

# Trabalho de Matemática

**Nome:** *Pedro Jorge de Souza Colombrino*

**RA:** *0051352311015*      **Curso:** *Ciência de Dados*

**Tema:** Determinante

ALEXANDRE GARCIA DE OLIVEIRA

Faculdade de Tecnologia da Baixada Santista Rubens Lara

1. Deduza o determinante de uma matriz  $4 \times 4$ :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in S_4} (\text{sgn}(\sigma)) \prod_{i=1}^4 a_{i,\sigma(i)}$$

$$\begin{aligned} = & a_{1,1}a_{2,2}a_{3,3}a_{4,4} - a_{1,1}a_{2,2}a_{3,4}a_{4,3} - a_{1,1}a_{2,3}a_{3,2}a_{4,4} + a_{1,1}a_{2,3}a_{3,4}a_{4,2} + a_{1,1}a_{2,4}a_{3,2}a_{4,3} - a_{1,1}a_{2,4}a_{3,3}a_{4,2} - \\ & a_{1,2}a_{2,1}a_{3,3}a_{4,4} + a_{1,2}a_{2,1}a_{3,4}a_{4,3} + a_{1,2}a_{2,3}a_{3,1}a_{4,4} - a_{1,2}a_{2,3}a_{3,4}a_{4,1} - a_{1,2}a_{2,4}a_{3,1}a_{4,3} + a_{1,2}a_{2,4}a_{3,3}a_{4,1} + \\ & a_{1,3}a_{2,1}a_{3,2}a_{4,4} - a_{1,3}a_{2,1}a_{3,4}a_{4,2} - a_{1,3}a_{2,2}a_{3,1}a_{4,4} + a_{1,3}a_{2,2}a_{3,4}a_{4,1} + a_{1,3}a_{2,4}a_{3,1}a_{4,2} - a_{1,3}a_{2,4}a_{3,2}a_{4,1} - \\ & a_{1,4}a_{2,1}a_{3,2}a_{4,3} + a_{1,4}a_{2,1}a_{3,3}a_{4,2} + a_{1,4}a_{2,2}a_{3,1}a_{4,3} - a_{1,4}a_{2,2}a_{3,3}a_{4,1} - a_{1,4}a_{2,3}a_{3,1}a_{4,2} + a_{1,4}a_{2,3}a_{3,2}a_{4,1} \end{aligned}$$

2. Calcule o determinante, usando o que foi deduzido, de duas matrizes definidas pelo autor. Considere uma matriz A cujo  $\det(A) = 0$  e outra matriz B cujo  $\det(B) \neq 0$ .

Matriz de  $\det(A) = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} = & (8*8*8*0) - (8*8*8*0) - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) + (8*8*8*0) - (8*8*8*0) - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) + (8*8*8*0) \\ & - (8*8*8*0) - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) + (8*8*8*0) - (8*8*8*0) - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) + (8*8*8*0) - (8*8*8*0) \\ & - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) + (8*8*8*0) - (8*8*8*0) - (8*8*8*0) + (8*8*8*0) = 0 \end{aligned}$$

$\det(A) = 0$ , pois se uma matriz tem uma linha ou uma coluna inteira com elementos iguais a zero, então o determinante dessa matriz será igual a zero.

Matriz de  $\det(B) \neq 0$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} = & (4*4*4*4) - (4*4*4*0) + (4*0*0*4) + (4*0*0*0) + (4*0*0*0) - (4*0*4*0) - (0*0*4*4) + (0*0*0*0) \\ & + (0*0*0*4) - (0*0*0*0) - (0*0*0*0) + (0*0*4*0) + (0*0*0*4) - (0*0*0*0) - (0*4*0*4) + (0*4*0*0) + (0*0*0*0) \\ & - (0*0*0*0) - (0*0*0*0) + (0*0*4*0) + (0*4*0*0) - (0*4*4*0) - (0*0*0*0) + (0*0*0*0) = 256 \end{aligned}$$

O determinante de uma matriz diagonal é igual ao produto dos elementos na diagonal principal. Neste caso, todos os elementos na diagonal principal são iguais a 4, então o determinante é:

