ISOMAP

Andrés Villaseñor
Rodrigo Sarmiento

Isometric Feature Mapping (Isomap)

- Es un método no lineal de reducción de dimensionalidad.
- Encuentra el mapeo que preserva de forma global la geometría no lineal de los datos, a través de la preservación de la distancia entre los puntos (geodésica) sobre la variedad.

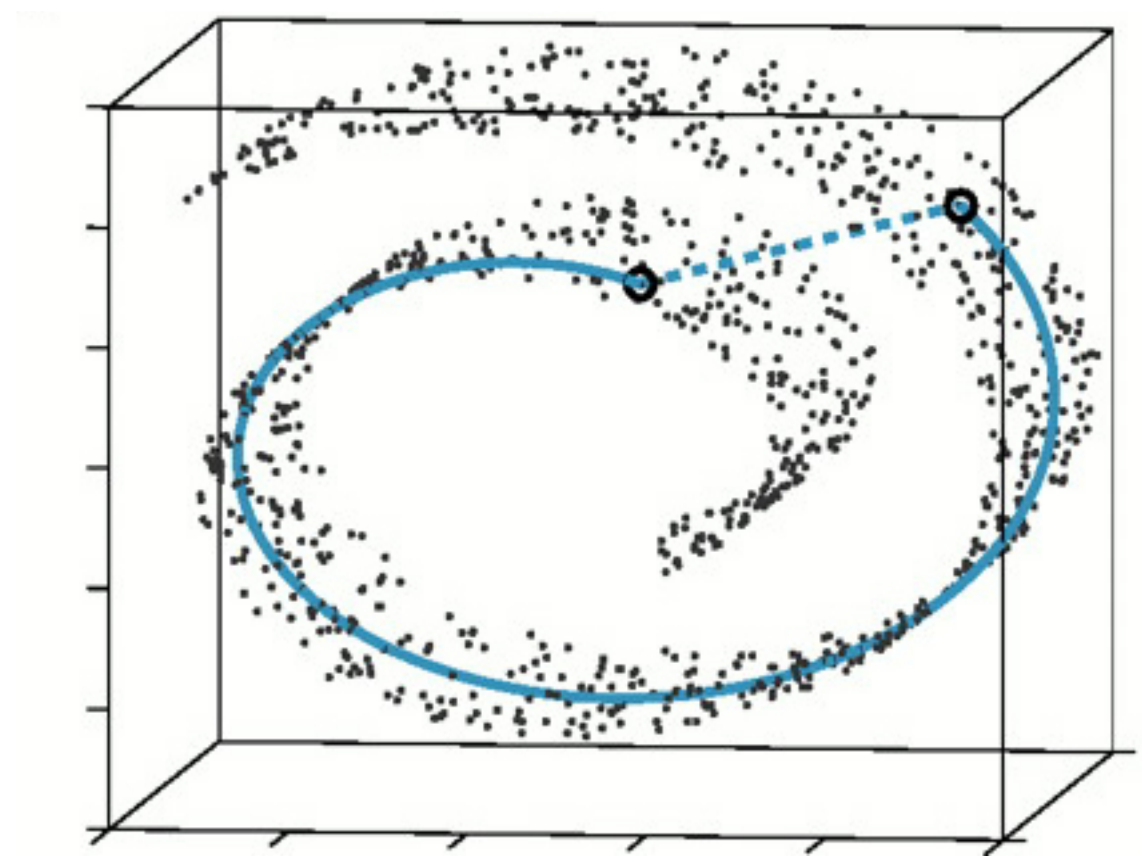
Isometric Feature Mapping (Isomap)
Pasos

1. Aproxima la geodésica sobre los puntos.

2. Aplica MDS para encontrar la proyección que preserva la distancia.

Isometric Feature Mapping (Isomap)

Aproximar geodésica



Se puede observar que la distancia euclidiana no preserva la estructura geométrica de los datos.

Isometric Feature Mapping (Isomap)

Aplicar MDS (Multidimensional Scalling)

OBJETIVO: Encontrar una "configuración" en un espacio euclidiano de menor dimensión k, tal que las distancias entre puntos del conjunto de datos d(x_i, x_j), coincidan de forma cercana con las similitudes.

