

Algoritmos da Teoria dos Números

Algoritmo de Euclides

Cálculo do máximo divisor comum

No algoritmo de Euclides (ou divisões sucessivas), não se usa números primos para determinar o MDC, o que o torna um algoritmo mais rápido.

Por exemplo, para determinar o máximo divisor comum entre dois números, são seguidos os procedimentos:

- Dividimos o maior valor pelo menor
- Se a divisão for exata, então o MDC é o divisor
- Caso a divisão tenha resto, então dividimos o antigo divisor pelo resto e repetimos até que a divisão seja exata.



Exemplo MDC(42,30):

	1	2	2
42	30	12	6
12	6	0	

$42 / 30 = 1$ com resto 12

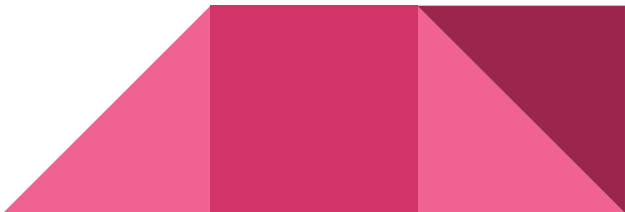
Passamos então o resto 12 como divisor e o divisor anterior passa a ser o dividendo

$30 / 12 = 2$ com resto 6

Novamente passamos o resto 6 para divisor e o 12 (divisor anterior) como dividendo

$12 / 6 = 2$ com resto 0

Portanto, MDC = 6



O procedimento para mais de dois números criaria uma certa recursividade, pois seguiríamos os seguintes passos:

Exemplos: $\text{MDC}(a, b, c, d)$

- Calculamos o MDC entre dois números (a,b)
- Com o resultado do MDC, calculamos com o próximo número (resultado_mdc, c)
- Repetimos isso até o último número (resultado_mdc, d)

Para tornar esse processo mais ágil, é válido ordenar os números de forma decrescente.



Cálculo do mínimo múltiplo comum

O cálculo do MMC também bem rápido. Basicamente multiplicamos um número pelo outro e dividimos pelo seu MDC.

Exemplo com dois números MMC(30,42):

- Primeiro, fazemos o cálculo do MDC, que nos retornará 6.
- Na sequência, multiplicamos 30×42 , que nos dará 1260
- Com o resultado dividimos pelo MDC, $1260 / 6 = 210$



O procedimento com mais de dois números também cria uma certa recursividade.

Exemplo: MMC(10, 12, 14)

- Primeiro calculamos o MDC de dois números, $\text{MDC}(10, 12) = 2$
- Na sequência, calculamos o MMC dos dois números, $\text{MMC}(10, 12) = (10 \cdot 12) / 2 = 60$
- O valor obtido assume a primeira posição, portanto agora teremos que calcular $\text{MDC}(60, 14) = 2$
- Por fim, calculamos o $\text{MMC}(60, 14) = (60 \cdot 14) / 2 = 210$



Demonstração de script em Python

