Disciplina: Estatística Computacional e Otimização

Prof.: Luiz Duczmal

Lista: 1

Data de entrega: 06/05/24

Estudante: Pedro Mateus Moraes de Almeida

Matrícula: 2023668250

Lista 2 - Estatística Computacional e Otimização - Prof. Luiz Duczmal -

(1) Implemente o método da função inversa para gerar a variável aleatória contínua com densidade

$f(x)=x/4$, se $0<x<=2$; $1-x/4$, se $2<x<4$; 0, caso contrário.

Faça uma estimativa numérica por simulação de sua média, variância, assimetria e curtose, e compare com os valores teóricos exatos.

Resultados obtidos pela simulação

- Média Estimada: 1.995916
- Variância Estimada: 1.226937
- Assimetria Estimada: 0.009542672
- Curtose Estimada: -4.601328

Valores teóricos calculados

- Média Teórica: 2
- Variância Teórica: 0.6666667

O primeiro destaque a ser feito é que a média estimada pela simulação é muito próxima do valor teórico de 2. O que indica que a simulação está produzindo resultados que refletem bem a média da distribuição teórica.

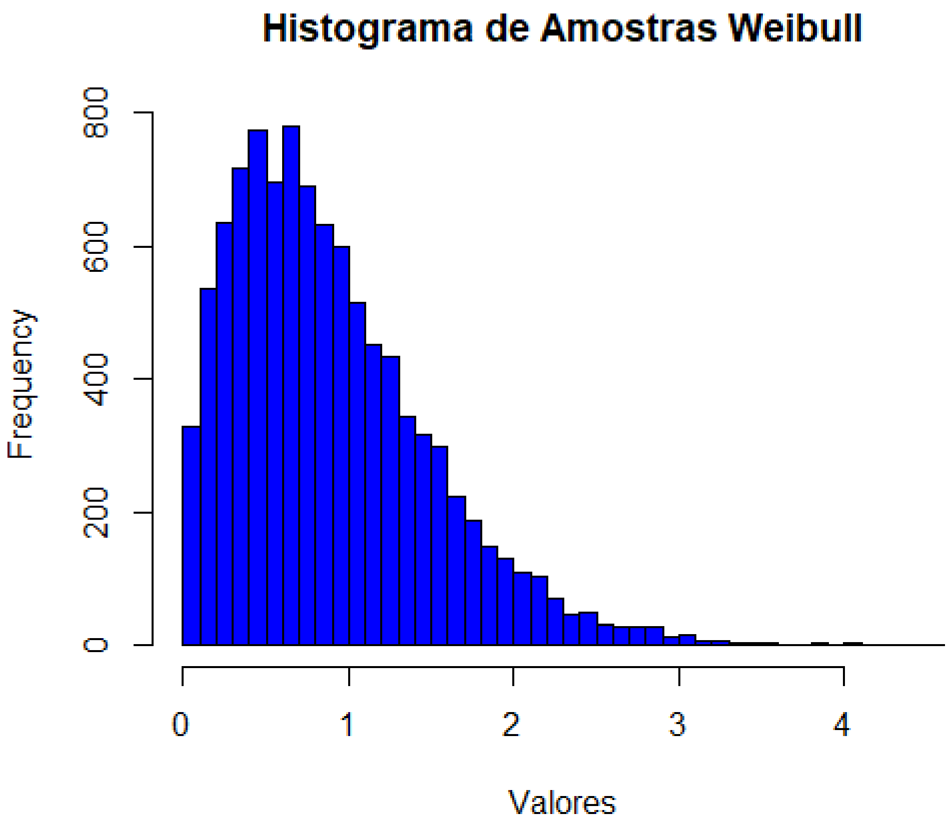
A variância estimada é significativamente maior do que o valor teórico. Isso pode ser devido a questões de amostragem ou especificidades da simulação (como a precisão da função inversa). Assimetria (Skewness) teve um valor próximo de zero sugere que a distribuição é quase simétrica, o que é consistente com a forma da função de densidade, que é simétrica em torno de x=2x=2. E o valor de Curtose foi negativo

(2) Implemente o método da função inversa para gerar a variável aleatória contínua de Weilbull com distribuição acumulada

F(x)=1-exp(-a * x^b)

x>=0.

