

Cálculo Numérico – MS211F – 1S/2024

Atividade 4

Entrega até 27/06

Nesta atividade vamos aprofundar o estudo da interpolação.

Sejam $X = \{x_0, x_1, \dots, x_n\} \subset \mathbb{R}$, com $x_i < x_{i+1}$, $Y = \{y_0, y_1, \dots, y_n\} \subset \mathbb{R}$ e $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_n\} \subset \mathbb{R}$. Considere o problema de determinar um polinômio p , que satisfaça as *condições de interpolação*

$$p(x_i) = y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$p'(x_i) = z_i, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

Seja $\beta = \{q_0, q_1, \dots, q_m\}$ uma base para \mathcal{P}_m , espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a m .

1. Qual deve ser o grau, m , do polinômio interpolador para que o problema tenha solução única?
2. Escrevendo p na base β , exiba o sistema linear obtido pela imposição das condições (1)–(2).
3. Diremos que β é uma *base canônica* para um problema de interpolação se a matriz do sistema linear obtido pela imposição das condições de interpolação for a matriz identidade. Determine quais condições devem ser impostas sobre os polinômios q_j , de modo que β seja a base canônica para o problema de interpolação.
Pode ser útil tratar, de forma separada, os polinômios q_j , para $j = 0, 1, \dots, n$ e os polinômios q_j , para $j = n + 1, \dots, m$.
4. Considere o caso em que $X = \{0, 1\}$. Determine a base canônica para \mathcal{P}_m , como descrita no item anterior. Exiba o gráfico de todos os polinômios da base canônica, no intervalo $[0, 1]$.
5. Determine a base canônica quando $X = \{a, b\}$, $a < b$, a partir da base determinada no item anterior.
6. Discuta como seria uma estratégia de interpolação por partes para resolver o problema (1)–(2).
7. (Bônus) Utilizando o Octave, determine o polinômio interpolador por partes para

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\sin(x) \equiv y$	0	1	0	-1	0
$\cos(x) \equiv z$	1	0	-1	0	1

Faça os gráficos da função seno e do polinômio interpolador por partes, determinado pela imposição das condições (1)–(2).

Instruções

1. Esta atividade deve ser feita em grupo com 3 estudantes. No início da resolução, deve estar explícito quais estudantes integram o grupo, com nome completo e RA.
2. A resolução deve ser digitada. A parte computacional deve estar incluída, com cópia de tela do que for executado no Octave. Preferencialmente, agregue todos os arquivos produzidos em um único arquivo PDF.
3. Seu relatório deve ser claro e conciso, **limitado a 8 páginas**, no total. Atenha-se ao que foi pedido e escolha bem o que vai apresentar.
4. O documento gerado com a resolução deve ser submetido através do Google Classroom, **por todos os membros do grupo**.
5. Esta atividade tem prazo de 10 dias para entrega. Desta forma, não serão consideradas entregas além do prazo determinado, assim como trabalhos carregados mas não enviados para correção.
6. A discussão com humanos, externos ao grupo, é permitida e incentivada. Ciência se faz com discussão.
7. A execução desta atividade e redação do relatório deve estar restrita aos integrantes do grupo.
8. Ao final da resolução, todos os integrantes do grupo devem escrever a seguinte afirmação e assiná-la.

Eu, seu nome, comprometo-me a ter uma atitude ética e compreendo que enviar um trabalho que não seja meu pode resultar em reprovação sumária nesta disciplina, sem prejuízo a demais sanções previstas no regimento geral da graduação da Unicamp.