

MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

Identificação

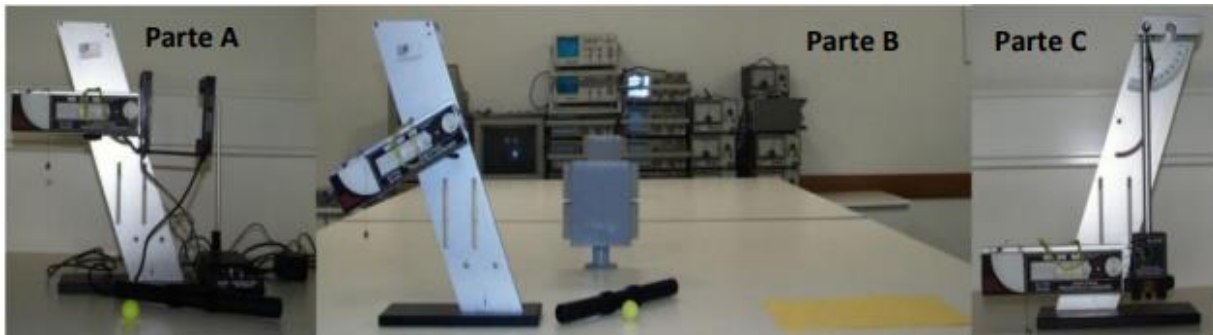


Figura 1. Representação da montagem experimental

Trabalho realizado por:

David Poeta Pelicano nº 113391,

Henrique Manuel Pereira Ferreira, nº 113600,

Pedro Miguel Miranda de Melo, nº 114208;

Turma: PL4

Grupo: 2

Data de Realização: 19/10/2023

Índice

MOVIMENTO DE PROJÉTEIS	1
Identificação	1
Sumário	2
Introdução Teórica.....	3
Procedimento experimental.....	3
Parte A - Determinação da velocidade inicial.....	3
Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo	4
Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil	5
Apresentação dos Resultados	6
Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento	6
Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento.....	7
Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico.....	8
Análise de Resultado	9
Parte A - Determinação da velocidade inicial.....	9
Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo	9
Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil	10
Discussão e conclusão.....	10
Bibliografia	11

Sumário

Neste trabalho, realizaram-se experiências para calcular o movimento de projéteis. A primeira visou determinar a velocidade inicial do projétil com base nas equações do movimento. A segunda explorou a relação entre a distância de voo e o ângulo de lançamento. Na terceira, utilizou-se um pêndulo balístico para calcular a velocidade inicial do projétil. A metodologia incluiu medições diretas e indiretas para análise dos resultados. Qualquer desvio em relação à exatidão total pode ser atribuído às incertezas das medições diretas dos objetos usados na experimentação.

Introdução Teórica

No estudo do movimento de projéteis, uma variável essencial a ser determinada é a velocidade inicial, uma vez que influencia diretamente tanto o alcance quanto a trajetória do projétil. Essa velocidade inicial pode ser calculada através de equações de movimento, onde é considerada a componente velocidade inicial no deslocamento do lançamento.

Outro aspecto crucial no estudo de projéteis diz respeito à influência do ângulo de lançamento no alcance. A grandeza a ser medida é o ângulo que proporciona o alcance máximo para obter esse ângulo determinamos o máximo da função da relação entre as distâncias e os ângulos

Além disso, a experiência do pêndulo balístico é uma abordagem eficaz para determinar a velocidade inicial dos projéteis. A fórmula utilizada para calcular a velocidade inicial através do pêndulo balístico baseia-se no princípio de conservação da energia mecânica.

Procedimento experimental

A experiência foi dividida em 3 partes como referido anteriormente.

