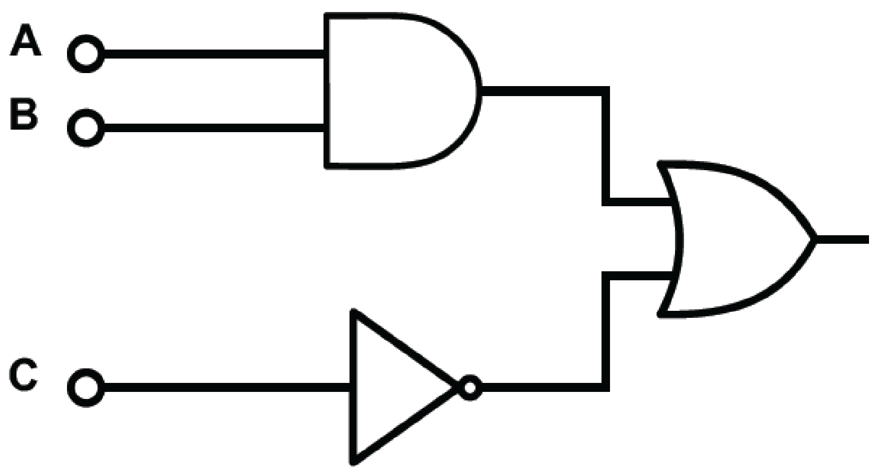


Exercícios

Obter a Expressão Algébrica dos Circuitos







Exercícios

Desenhe o Circuito Que Representa as Expressões

$$a)\ (A \cdot B \cdot C) + (A + B) \cdot C$$

$$b)\ (\overline{A + B}) + (\bar{C} \cdot B)$$

Exercícios

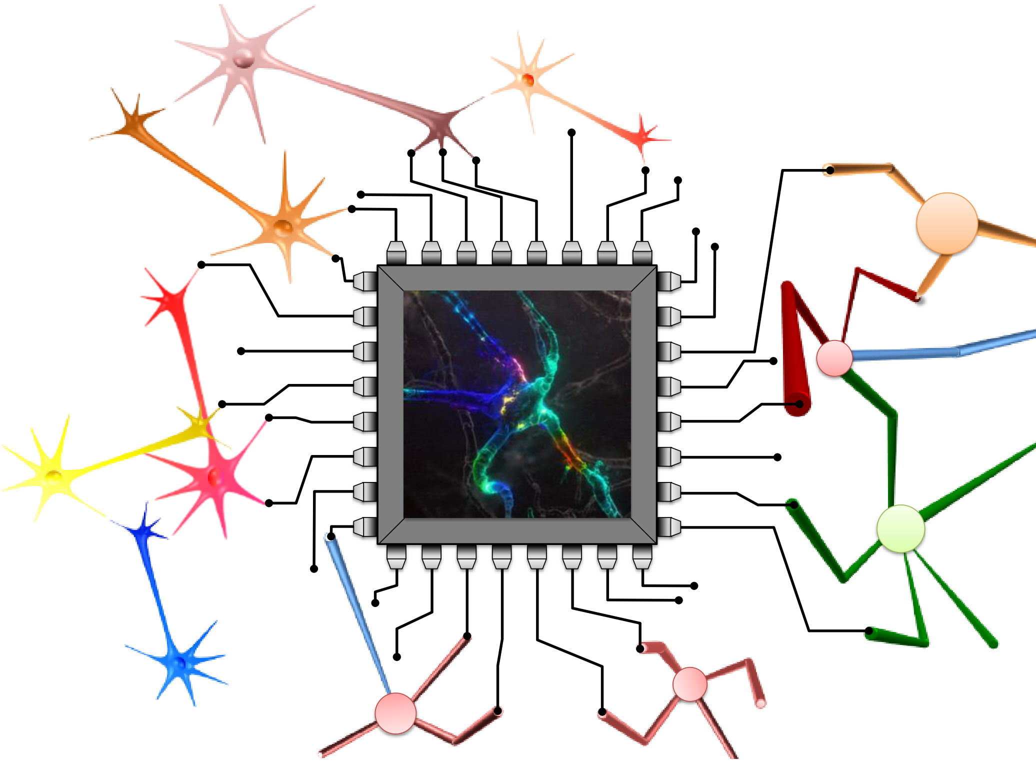
Monte a Tabela Verdade

$$a)\ S = (A + B) \cdot (\overline{B \cdot A})$$

$$b)\ S = \bar{A} \cdot (\bar{B} + C)$$

Fim

spatti@icmc.usp.br



GE4Bio – Grupo de Estudos em Sinais Biológicos