

Boletín de ejercicios

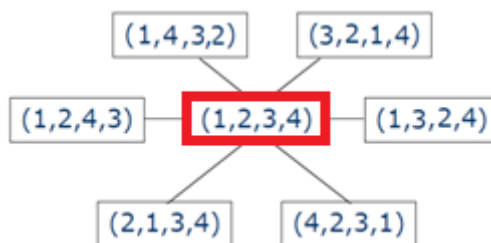
Bloque 1: Búsqueda tabú y búsqueda basada en poblaciones

El objetivo de esta práctica es plantear un conjunto de problemas y ejercicios relativos a los temas de búsqueda tabú y búsqueda basada en poblaciones, que nos permitan profundizar en los conceptos más relevantes que hemos planteado tanto en las sesiones expositivas como en las sesiones interactivas anteriores. La dinámica que seguiremos en esta práctica será diferente a las previas, puesto que no se realizará implementación alguna. Presentaremos los ejercicios propuestos y los discutiremos preliminarmente, para pasar a comenzar a resolver una selección en la propia sesión y como trabajo personal.

Búsqueda tabú

(en este bloque se deberán realizar los ejercicios señalados con * y escoger otro adicional)

- 1.1. * Justifica cuál es el tamaño del vecindario $N(S_0)$ de una solución dada S_0 (número de soluciones vecinas alcanzables), para un problema de representación de orden (permutaciones de valores distintos, como en el problema del viajante) de tamaño n , si el operador de generación de vecindario es el operador de inserción. ¿Cuál sería el tamaño de dicho vecindario si el operador fuese el de inversión simple? ¿Qué porcentaje representa en ambos casos el tamaño del vecindario sobre el tamaño total del espacio de búsqueda completo para un n cualquiera?
- 1.2. Considerando el vecindario E de la figura, correspondiente a la solución indicada en el centro, se pide indicar cuál es el vecindario E^* para una búsqueda tabú cuando el contenido de la **lista tabú de movimientos** es $LT=\{(0,3), (0,1)\}$ en los escenarios que se indican.



- Cada par en LT representa índices (comenzando en 0) de **intercambio** de los valores
- Cada par en LT representa los índices de origen y destino de una **inserción**.

NOTA: en este caso, solo formarán parte de E^* aquellas soluciones de E que sean alcanzables por inserción (no todas lo son)

- Cada par en LT representa **pares de atributos** $LT=\{(1, 2), (1,4)\}$

1.3. Considerando el operador de generación vecindario por inserción, para el problema del viajante de comercio con $N=10$ ciudades desarrollado e implementado en prácticas (representación de orden de tamaño 9, con recorrido circular y ciudad de inicio-fin con valor 0). En un momento dado, la solución actual es: $S_k: \{1, 2, \underline{3}, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Se pide indicar cuáles de los movimientos posibles de inserción para la ciudad de valor 3 (índice 2 del array) están permitidos o prohibidos por la lista tabú en los siguientes escenarios:

- Lista tabú LT formada por ternas de **atributos**, con $LT=\{\{2, 3, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{9, 3, 0\}, \{4, 3, 5\}, \{5, 6, 7\}\}$
- Lista tabú LT formada por pares de **movimientos de inserción (índices) prohibidos**, donde el primer elemento del par indica la posición (índice) de la ciudad que se inserta y el segundo la posición de inserción, con $LT=\{\{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2,1\}, \{3, 7\}\}$

Enfriamiento simulado

(en este bloque se deberán escoger dos ejercicios)

1.4. Al aplicar la metaheurística “temple simulado” a un problema de **minimización**, se ha fijado una solución inicial S_0 tal que $C(S_0) = 400$ y se ha inicializado la temperatura con un valor T_0 tal que permite aceptar con una probabilidad del 97% una solución candidata de coste $C=1200$. Justifica si, en la primera iteración, se aceptan o no las siguientes soluciones en los casos indicados:

- una solución candidata de coste $C=410$, para $U(0, 1]=0,99$
- una solución candidata de coste $C=395$, para $U(0, 1]=0,98$
- una solución candidata de coste $C=1200$, para $U(0, 1]=0,90$
- una solución candidata de coste $C=10000$, para $U(0, 1]=0,7$

1.5. Razonar cuál sería el funcionamiento del temple simulado sin enfriamiento para dos valores de temperatura: $T=0$, $T=+\text{Inf}$.