Parte A- Determinação da velocidade inicial

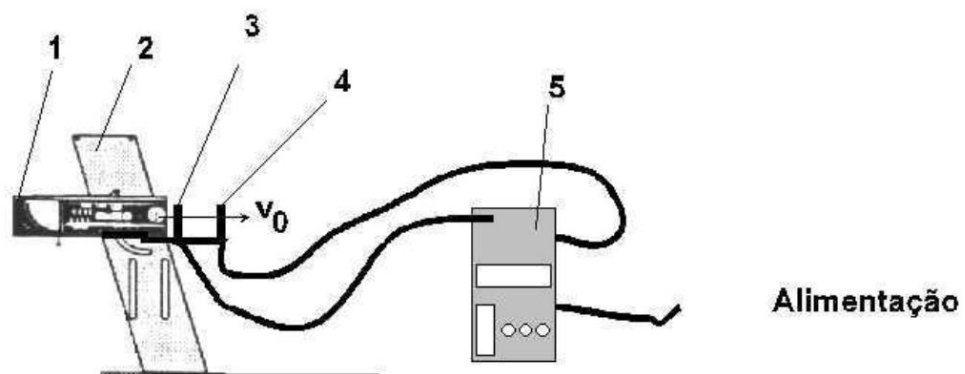


Figura 2. Esquema da montagem experimental A

Material utilizado:

Uma esfera que é o nosso objeto de teste, o lançador de projéteis (1) que serve para o lançamento da respectiva esfera e base de fixação (2) do lançador de projéteis, dois sensores, um para iniciar a contagem do tempo (3) e outro para terminar (4) e um sistema de controlo dos sensores (5).

Procedimento:

Primeiro começa-se por medir a distância entre os dois sensores. Para executar a experiência, a esfera é colocada no lançador de projéteis e disparada. Depois de passar pelos sensores, é obtido um tempo de passagem que pode ser visualizado no sistema de controlo. É feita a experiência 3 vezes para atingir valores mais precisos. Com os valores obtidos, já é possível calcular a velocidade inicial da esfera.

Cuidados a ter:

Ter cuidados ao colocar o lançador de projéteis na horizontal, garantir que os sensores estão imediatamente à frente do lançador e que esses estão ligados ao sistema de controlos. Por fim garantir que o sistema de controlos está ligado à fonte de alimentação, está configurado para ler o tempo entre os sensores e que está na posição de desligado (OFF).

Parte B- Dependência do alcance com o ângulo de disparo

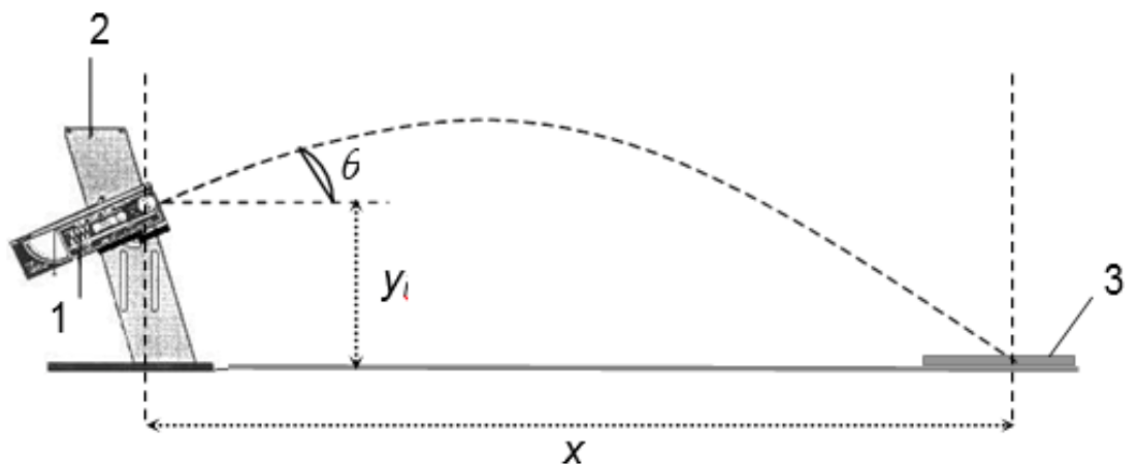


Figura 3. Esquema da montagem experimental B

Material utilizado:

Uma esfera usado no lançamento, um lançador de projéteis (1) e a sua base de fixação(2), um peso perpendicular à superfície para regular o ângulo de lançamento e um alvo(3) composto por papel químico, para marcar onde a esfera cai, e papel milimétrico.