$$\det(B) = 4*4*4*4 = 256$$

## Código em python:

```
1 def perm_paridade(lista):
2     paridade = 1
3     lista = lista[:]
4     for i in range(0, len(lista) - 1):
5         if lista[i] != i:
6             paridade *= -1
7             mn = lista[i+1:].index(min(lista[i+1:])) + i + 1
8             lista[i], lista[mn] = lista[mn], lista[i]
9     return paridade
10
11
12 def determinante_leibnitz(self):
13     assert len(self) == len(self[0])
14     dim = len(self)
15     det_mul = 0, 1
16     for perm in permutacao([num for num in range(dim)]):
17         for i in range(dim):
18             mul *= self[i][perm[i]]
19         det += perm_paridade(perm) * mul
20     mul = 1
21     return det
22
23 def perm_paridade(lista):
24     paridade = 1
25     lista = lista[:]
26     for i in range(0, len(lista) - 1):
27         if lista[i] != i:
28             paridade *= -1
29             mn = lista[i+1:].index(min(lista[i+1:])) + i + 1
30             lista[i], lista[mn] = lista[mn], lista[i]
31     return paridade
32
```

```
33 def permutacao(lista):
34     if len(lista) <= 1:
35         return [lista]
36     templista = []
37     for i in range(len(lista)):
38         part = lista[:i] + lista[i+1:]
39         for j in permutacao(part):
40             templista.append(lista[:i+1] + j)
41     return templista
42
43 def matrizes():
44     while True:
45         print("Escolha entre as matrizes!")
46         print("1 - Matriz 2x2")
47         print("2 - Matriz 3x3")
48         print("3 - Matriz 4x4")
49         print("4 - Matriz 5x5")
50         print("5 - Mais opções...")
51         print("6 - Voltar")
52         opt = int(input("Selecione entre as opções 1,2,3,4,5,6: "))
53         if opt == 1:
54             num1 = int(input("Digite o primeiro número da primeira linha: "))
55             num2 = int(input("Digite o segundo número da primeira linha: "))
56             num3 = int(input("Digite o primeiro número da segunda linha: "))
57             num4 = int(input("Digite o segundo número da segunda linha: "))
58             matriz = [[num1, num2], [num3, num4]]
59             det = determinante_leibnitz(matriz)
60             print("O resultado desta determinante é:", det)
61             break
62         if opt == 2:
63             num1 = int(input("Digite o primeiro número da primeira linha: "))
64             num2 = int(input("Digite o segundo número da primeira linha: "))
```

```

45     num3 = int(input("Digite o terceiro número da primeira linha: "))
46     num4 = int(input("Digite o primeiro número da segunda linha: "))
47     num5 = int(input("Digite o segundo número da segunda linha: "))
48     num6 = int(input("Digite o terceiro número da segunda linha: "))
49     num7 = int(input("Digite o primeiro número da terceira linha: "))
50     num8 = int(input("Digite o segundo número da terceira linha: "))
51     num9 = int(input("Digite o terceiro número da terceira linha: "))
52     matriz = [[num1, num2, num3], [num4, num5, num6], [num7, num8, num9]]
53     det = determinante_leibnitz(matriz)
54     print("O resultado desta determinante é:", det)
55     break
56
57 if opt == 3:
58     num1 = int(input("Digite o primeiro número da primeira linha: "))
59     num2 = int(input("Digite o segundo número da primeira linha: "))
60     num3 = int(input("Digite o terceiro número da primeira linha: "))
61     num4 = int(input("Digite o quarto número da primeira linha: "))
62     num5 = int(input("Digite o primeiro número da segunda linha: "))
63     num6 = int(input("Digite o segundo número da segunda linha: "))
64     num7 = int(input("Digite o terceiro número da segunda linha: "))
65     num8 = int(input("Digite o quarto número da segunda linha: "))
66     num9 = int(input("Digite o primeiro número da terceira linha: "))
67     num10 = int(input("Digite o segundo número da terceira linha: "))
68     num11 = int(input("Digite o terceiro número da terceira linha: "))
69     num12 = int(input("Digite o quarto número da terceira linha: "))
70     num13 = int(input("Digite o primeiro número da quarta linha: "))
71     num14 = int(input("Digite o segundo número da quarta linha: "))
72     num15 = int(input("Digite o terceiro número da quarta linha: "))
73     num16 = int(input("Digite o quarto número da quarta linha: "))
74     matriz = [[num1, num2, num3, num4], [num5, num6, num7, num8], [num9, num10, num11, num12], [num13, num14, num15, num16]]
75     det = determinante_leibnitz(matriz)
76     print("O resultado desta determinante é:", det)
77     break