1.6. Calcular la T_0 para un problema SA para el cual se permite aceptar, con un 99% de probabilidad, soluciones de coste 6 veces peor. A continuación, considerar el caso en que $C(S_0) = 100$ e indicar cuál es la probabilidad p de que las siguientes soluciones sean aceptadas:

- $C(S_n)=100$
- $C(S_n)=600$
- $C(S_n)=5000$
- $C(S_n)=50000$

¿Se aceptaría, en el escenario del caso anterior, una solución de coste $C(S_n)=350.000$? De ser así, ¿con qué probabilidad?

- 1.7. Justifica razonadamente las diferencias que existirían en el funcionamiento de un algoritmo de Temple Simulado si el único elemento de diseño que se modifica es el mecanismo de enfriamiento, considerando los siguientes mecanismos: lineal, exponencial y de Cauchy.

Algoritmos genéticos

(en este bloque se deberán realizar los ejercicios señalados con * y escoger otro adicional)

- 1.8.*Justifica cuál es el resultado del cruce de los individuos siguientes cuando se aplica el operador correspondiente:

- a. Operador de cruce PMX (*partially mapped crossover*).

P1	7	2	3	9	5	1	6	8	4
P2	6	9	7	8	5	4	3	1	2

- b. Operador de cruce ordenado (*order crossover*).

P1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P2	1	9	2	8	3	7	4	6	5

- c. Operador de cruce cíclico (*cycle crossover*).

P1	8	4	6	1	7	3	5	9	2
P2	9	3	8	6	5	2	7	1	4

- 1.9. En la siguiente referencia:

P. Larrañaga et al., Genetic Algorithms for the Travelling Salesman Problem: A Review of Representations and Operators, January 1999, Artificial Intelligence Review 13(2):129-170

los autores realizan un análisis detallado de la aplicación de algoritmos genéticos para la resolución del TSP. A partir del resumen indicado en la Tabla 1 de dicha referencia, se pide escoger dos pares representación-operador y describirlos utilizando ejemplos similares a los utilizados en la referencia. Puede resultaros útil consultar también la referencia original donde se haya propuesto la definición del operador elegido.

- 1.10. Proponer el diseño de un algoritmo genético para los siguientes problemas:
- 8 reinas
 - Mochila

Para cada uno de ellos, describir y, en caso necesario discutir muy brevemente, los siguientes aspectos:

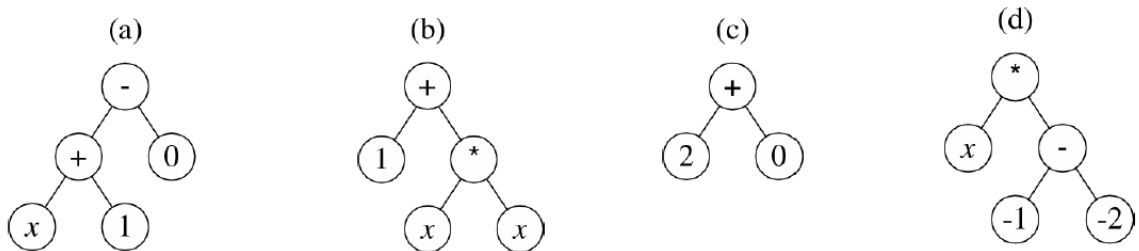
- Representación de la solución y tamaño del espacio de búsqueda
- Función de fitness
- Operadores de selección, cruce y mutación
- Mecanismo de reemplazo poblacional

Programación genética

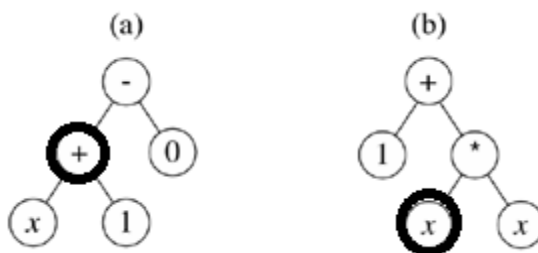
(este bloque deberá realizarse en su totalidad)

1.11. En la diapositiva 6 del tema “programación genética” se muestra un ejemplo de gramática para expresiones aritméticas y una instancia válida de dicha gramática representada en forma de árbol. Revisar dicha diapositiva para recordar la representación de expresiones mediante árboles.