Procedimento:

Antes de iniciar os lançamentos é preciso medir a altura do lançador de projéteis com a superfície. A experiência é realizada 5 vezes cada uma com ângulos diferentes, 30° , 34° , 38° , 40° e 43° , respectivamente. Para cada ângulo são feitos 3 lançamentos da esfera até atingir o alvo. Por fim é medido a distância entre a posição em x do lançador até à posição da esfera no alvo. Com os valores, é possível encontrar o ângulo para a maior distância percorrida.

Cuidados a ter:

Na realização da experiência é necessário ter cuidado em apertar bem o lançador de projéteis à base para que a cada lançamento o ângulo não se altere. A medição da altura, como da distância percorrida pela esfera é essencial garantir que são medidas perpendicular e paralelamente à superfície, respectivamente.

Parte C- Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil

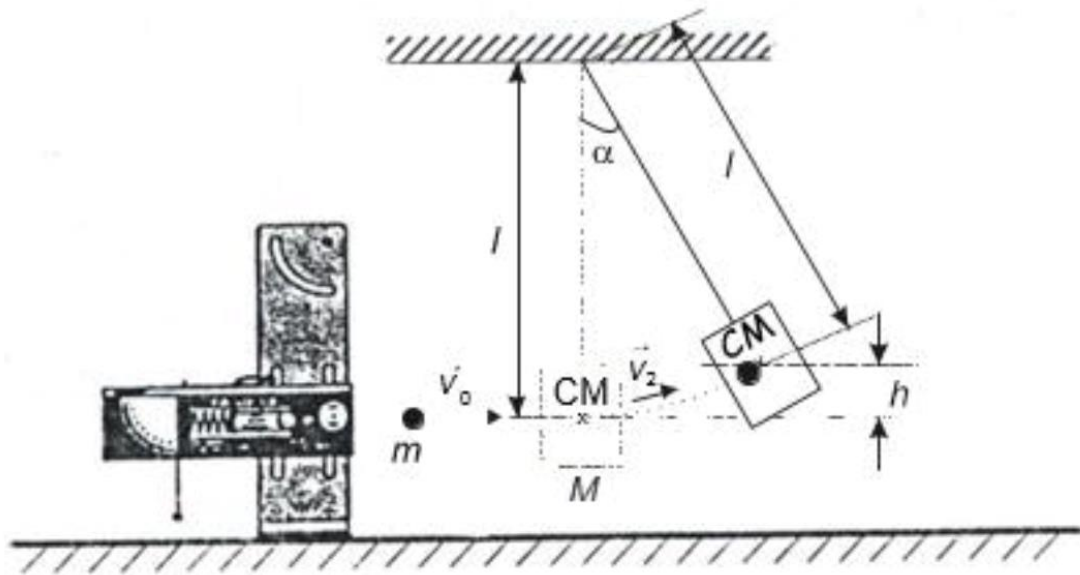


Figura 4. Esquema da montagem experimental C

Material utilizado:

Uma esfera, o lançador de projéteis e a sua base e um pêndulo.

Procedimento:

Para a realização da experiência, primeiro é necessário pesar a esfera e o pêndulo e também medir o comprimento do pêndulo. A experiência é realizada 5 vezes que consistem em lançar a esfera contra o pêndulo e obter o ângulo que o pêndulo atinge. Com os ângulos obtidos, consegue-se calcular a velocidade inicial da esfera.

Cuidados a ter:

Garantir que o lançador de projéteis esteja horizontal com a superfície e que o pêndulo esteja bem fixo.