Isometric Feature Mapping (Isomap)

Aplicar MDS (Multidimensional Scalling)

Sea $(\Delta^T = \Delta;\ \delta_{ij} \geq 0;\ \delta_{ii} = 0)$ una matriz de similitud de n×n entre n objetos. La idea se basa en proyectar los elementos $\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_n$ a un subespacio k-D, minimizando la falta de ajuste a través de la función $\Phi(\Delta, D) = \Sigma\ (\delta_{ij}^2 - d_{ij}^2)$ para obtener las coordenadas y poder reconstruir el subespacio.

Isometric Feature Mapping (Isomap)

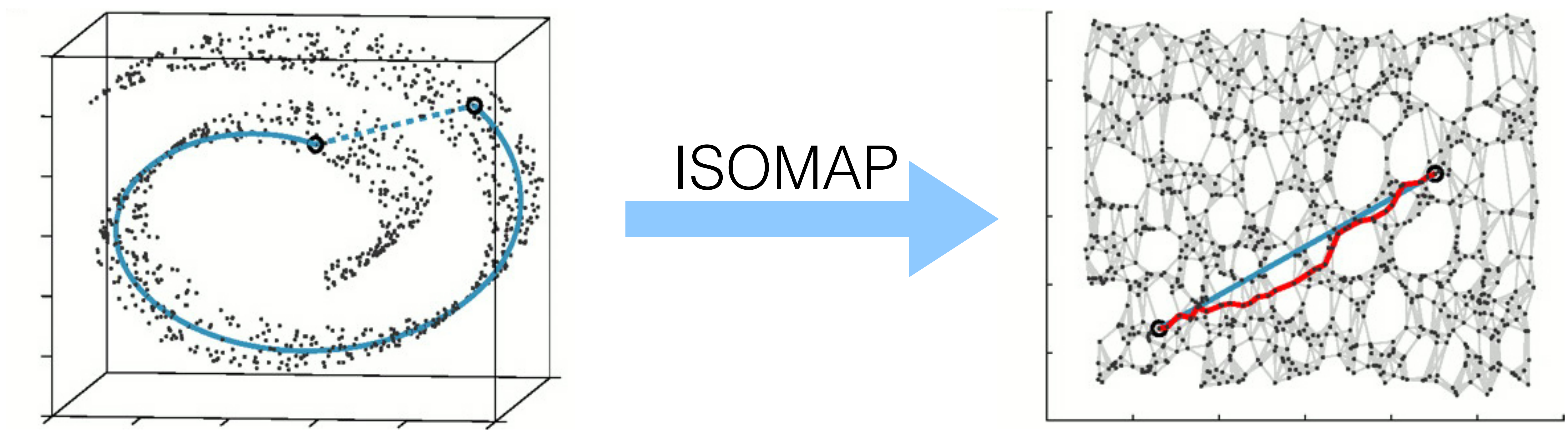
Aplicar MDS (Multidimensional Scalling)

PASOS:

1. Se construye la matrix A_{nxn}, tal que $a_{ij} = -(1/2)\delta_{ij}^2$
2. Obtenemos la matriz B = HAH (matriz de producto interno centrada). donde $H = I - n^{-1}\underline{1}\ \underline{1}^T$.
3. Obtenemos los valores y vectores propios de B.
4. Reconstruimos el subespacio.

Isometric Feature Mapping (Isomap)

Aplicar MDS (Multidimensional Scalling)



Isometric Feature Mapping (Isomap)

Resumen

Step	Name	Description
1 $O(DN^2)$	Construct neighborhood graph, **G**	Compute matrix $\mathbf{D}_G=\{d_X(i,j)\}$ $d_x(i,j)$ = Euclidean distance between neighbors
2 **$O(DN^2)$**	Compute shortest paths between ***all*** pairs	Compute matrix $\mathbf{D}_G=\{d_G(i,j)\}$ $d_G(i,j)$ = sequence of hops = approx geodesic dist.
3 $O(dN^2)$	Construct k-dimensional coordinate vectors	Apply MDS to $\mathbf{D}_G$ instead of $\mathbf{D}_X$

¡Gracias!