```

```

78
79 if opt == 4:
80     num1 = int(input("Digite o primeiro número da primeira linha: "))
81     num2 = int(input("Digite o segundo número da primeira linha: "))
82     num3 = int(input("Digite o terceiro número da primeira linha: "))
83     num4 = int(input("Digite o quarto número da primeira linha: "))
84     num5 = int(input("Digite o quinto número da primeira linha: "))
85     num6 = int(input("Digite o primeiro número da segunda linha: "))
86     num7 = int(input("Digite o segundo número da segunda linha: "))
87     num8 = int(input("Digite o terceiro número da segunda linha: "))
88     num9 = int(input("Digite o quarto número da segunda linha: "))
89     num10 = int(input("Digite o quinto número da segunda linha: "))
90     num11 = int(input("Digite o primeiro número da terceira linha: "))
91     num12 = int(input("Digite o segundo número da terceira linha: "))
92     num13 = int(input("Digite o terceiro número da terceira linha: "))
93     num14 = int(input("Digite o quarto número da terceira linha: "))
94     num15 = int(input("Digite o quinto número da terceira linha: "))
95     num16 = int(input("Digite o primeiro número da quarta linha: "))
96     num17 = int(input("Digite o segundo número da quarta linha: "))
97     num18 = int(input("Digite o terceiro número da quarta linha: "))
98     num19 = int(input("Digite o quarto número da quarta linha: "))
99     num20 = int(input("Digite o quinto número da quarta linha: "))
100    num21 = int(input("Digite o primeiro número da quinta linha: "))
101    num22 = int(input("Digite o segundo número da quinta linha: "))
102    num23 = int(input("Digite o terceiro número da quinta linha: "))
103    num24 = int(input("Digite o quarto número da quinta linha: "))
104    num25 = int(input("Digite o quinto número da quinta linha: "))
105    matriz = [[num1, num2, num3, num4, num5], [num6, num7, num8, num9, num10], [num11, num12, num13, num14, num15], [num16, num17, num18, num19, num20], [num21, num22, num23, num24, num25]]
106    det = determinante_leibnitz(matriz)
107    print("O resultado desta determinante é:", det)
108    break
109
110 if opt == 5:
111     print("Eu só fiz esses menus pra passar tempo (e sei que existem formas mais fáceis de executar isso), se quiser desativar")

```

```

112
113     break
114
115 if opt == 6:
116     break
117
118 else:
119     print("Erro, você fez bagada... Escolha um número nas opções aí!")
120     break
121
122 #comentar isto caso não queria utilizar os menu's
123 while True:
124     print("Resolvedor de matrizes 10000, o mais potente do mercado 😊")
125     print("Escolha entre as opções")
126     print("1 - Matrizes")
127     print("2 - Sair")
128     op = int(input("Escolha entre as opções 1 e 2: "))
129     if op == 1:
130         matrizes()
131     elif op == 2:
132         break
133     else:
134         print("Escolha entre as opções válidas!")
135
136
137 #Jeito normal de se fazer, descomente e comente os menus para retirar a função
138 #matriz = [[1, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 1]]
139 #det = determinante_leibnitz(matriz)
140 #print("O resultado desta determinante é:", det)

```

```
115         break
116
117     #comentar isto caso não queira utilizar os menu's
118     while True:
119         print("Resolvidor de matrizes 10000, o mais potente do mercado 🤖")
120         print("Escolha entre as opções")
121         print("1 - Matrizes")
122         print("2 - Sair")
123         op = int(input("Escolha entre as opções 1 e 2: "))
124         if op == 1:
125             matrizes()
126         elif op == 2:
127             break
128         else:
129             pass
130
131     #matriz = [[1,2,3,4,5],[6,7,8,9,10],[11,12,13,14,15],[16,17,18,19,20],[21,22,23,24,25]]
132     determinante = 0
133     for perm in permutacoes(num for...
134
135 Run:
136 Digite o terceiro número da terceira linha: 0
137 Digite o quarto número da terceira linha: 0
138 Digite o primeiro número da quarta linha: 0
139 Digite o segundo número da quarta linha: 0
140 Digite o terceiro número da quarta linha: 0
141 Digite o quarto número da quarta linha: 0
142 0 resultado desta determinante é: 0
143 Resolvidor de matrizes 10000, o mais potente do mercado 🤖
144 Escolha entre as opções
145 1 - Matrizes
146 2 - Sair
147 Escolha entre as opções 1 e 2:
```

```
115         break
116
117     #comentar isto caso não queira utilizar os menu's
118     while True:
119         print("Resolvidor de matrizes 10000, o mais potente do mercado 🤖")
120         print("Escolha entre as opções")
121         print("1 - Matrizes")
122         print("2 - Sair")
123         op = int(input("Escolha entre as opções 1 e 2: "))
124         if op == 1:
125             matrizes()
126         elif op == 2:
127             break
128         else:
129             pass
130
131     #matriz = [[1,2,3,4,5],[6,7,8,9,10],[11,12,13,14,15],[16,17,18,19,20],[21,22,23,24,25]]
132     determinante = 0
133     for perm in permutacoes(num for...
134
135 Run:
136 Digite o terceiro número da terceira linha: 0
137 Digite o quarto número da terceira linha: 0
138 Digite o primeiro número da quarta linha: 0
139 Digite o segundo número da quarta linha: 0
140 Digite o terceiro número da quarta linha: 0
141 Digite o quarto número da quarta linha: 0
142 0 resultado desta determinante é: 1
143 Resolvidor de matrizes 10000, o mais potente do mercado 🤖
144 Escolha entre as opções
145 1 - Matrizes
146 2 - Sair
147 Escolha entre as opções 1 e 2:
```