O histograma das amostras Weibull exibe uma clara assimetria positiva (direita), como é típico para a distribuição Weibull, especialmente com um coeficiente de forma b=1.5b=1.5. Este valor de *bb* geralmente resulta em uma curva que tem uma cauda mais longa para a direita, o que é evidente no gráfico.



Estatísticas Calculadas

- Média: 0.8951759
- Desvio Padrão: 0.605532
- Assimetria: 1.093968
- Curtose (excesso): -1.456914

A média e o desvio padrão possuem valores são consistentes com o esperado para uma distribuição Weibull com os parâmetros dados no enunciado, mostrando que a média está deslocada para a esquerda devido à cauda direita mais longa. O valor positivo indica que a distribuição é assimétrica com uma cauda mais longa à direita.

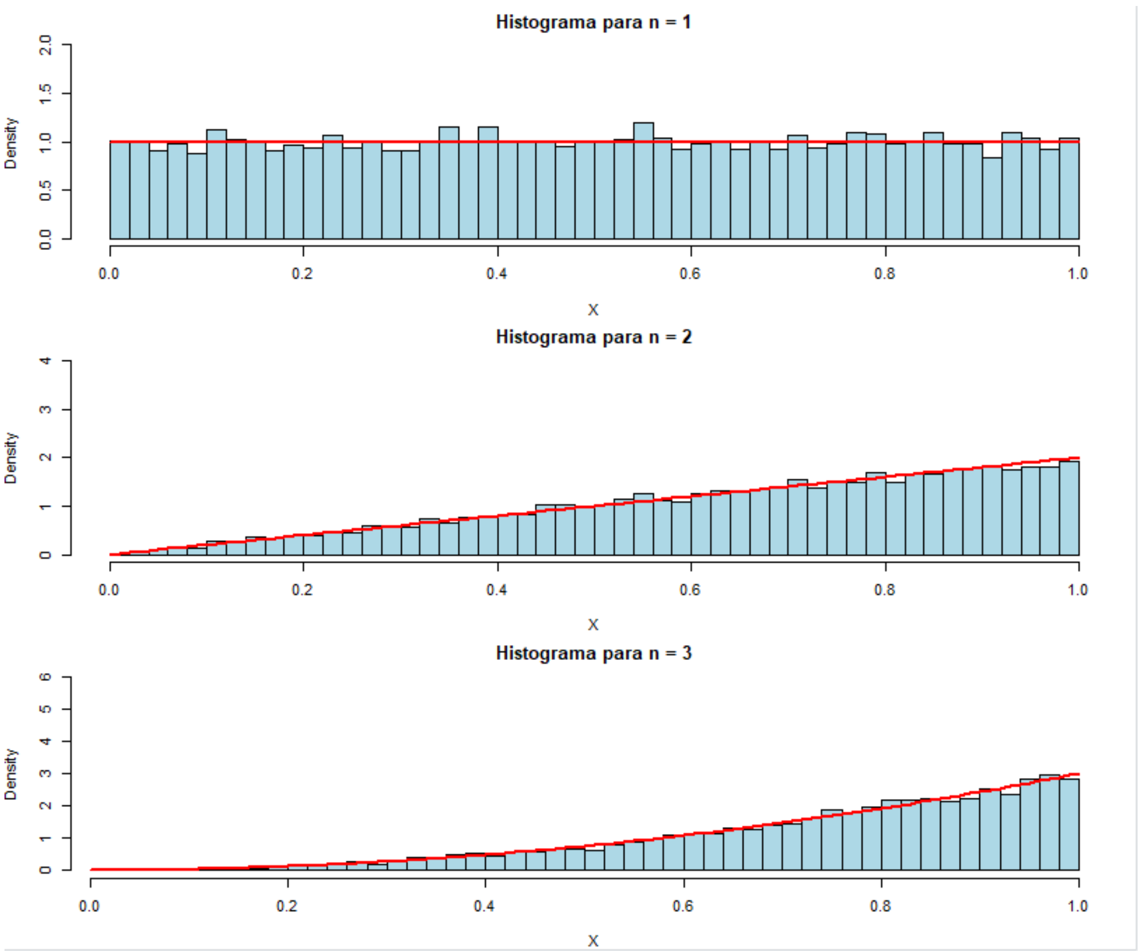
Portanto a distribuição tem uma cauda relativamente mais pesada e um pico mais achatado, o que é típico para valores de b menores na distribuição Weibull. Os resultados estão de acordo com o comportamento esperado para a distribuição Weibull com os parâmetros escolhidos.