Apresentação dos Resultados

Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento

mm	mm	mm	mm	mm	s	s	s	s	s	m/s	m/s	
100	0.5	100	0	5.00E-01	0.045	1.00E-03	0.0452	0.0002	1.00E-03	2.212389	0.060009	97.29%
100	0.5		0		0.0454	1.00E-03		0.0002				
100	0.5		0		0.0452	1.00E-03		0				

Figura 5. Tabela da experiência A

As medidas diretas $L = 100 \pm 1$ mm, $t = 0.0452 \pm 1.00E-03$ s.

L: Distância entre os sensores.

ΔL_i : Incerteza na distância entre os sensores.

Média L: Média das distâncias entre os sensores.

δ média L: Diferença entre a média e as distâncias entre os sensores.

ΔL_m : Incerteza máxima da distância entre os sensores.

t: Tempo de voo do projétil entre os sensores.

Δt_i : Incerteza no tempo de voo do projétil entre os sensores.

Média t: Média dos tempos de voo do projétil entre os sensores.

δ média t: Diferença entre a média e os tempos de voo do projétil entre os sensores.

Δt_m : Incerteza máxima dos tempos de voo do projétil entre os sensores.

v_0 : Velocidade inicial do projétil.

Δv_0 : Incerteza na velocidade inicial do projétil.

precisão: Percentagem de precisão em relação à velocidade inicial.

Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento

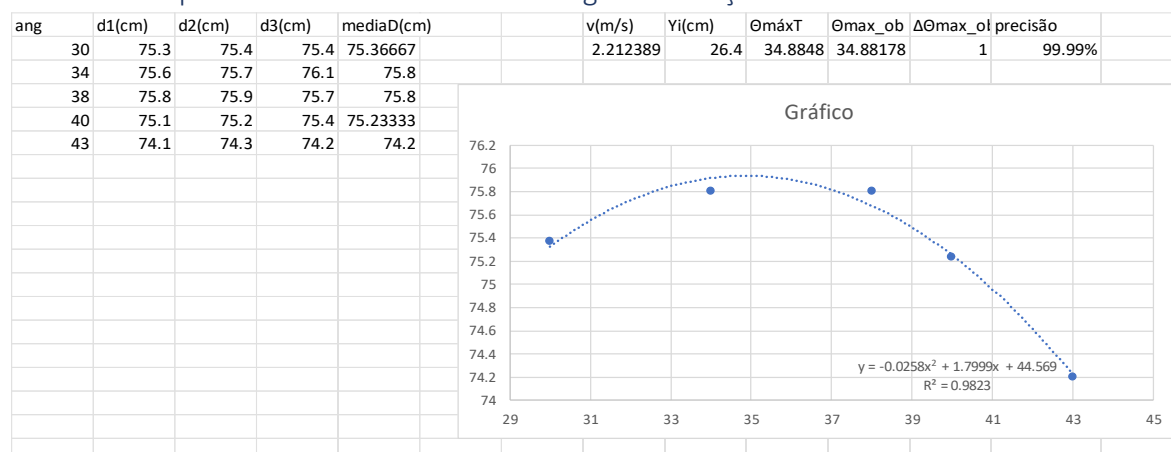


Figura 6. Tabela da experiência B

As medidas diretas são $\text{ang1} = 30^\circ + 0.5^\circ$, $\text{ang2} = 34^\circ + 0.5^\circ$, $\text{ang3} = 38^\circ + 0.5^\circ$, $\text{ang4} = 40^\circ + 0.5^\circ$ e $\text{ang5} = 43^\circ + 0.5^\circ$.

ang: Ângulo de lançamento (em graus).

d1(cm): Distância 1 (em centímetros) - Representa a primeira medição da distância percorrida para o determinado ângulo.

d2(cm): Distância 2 (em centímetros) - Representa a segunda medição da distância percorrida para o determinado ângulo.

d3(cm): Distância 3 (em centímetros) - Representar a terceira medição da distância percorrida para o determinado ângulo.

mediaD(cm): Média das distâncias percorridas (em centímetros).

v(m/s): Velocidade do projétil (em metros por segundo).

Yi(cm): Altura inicial (em centímetros).

