	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA *CAMPUS* CAMPINA GRANDE
Curso: Engenharia de Computação	Disciplina: **Análise e Técnicas de Algoritmos**
Professor: Emanuel Dantas Filho	
Aluno: Pedro Macêdo Luna	

Atividade 02

Realize as seguintes provas por indução:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 2n - 1 = n^2, \forall n$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1$$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1,$$

para $n \geq 0$.

$2^{2n} - 1$ é divisível por 3, para $n \geq 1$.

$n^3 - n$ é divisível por 3 para $n \geq 1$.

1. $1+3+5+\dots+2n-1 = n^2, \forall n$

- Cálculo base → $P(5)$

$$1+3+5+7+9 = 5^2$$
$$\underline{25 = 25} \rightarrow \text{VERDADE}$$

- $P(K) = K^2$

- $P(K+1)$

$$K^2 + 2(K+1) - 1 = (K+1)^2$$
$$K^2 + 2K + 2 - 1 = K^2 + 2K + 1$$
$$\underline{K^2+2K+1} = \underline{K^2+2K+1} \rightarrow \text{VERDADE}$$

2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)$

- Cálculo base → $P(3)$

$$1^2+2^2+3^2 = \frac{1}{6} n(n+1)$$
$$1+4+9 = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot (3+1)$$
$$14 = \frac{3}{6} \cdot 4$$
$$14 = \frac{12}{6} \rightarrow \underline{14 \neq 2}$$

→ FALSO, PORTANTO O PREDICADO É FALSO.

3. $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1, \; n \geq 0$

- Cálculo Base → $P(2)$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^{n+1} - 1$$
$$1+2+4 = 2^{2+1} - 1$$
$$7 = 8 - 1 \rightarrow \underline{7 = 7} \rightarrow \text{VERDADE}$$

- $P(K) = 2^{K+1} - 1$

- $P(K+1) =$

$$2^{K+1} - 1 + 2^{(K+1)} = 2^{(K+1)+1} - 1$$
$$2 \cdot 2^{K+1} - 1 = 2^{K+2} - 1$$
$$\underline{2^{K+2} - 1 = 2^{K+2} - 1}$$

↳ VERDADE

4- $2^{2n} - 1$ é divisível por 3, para $n \geq 1$.

- Cálculo base → $P(1)$

$2^{2.n} - 1 = 2^{2.1} - 1 = 4 - 1 = \underline{3}$ → VERDADE, POIS 3 É DIVISÍVEL POR 3.

- Cálculo Indutivo → $P(x+1)$

$2^{2(k+1)} - 1 \to \underline{2^{2(k+1)} - 1} \to 2^{2(1+1)} - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

DIVISÍVEL POR 3, PORTANTO $P(x+1)$ É VERDADE.

5- $n^3 - n$ é divisível por 3, para $n \geq 1$.

- Cálculo Base → $P(2)$

$n^3 - n \to 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$ → VERDADE, POIS 6 É DIVISÍVEL POR 3.

- Cálculo Indutivo → $P(k+1)$

$(k+1)^3 - (k+1) = k^3 - k =$

$(k+1)(k^2 + 2k + 1) - (k+1) =$

$(k^3 + 2k^2 + k + k^2 + 2k + 1) - (k+1) =$

$(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) - (k+1) =$

$k^3 + 3k^2 + 3k \cancel{+1} - k \cancel{-1} =$

$k^3 + 3k^2 + 2k =$

$\underline{k(k^2 + 3k + 2)}$

$1(1^2 + 3.1 + 2.1) = 6$ → 6 É DIVISÍVEL POR 3, PORTANTO $P(x+1)$ É VERDADEIRO.