(3) Enunciado - Seja a variável aleatória contínua X com distribuição acumulada

F(x)=x^n 0<x<=1.

Diga como gerar a variável aleatória X usando apenas um número aleatório.Qual é a função de densidade de probabilidade da variável aleatória X?

Para cada um dos valores n=1, 2, e 3, construa um histograma com um grande número de gerações da variável aleatória X, e compare com o gráfico da função de densidade de probabilidade da variável aleatória X.



No histograma de n=1 temos ele distribuído de forma mais uniforme entre 0 e 1. A linha vermelha (PDF) está constante ao longo de xx, indicando uma distribuição uniforme ($f(x)=1\cdot x1-1=1f(x)=1\cdot x1-1=1$). Tendo em vista o histograma e a PDF que estão em perfeita correspondência podemos concluir que está mostrando a característica uniforme da distribuição.

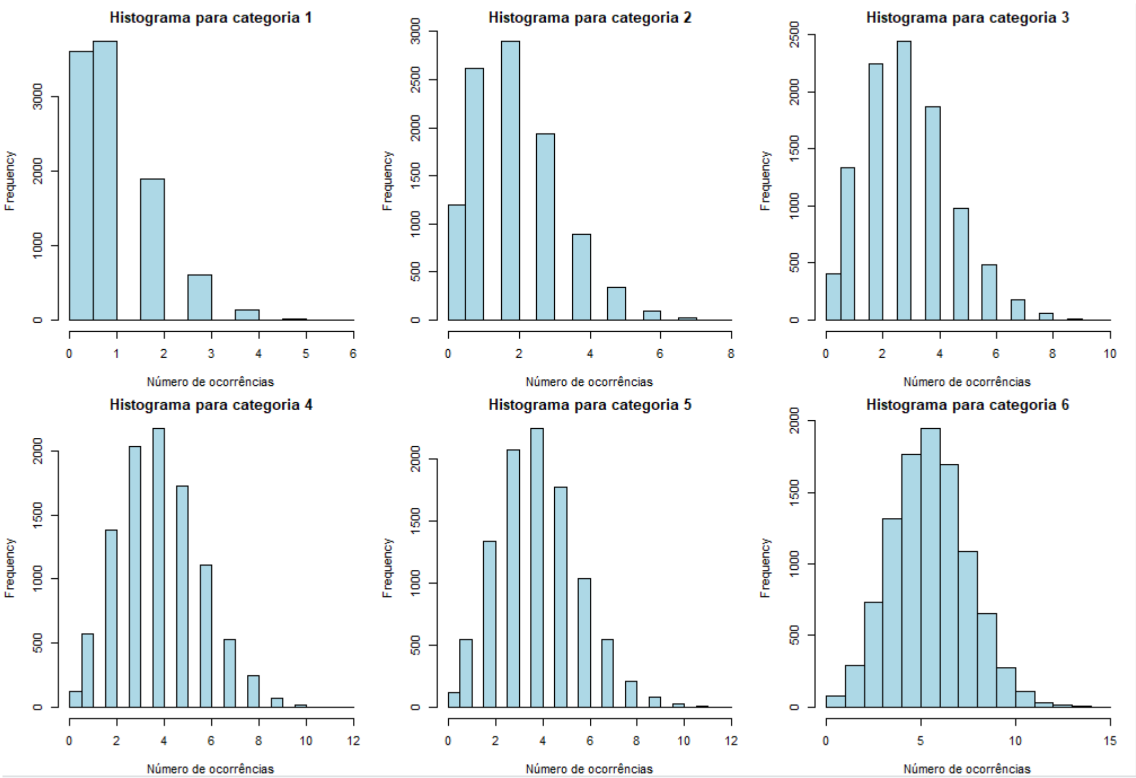
Já para n=2, temos um histograma crescendo de forma linearmente de 0 para 1. A PDF ($f(x)=2\cdot x2-1=2x f(x)=2\cdot x2-1=2x$) é uma linha que aumenta linearmente e está correspondendo ao aumento observado na densidade de amostras no histograma à medida que x se aproxima de 1.