$\Theta_{\text{máxT}}$: Ângulo de lançamento para o alcance máximo teórico.

$\Theta_{\text{max_ob}}$: Ângulo de lançamento para o alcance máximo observado.

$\Theta_{\text{amax_ob}}$: Incerteza do ângulo de lançamento para o alcance máximo observado.

Precisão: Percentagem de precisão em relação ao ângulo de lançamento para o alcance máximo teórico.

Gráfico: Gráfico da relação entre as distâncias médias e os ângulos de lançamento.

Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico

α	$\Delta\alpha$	α_m	δ média α	$\Delta\alpha_m$	$h(\text{cm})$	$\Delta h(\text{cm})$	$h_m(\text{cm})$	δ média h	Δh_m	v_0	Δv_0	precisão
20	0.5	21.8	1.80	1.80	1.71273	0.05	2.034865	0.322136	0.322136	3.506096	0.844538	75.91%
22	0.5		0.20		2.067979	0.05		0.033113				
22	0.5		0.20		2.067979	0.05		0.033113				
22	0.5		0.20		2.067979	0.05		0.033113				
23	0.5		1.20		2.257662	0.05		0.222797				
c.p.(cm)	28.4											
m	66.7											
M	303.6											

Figura 7. Tabela da experiência C

As medidas diretas são $\alpha_1 = 20^\circ + 0.5^\circ$, $\alpha_2 = 22^\circ + 0.5^\circ$, $\alpha_3 = 22^\circ + 0.5^\circ$, $\alpha_4 = 22^\circ + 0.5^\circ$, $\alpha_5 = 22^\circ + 0.5^\circ$.

α : Ângulo do pêndulo balístico após o impacto com a esfera (em graus).

$\Delta\alpha$: Incerteza no ângulo do pêndulo balístico.

α_m : Média dos ângulos do pêndulo balístico.

δ média α : Diferença entre a média dos ângulos do pêndulo balístico e os valores individuais.

$\Delta\alpha_m$: Incerteza na média dos ângulos do pêndulo balístico.

h : Diferença entre a altura do pêndulo balístico antes e depois do impacto (em centímetros).

Δh : Incerteza na diferença de altura do pêndulo balístico.

h_m : Média das diferenças de altura do pêndulo balístico.

δ média h : Diferença entre a média das diferenças de altura do pêndulo balístico e os valores individuais.

Δh_m : Incerteza na média das diferenças de altura do pêndulo balístico.

v_0 : Velocidade inicial do projétil.

Δv_0 : Incerteza na velocidade inicial do projétil.

precisão: Percentagem de precisão em relação à velocidade inicial.

c.p: Comprimento do pêndulo balístico (em centímetros).

m: Massa do projétil (em unidades apropriadas).

M: Massa do pêndulo balístico (em unidades apropriadas).

Análise de Resultado

Cálculos utilizados no método dos mínimos desvios quadráticos

Parte A- Determinação da velocidade inicial

Nesta experiência, para o método dos mínimos desvios quadráticos, tivemos de determinar a velocidade inicial de um projétil, para isso tivemos de primeiro medir a distância entre os sensores e o registrar o tempo de voo do projétil entre os dois sensores. De seguida, aplicamos a equação do movimento uniformemente acelerado, que relaciona a distância, a velocidade inicial, o tempo e a aceleração da gravidade. Repetimos o processo 5 vezes, para obter resultados mais robustos, e no final, calculamos a velocidade inicial e o respetivo desvio e a precisão.

A velocidade inicial, pelos nossos cálculos (Média da distância (0.100m) / Média do tempo de voo (0.0452s), deu 2,21m/s.

Para calcular o desvio, tivemos de fazer a multiplicação entre a velocidade inicial e a soma de (ΔL_m (erro máximo da distância) / Distância) e (Δt_m (erro máximo do tempo de voo) / média do tempo de voo). Assim, chegamos ao valor de desvio 0.071071 m/s.