Utilizando una gramática similar, modificada de la del ejemplo, con una única variable $x_1=x_2=x$, las constantes limitadas a un intervalo $N = [-5, 5]$ y los cuatro operadores aritméticos (+, -, x, /), se han generado los siguientes cuatro individuos

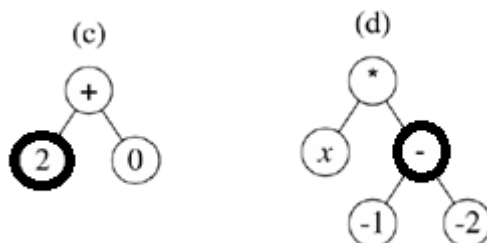


- Se pide, en primer lugar, confirmar que son individuos válidos e indicar, para cada uno de ellos, cuál es la expresión aritmética a que corresponden.
- Se pretende utilizar este diseño de programación genética para aproximar la función polinómica $f_{obj} = x^2 + x + 1$ en el intervalo $[-1, 1]$ discretizado $\{-1, -0.9, -0.8, \dots, 0, 0.1, 0.2, \dots, 1\}$. Se pide calcular el fitness de cada individuo, sabiendo que se define a partir del error absoluto entre cada individuo y la función f_{obj} .
- Indicar cuáles son los dos descendientes que se obtendrían al cruzar los individuos a) y b) tomando como punto de corte los siguientes:



Calcular los fitness respectivos de los descendientes resultantes.

- d) Indicar una posible mutación de los individuos c y d, si el punto de mutación es el que se indica a continuación



Y sabiendo que en las expresiones se permiten los cuatro operadores aritméticos (+, -, *, /), además de la variable x y las constantes N. Calcular los fitness respectivos de los individuos mutados.

Algoritmos de optimización de colonias de hormigas

(en este bloque se deberán escoger dos ejercicios)

- 1.12. Discute la diferencia entre las reglas de actualización de feromona local y global en el algoritmo de sistema de colonias de hormigas (ACS). Razona sobre el efecto esperado que cada una de las reglas de actualización conseguiría si la ratio de evaporación de feromona fuera alta.
- 1.13. El algoritmo de sistema de colonias de hormigas (ACS) supone la introducción de algunas mejoras respecto a los algoritmos de sistema de hormigas elitista (EAS) y el sistema de hormigas (AS). Explica cómo difieren sus reglas de decisión probabilística que gobiernan el proceso de construcción de soluciones de las hormigas en cada caso. Dada una implementación estándar del ACS, ¿podría establecerse una combinación de parámetros del algoritmo tal que diera lugar a una regla de decisión equivalente a la de AS? En caso de haberla, indícala.
- 1.14. La metaheurística ACO ha sido implementada en varios algoritmos introduciendo algunas mejoras en sus diseños (AS, EAS, ACS, ...). Indica la diferencia entre la regla de actualización de feromona entre ACS y AS, y explica la motivación para considerar una regla de actualización de feromona como la incluida en ACS (siempre referida a la actualización llamada global en ambos casos).

Algoritmos de enjambres de partículas

(en este bloque se deberán escoger dos ejercicios)

- 1.15. Consideremos un ejemplo de un sistema PSO formado por tres partículas de $V_{max} = 10$ que se mueven en el plano (espacio de dos dimensiones real, R^2). Tomando la expresión de ajuste de la velocidad descrita en la diapositiva 41, se pide calcular la posición siguiente de las partículas tras una iteración, en el siguiente escenario:

- Por facilidad, tomaremos 0.25 como valor para los números aleatorios y $\phi_1 = \phi_2 = 2$
- Posición de las partículas:
 - $x_1 = (5,5)$; $x_2 = (8,3)$; $x_3 = (6,7)$;
- Mejores posiciones de cada partícula individual
 - $pBest_1 = (5,5)$; $pBest_2 = (7,3)$; $pBest_3 = (5,6)$;
- Mejor posición social: $lBest = (5,5)$;
- Velocidades:
 - $v_1 = (2,2)$; $v_2 = (3,3)$; $v_3 = (4,4)$.

En algunos modelos se incluye un factor de inercia ω que modula el término de la velocidad actual, de modo que la expresión de ajuste es: $v_{id} = \omega \cdot v_{id} + \dots$. Indicar cuáles serían las posiciones si la inercia fuese 0.1. ¿Qué ventajas e inconvenientes puede tener un valor alto de inercia?