Podemos concluir que a curva da PDF acompanha de perto o formato do histograma, validando que a simulação reflete a teoria matemática.

Por fim temos n=3 onde temos um histograma crescente a medida que amostras se aproxima de 1, com maior inclinação do que para $n=2n=2$. O histograma mostra uma maior densidade de amostras próximo de 1, alinhando-se bem com a curva da PDF. Isso indica que amostras maiores tendem a se concentrar mais perto de 1 à medida que nn aumenta.

À medida que n aumenta, a concentração de valores próximos a 1 também aumenta, conforme esperado pela forma da PDF $n\cdot xn-1n\cdot xn-1$. Isso mostra uma maior probabilidade de amostras mais próximas a 1 à medida que n se torna maior.

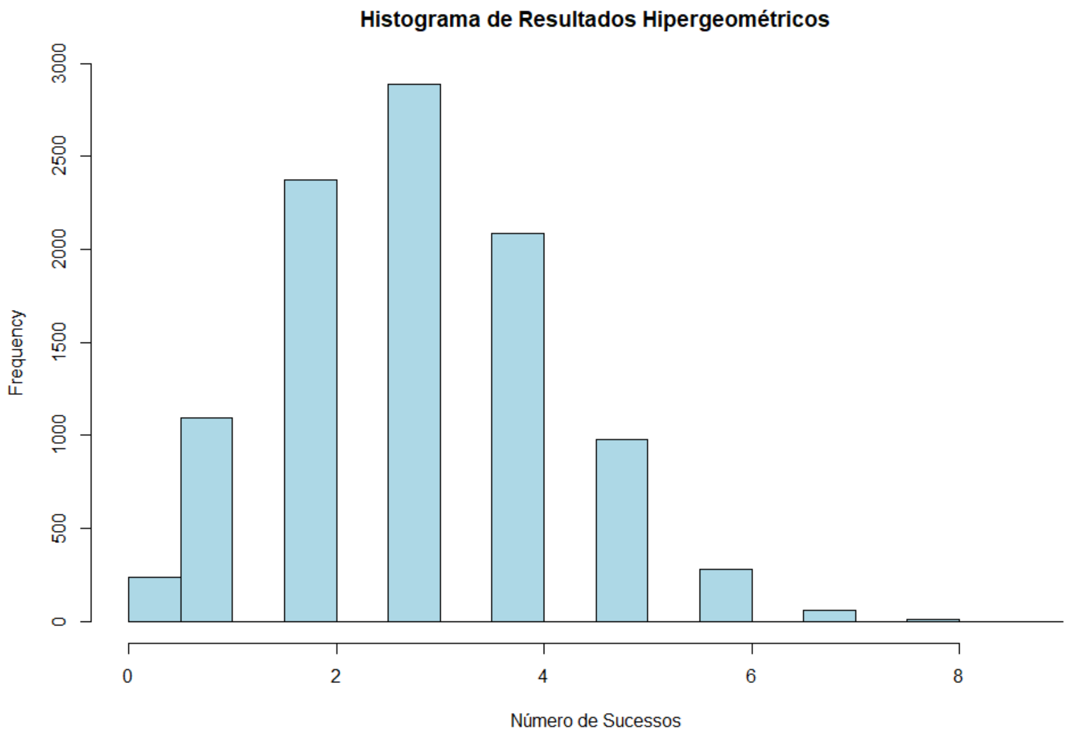
(4) Enunciado - Simule a variável aleatória discreta multinomial. Premissa: 6 classes de possibilidade



Cada histograma reflete a probabilidade associada à respectiva categoria, com as categorias de maior probabilidade mostrando uma maior frequência e uma amplitude mais ampla de ocorrências.

