

Terceira Lista de Exercícios: O Método de Monte Carlo

Utilize o método de Monte Carlo para resolver os problemas a seguir.

Exercício 1. Os amigos David Gilmour, Robert Plant, Nick Manson e Jimmy Page desejam fazer um *amigo oculto* entre eles. Estime a probabilidade de que este amigo oculto não dê errado. Em seguida, crie uma função para estimar esta probabilidade em um grupo com n pessoas. **Obs:** um amigo oculto dá errado quando uma pessoa sorteia ela mesma.

Exercício 2. Um dado equilibrado é lançado 2 vezes e os números obtidos nos dois lançamentos são registrados. Estime a seguinte probabilidade: a soma dos dois resultados é 7 ou 11.

Exercício 3. Considere três urnas com as seguintes configurações: a urna I contém 6 bolas pretas, 3 brancas e 4 vermelhas; a urna II contém 3 bolas pretas, 5 brancas e 2 vermelhas; a urna III contém 4 bolas pretas, 2 brancas e 2 vermelhas. Lança-se um dado equilibrado. Se sair 5, uma bola da urna I é retirada; se sair 1, 4 ou 6, então uma bola da urna II é retirada; se sair 2 ou 3, então uma bola da urna III é retirada. Estime a probabilidade da bola retirada ser vermelha.

Exercício 4. No jogo de *Craps* dois dados são lançados:

- se a soma for 7 ou 11, então você ganha o jogo;
- se a soma for 2,3 ou 12, então você perde o jogo;
- caso contrário, os dois dados são rolados novamente até obter-se 7 (você perde) ou até obter-se a soma inicial (você ganha).

Estime a probabilidade de você vencer o jogo de Craps.

Exemplo: as seguintes sequências (cada entrada é a soma dos dois dados) resultam em vitória: (9), (11), (5, 4, 5), (4, 5, 6, 12, 4); as seguintes sequências resultam em derrota: (2), (4, 11, 7), (8, 5, 2, 3, 9, 7).

Exercício 5. Utilize o método de MC para estimar as seguintes integrais:

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad \text{e} \quad \int_0^{\pi} \cos^2(x) dx.$$