- 1.16. Explica las similitudes y diferencias entre los Algoritmos de enjambres de partículas y...
- a. Los algoritmos genéticos
 - b. Los algoritmos de Optimización Basada en Colonias de Hormigas
- 1.17. Un modelo de vehículo se configura a partir de N componentes distintos $\{c_1, \dots, c_N\}$. Cada uno de esos componentes c_i , $i=1, \dots, N$ puede tomar entre 1 y m_i valores, $(v_{ij}$, con $i=1, \dots, N$; $j=1, \dots, m_i$). Por encuestas, se sabe que la afinidad de los consumidores para cada posible valor v_{ij} es a_{ij} y que su precio es de p_{ij} . Se desea encontrar una combinación de componentes que alcance la máxima afinidad global con los gustos de los consumidores sin superar un precio máximo P . Justificar si crees que se puede resolver este problema mediante Algoritmos PSO y, en caso afirmativo, indíquese un ejemplo de representación y de ajuste de la velocidad.

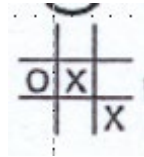
Bloque 2: Búsqueda con adversario

El objetivo de esta práctica es plantear un conjunto de problemas y ejercicios relativos al tema de búsqueda con adversario, que nos permitan profundizar en los conceptos más relevantes que presentado en las sesiones expositivas.

Ejemplos de las sesiones expositivas

(este bloque deberá realizarse en su totalidad)

- 2.1. Justificar los valores que se muestran en la diapositiva 16, para la función de utilidad tras la secuencia de jugadas siguiente:

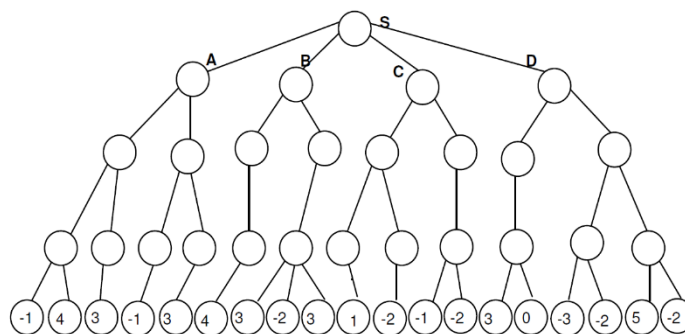


- 2.2. Explicar justificadamente cuántos nodos se podan (no se exploran) en el ejemplo de la diapositiva 19, teniendo en cuenta que se realiza un recorrido en profundidad. Indicar cuál es la jugada que realizaría MAX.

Ejercicios

(en este bloque se deberán escoger dos ejercicios)

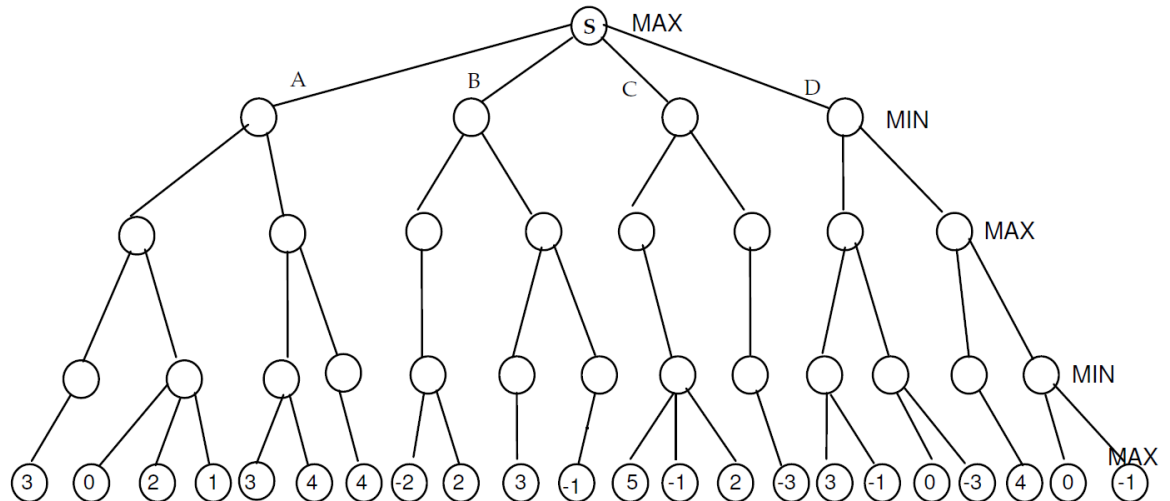
- 2.3. Dado el siguiente árbol de búsqueda, donde se representa la evaluación que se tendría con una determinada función de estimación en los nodos terminales, y teniendo en cuenta un procedimiento de poda alfa-beta en profundidad:



Se pide:

- marcar con "X" y "+" los nodos donde se realizaría una poda alfa y beta respectivamente
- indicar el valor asociado al nodo S y la jugada que realizaría MAX

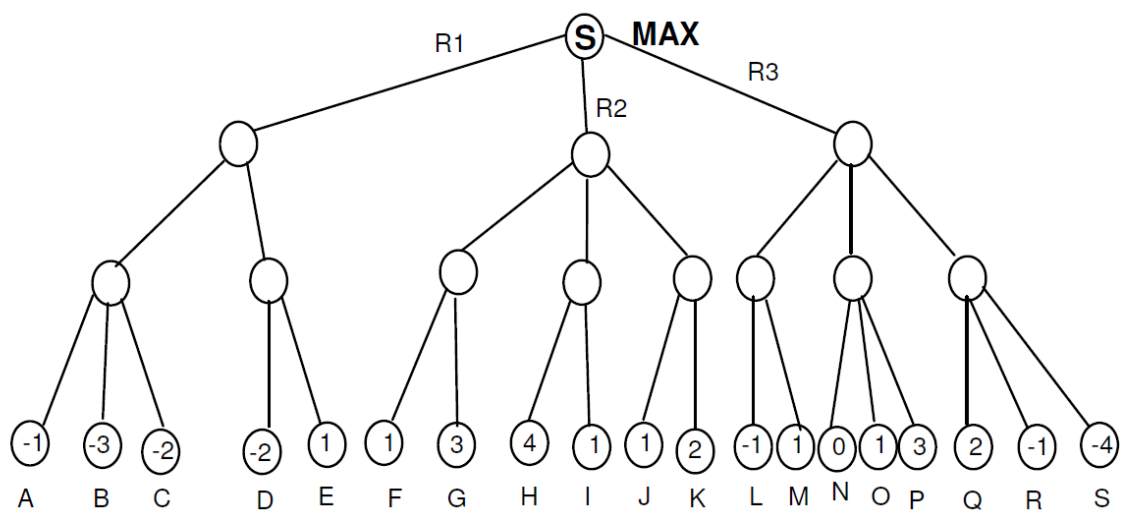
2.4. En el siguiente árbol de búsqueda, que representa el espacio de estados de un juego, se representa en cada nodo terminal la evaluación que se tendría con una determinada función de estimación $f(n)$. Además, se efectúa un procedimiento de poda alfa-beta en profundidad:



Se pide:

- marcar con "+" los nodos donde se realizaría una poda alfa
- marcar con "X" los nodos donde se realizaría una poda beta.
- indicar las ramas que explora realmente el procedimiento alfa-beta
- razonar si, en algún caso, podría diferir la rama escogida por MAX en caso de usar alfa-beta frente a usar miniMAX

2.5. En el siguiente árbol de búsqueda, que representa el espacio de estados de un juego, se efectúa un procedimiento de poda alfa-beta en profundidad:



Se pide:

a) Indicar, de manera clara, los valores que se asocian sucesivamente a cada uno de los nodos (es decir, todos los valores que toma y que, en su caso, se van modificando). Marcad con una “X” los cortes alfa y con una “+” los cortes beta, mostrando la poda completa, tanto los cortes efectivos como los no efectivos (en el primer caso, señalad de manera adecuada que ramas son las que se podan). Indicar cuál es la mejor jugada de MAX.

b) Asumiendo que el orden de expansión de los nodos es siempre de izquierda a derecha, ¿qué valores deberán tener los nodos terminales para que el resultado sea un alfa-beta óptimo (con el máximo número de cortes)? Indicad qué nodos terminales deberían cambiar el valor actual y cuál sería el valor nuevo, justificando adecuadamente y de forma concisa la respuesta.

2.6. El árbol siguiente muestra la resolución parcial de la aplicación de un algoritmo alfa-beta en profundidad, comenzando por la rama más a la izquierda y donde se han ocultado intencionadamente los valores de la función de evaluación en algunos nodos terminales. Además, debemos tener en cuenta que:

- Se han representado mediante cuadrados los nodos MAX y por círculos los nodos min.
- El árbol consta de 36 nodos terminales (T1, T2, T3, ..., T36), para algunos de los cuales se muestra el resultado de aplicar la función de
- Los valores se muestran en el resto de nodos (no terminales) son los valores definitivos
- En el árbol se muestran TODOS los cortes efectivos de la poda (es decir, los que evitan la generación del segundo nodo hijo del nodo donde se realiza el corte; no se muestra ningún corte que no sea efectivo.