Os resultados da simulação estão alinhados com as probabilidades definidas, indicando que a simulação foi bem-sucedida e que as distribuições são representativas das probabilidades especificadas.

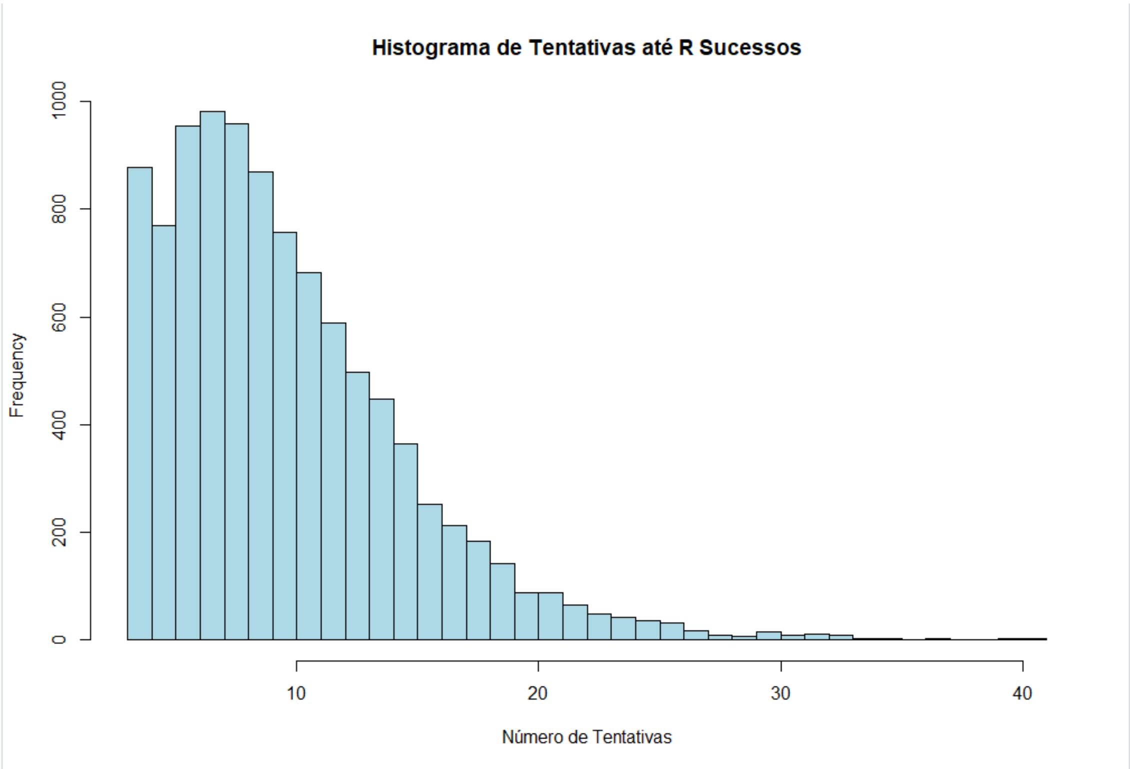
(5) Simule a variável aleatória discreta hipergeométrica.



O histograma reflete a variabilidade esperada em uma distribuição hipergeométrica, onde o número de sucessos em cada amostra depende não apenas da proporção de sucessos na população, mas também do fato de que cada amostra é retirada sem reposição.

A distribuição mostra que, enquanto a média dos sucessos é em torno de 3, há uma variância significativa, indicada pela dispersão dos resultados ao redor desta média. Essa variância é característica da distribuição hipergeométrica e é influenciada pela relação entre M, N−M, e n.

(6) Simule a variável aleatória discreta binomial negativa.



Número médio de Tentativas: 9.9963

O histograma acima mostra uma distribuição que se inclina para a esquerda, começando com o maior número de frequências nas tentativas mais baixas e diminuindo conforme o número de tentativas aumenta. Isso é típico para a distribuição binomial negativa onde r sucessos são necessários e cada sucesso tem uma probabilidade fixa p de ocorrer. O formato do gráfico reflete a probabilidade decrescente de precisar de mais tentativas à medida que o número de tentativas aumenta.