Para determinar a precisão fizemos $(1 - \text{desvio}/\text{velocidade inicial})$, que nos deu 96,79%.

Parte B- Dependência do alcance com o ângulo de disparo

Nesta experiência, para o método dos mínimos desvios quadráticos, tivemos de registar os valores do alcance do projétil, o ângulo de lançamento, para cada disparo feito (30°, 34°, 38°, 40° e 43°), de seguida tivemos de medir a altura inicial do lançamento do projétil em relação à mesa.

Com estes dados construímos um gráfico no Excel onde o alcance está no eixo vertical e o ângulo de lançamento no eixo horizontal, adquirindo assim uma equação geral de uma reta, $y = ax^2 + bx + c$, que acabou por nos dar $y = -0,0258x^2 + 1,7999x + 44,569$

$$\theta_{amax} = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}}$$

θ_{amaxT} à Ângulo correspondente ao alcance máximo (Valor teórico)

θ_{amaxP} à Ângulo correspondente ao alcance máximo (Valor Prático)

Para calcular a precisão, fizemos $1 - |(\theta_{amaxT} - \theta_{amaxP}) / \theta_{amaxT}|$, que nos acabou por dar 99,9%.

Parte C- Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil

Nesta experiência, tivemos de medir a massa da esfera(projétil) (m) e do pêndulo(M), o comprimento do pêndulo(L) a média dos ângulos (21.8°) e a incerteza no ângulo (0,5°) e a incerteza na média dos ângulos ($\Delta\alpha$).

Massa da esfera: 66,7g

Massa do pêndulo: 303,6g

Comprimento do pêndulo: 28,4cm

Tivemos de calcular a altura para cada lançamento, ($h = (L^2 * (1-\cos\alpha))/2g$), que é a diferença entre a altura do pêndulo antes e depois do impacto, de seguida a média destas alturas(2,03cm), a incerteza na diferença de altura do pêndulo (0,1), a diferença entre a média das diferenças de altura do pêndulo e os valores individuais, a seguir, determinou-se a incerteza na média das diferenças de altura do pêndulo que é 0.32.

Para calcular a velocidade inicial do projétil utilizamos a seguinte fórmula:

$$v_0 = \left(\frac{m+M}{m} \right) \sqrt{2gh}$$

Dando assim o valor de 3,51m/s.

De seguida, para calcular a incerteza na velocidade inicial(Δv_0), foi utilizada a fórmula $v_0 * ((\Delta\alpha / \alpha) + (\Delta h / h))$, dando assim 0,84.

Para determinar a precisão foi usada a fórmula $(1-\Delta v_0/v_0)$, que corresponde ao valor 75,91%.

Discussão e conclusão

Em suma, analisando os resultados das velocidades iniciais obtidas nas partes A e C, 2.21 +- 0.07m/s e 3.5 +- 0.84m/s, respetivamente, conseguiu-se reparar que na experiência A ou na C existiram erros experimentais, pelo facto da diferença de velocidades (1.29m/s) ser maior que o erro. Contudo, pensamos que a experiência C possa ter sido a que teve menos precisão, de modo a impactar o valor da velocidade inicial. Relativamente à Parte B, o resultado obtido foi bastante positivo, dado que o resultado esperado é de 34.8818+-1° e o obtido foi 34.8848+-1°, por isso na Parte B não existiu grande margem de erro, visto que foi atingido uma precisão de 99.9% o que sugere que a dependência do alcance com o ângulo de lançamento foi verificada com sucesso e que a experiência foi bem-sucedida.

Bibliografia

Guião TRABALHO _ MOVIMENTO DE PROJÉTEIS:

https://elearning.ua.pt/pluginfile.php/5001750/mod_resource/content/1/MCE_Movimento%20de%20proj%C3%A9teis_2023-2024.pdf

Guião Instrumentação e análise de dados experimentais:

https://elearning.ua.pt/pluginfile.php/3786837/mod_resource/content/1/Guia-anA%CC%83%C2%A1lise%20experimental.pdf