Considerando las especificaciones anteriores, se pide justificar de forma breve y razonada:

a) ¿Es posible conocer el valor del nodo inicial MAX? De no ser posible ¿sería posible conocer un rango de valores que lo acoten? Indicar cuál sería el valor/rango.

b) ¿Es posible saber cuál es la rama seleccionada por MAX? En caso afirmativo, señala cuál.

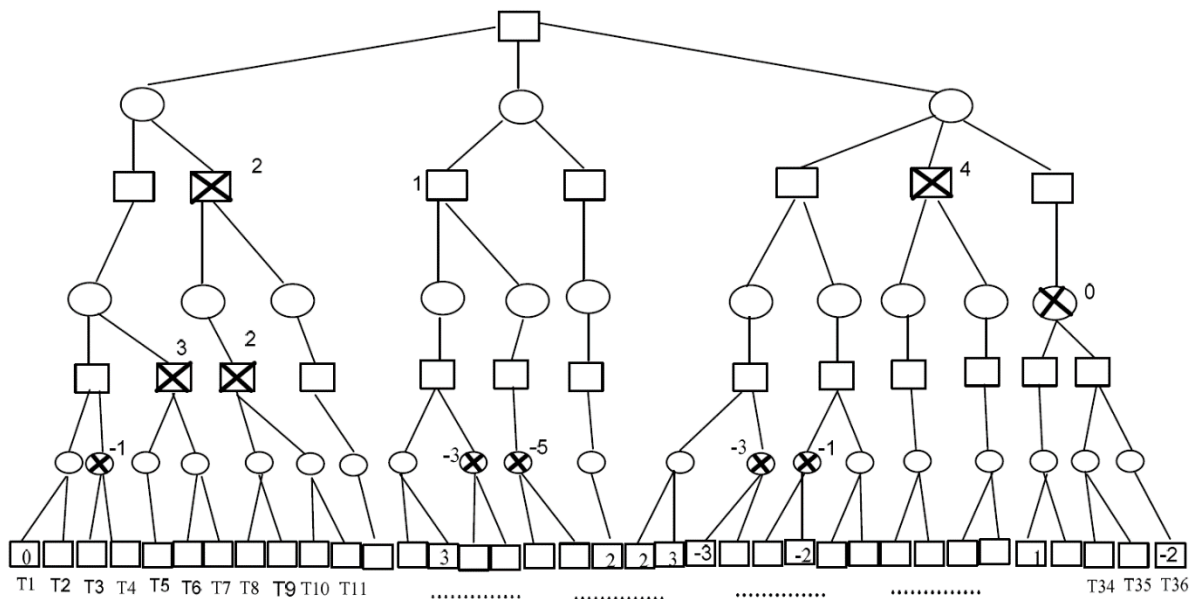
c) ¿Es posible conocer que nodo/s son los que dan el valor final del nodo inicial?

En caso afirmativo, indicad cuál/es son.

d) ¿Es posible conocer que valores o rangos tienen los nodos terminales T8 y T9? En caso afirmativo, indicad cuál sería el valor/rango.

e) ¿Es posible conocer que valores o rangos tiene el nodo terminal T16? En caso afirmativo, indicad cuál sería el valor/rango.

f) Razonar si puede decirse que la aplicación del algoritmo de poda es un alfa-beta óptimo y, en caso de no serlo, cómo podría conseguirse que lo fuese



[Sugerencia: dadles nombres a algunos de los nodos, para hacer más fácil el seguimiento del algoritmo].

Objetivos de la práctica

- Profundizar en los fundamentos básicos más relevantes del tema, con un enfoque aplicado a problemas
- Comprender mejor las nociones discutidas en las sesiones expositivas, así como generalizar y aplicar los conceptos aprendidos en el desarrollo del tema.

Planificación

- Las 3 últimas sesiones de interactivas de la asignatura

Entregables

- La práctica se realiza de manera individual, no es grupal.
- Entregable:
 - El documento de respuestas a las preguntas formuladas de manera clara y ordenada, en un único fichero PDF que se subirá al campus virtual. El nombre del fichero seguirá el patrón APELLIDOS_NOMBRE.PDF.
 - Fecha límite de entrega: una semana después de la última sesión