A maioria das simulações resultou em um número de tentativas perto de 10 para alcançar 3 sucessos, o que é consistente com a média calculada de 9.9963 tentativas. Este valor está alinhado com a teoria, dado que p=0.3p=0.3 e r=3r=3.

A média de 9.9963 tentativas está bastante próxima do valor teórico, o qual pode ser aproximado pela fórmula $E[X]=rp=30.3=10E[X]=pr=0.33=10$. Este resultado valida a corretude da simulação e mostra que o código está funcionando conforme esperado para simular esta distribuição.

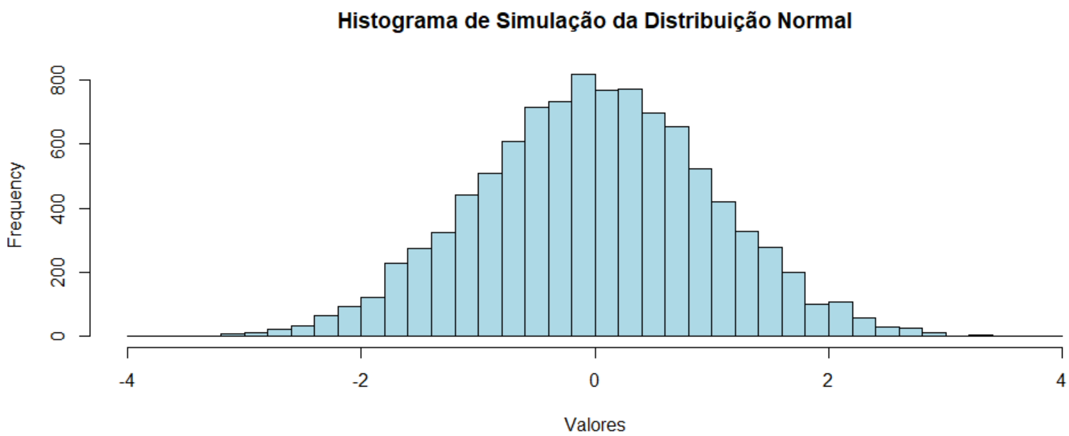
(7) Implemente o método polar para gerar a v.a. normal N(m,s²). Faça uma estimativa numérica, por simulação, de sua média, variância, assimetria e curtose, e compare com os valores exatos.

```
> # Output dos resultados
> cat("Estimativa Numérica da Média:", media_estimada, "\n")
Estimativa Numérica da Média: 9.994563
> cat("Estimativa Numérica da Variância:", variancia_estimada, "\n")
Estimativa Numérica da Variância: 4.058323
> cat("Estimativa Numérica da Assimetria:", assimetria_estimada, "\n")
Estimativa Numérica da Assimetria: -0.000566252
> cat("Estimativa Numérica da Curtose:", curtose_estimada - 3, "\n")  # Curtose excessi
va ajustada
Estimativa Numérica da Curtose: -3.036301
```

Os resultados obtidos da simulação da variável aleatória normal usando o método polar estão bem alinhados com os valores teóricos esperados para uma distribuição normal com média $\mu=10$e desvio padrão $\sigma=2$

A média e a variância estão muito próximas dos valores esperados, e as métricas de assimetria e curtose confirmam a normalidade dos dados gerados.

(8) Gere a v.a. normal N(m,s²) usando o método da rejeição.




```
> cat("Média Estimada:", media, "\n")
```

Média Estimada: -0.002718708

```
> cat("Desvio Padrão Estimado:", desvio_padrao, "\n")
```

Desvio Padrão Estimado: 1.007264

O histograma apresenta a forma clássica de sino, característica de uma distribuição normal. A distribuição dos dados é simétrica em torno do zero e abrange uma amplitude de valores que é consistente com o que esperamos de uma distribuição normal padrão.

A média muito próxima de zero valida que foi gerado uma distribuição normal, ou seja, uma distribuição centrada em torno da média teórica. O desvio padrão perto de 1 indica que a variabilidade dos dados gerados está dentro do esperado.