TRABALHO 2 (PARTE B) - DIFERENCIAÇÃO NUMÉRICA

OBS. 1: PARA OS PROBLEMAS APRESENTAR AS SAÍDAS DO CONSOLE, COMO JÁ DISCUTIDO. CALCULAR OS ERROS RELATIVO E DE TRUNCAMENTO, QUANDO VIÁVEL

OBS. 2: PARA TODOS OS PROBLEMAS ANALISAR OS RESULTADOS OBTIDOS E DAR INTERPRETAÇÕES E SIGNIFICADOS AOS SEUS RESULTADOS.

OBS. 3: ESCOLHA 5 PROBLEMAS PARA RESOLVER.

Problema 1 — Estimativa da taxa de transferência de dados em cache de processador

Durante testes de benchmark, foram medidos os volumes de dados processados por unidade de tempo em cache L1 de um processador. O objetivo é estimar a **taxa instantânea de transferência** (MB/ms) em um tempo crítico de 2,0 milissegundos, aplicando técnicas de diferenciação numérica.

Tempo (ms)	Dados processados (MB)
1,6	3,244909
1,8	3,583519
2,0	3,953032
2,2	4,356755
2,4	4,798624

Objetivo: Estimar numericamente a **1ª derivada** da função no instante $t = 2{,}0$ **ms**, utilizando métodos de diferenças finitas e interpolação de Lagrange, e comparar os resultados com a derivada da função analítica:

$$D(t) = \sqrt{t^3 + 9}$$

Discussão: Com base na derivada estimada, avalie se o desempenho do cache está em aceleração ou estabilização no instante analisado. O comportamento da taxa de transferência condiz com o padrão esperado em testes de benchmark? Justifique sua resposta com base nos valores e no modelo adotado.

Problema 2 — Cálculo da taxa de crescimento de usuários simultâneos em sistema web

Ao monitorar o comportamento de um sistema web sob carga, registrou-se o número de usuários simultâneos em instantes sucessivos. Deseja-se estimar a **taxa de crescimento** de usuários no instante 4,0 segundos após o início da carga, a fim de avaliar o ponto de inflexão no escalonamento automático do sistema.

Tempo (s)	Usuários simultâneos
3,6	156,071214
3,8	164,706967
4,0	173,831305
4,2	183,496384
4,4	193,761447

Objetivo: Estimar numericamente a **1ª derivada** da função no instante $t = 4{,}0$ **s**, utilizando métodos de diferenças finitas e interpolação de Lagrange, e comparar os resultados com a derivada da função analítica:

$$U(t) = 60 \cdot \ln(t^2 + 1)$$

Discussão: Com base na derivada estimada, avalie se o sistema está em fase de aceleração ou estabilização no crescimento de usuários simultâneos. O comportamento da função e da sua derivada sugere necessidade iminente de escalonamento automático? Justifique com base nos dados e na interpretação do modelo.

Problema 3 — Estimativa da variação do tempo de resposta em servidor sob carga crescente

Durante um teste de estresse em um servidor de aplicações, o tempo médio de resposta foi registrado conforme a carga de requisições aumentava. Deseja-se estimar a **taxa de crescimento do tempo de resposta** quando a carga atinge 5,0 mil requisições por segundo.

Carga (mil req/s)	Tempo de resposta (ms)
4,6	35,777857
4,8	38,285845
5,0	41,000000
5,2	43,967944
5,4	47,240617

Objetivo: Estimar a **1ª derivada** do tempo de resposta no ponto $x = 5{,}0$ **mil req/s**, utilizando métodos de diferenças finitas e interpolação de Lagrange, e comparar os resultados com a derivada da função analítica:

$$T(x) = x^2 + 5 \cdot \sin(x)$$

Discussão: Com base na derivada estimada, avalie se o tempo de resposta está aumentando de forma linear ou acelerada com o aumento da carga. O comportamento observado justifica a necessidade de balanceamento ou escalonamento de recursos? Justifique sua análise com base na tendência do modelo e nos dados observados.

Problema 4 — Cálculo da aceleração de uma partícula em simulação computacional

Em uma simulação de física computacional, a posição de uma partícula foi registrada ao longo do tempo. Deseja-se calcular numericamente a **2ª derivada da posição**, ou seja, a aceleração, no instante $t = 2{,}0$ segundos.

Tempo (s)	Posição (m)
1,6	0,955512
1,8	1,029619
2,0	1,098612
2,2	1,163151
2,4	1,223775

Objetivo: Estimar a **2ª derivada** da posição no instante $t = 2{,}0$ **s**, utilizando o método centrado de 2ª ordem, e comparar o resultado com a derivada da função analítica:

$$s(t) = \ln(t + 1)$$

Discussão: Com base na aceleração estimada, avalie se a partícula tende a estabilizar sua velocidade ou se está sendo desacelerada. O sinal negativo da segunda derivada é compatível com o tipo de movimento representado? Justifique sua resposta com base na função e na dinâmica simulada.

Problema 5 — Estimativa da variação do uso de CPU em função do número de processos

Durante o gerenciamento dinâmico de escalonamento em sistemas operacionais, é importante prever como o uso da CPU se altera com o aumento do número de processos ativos. A partir dos dados coletados, deseja-se calcular a **1ª derivada** do uso de CPU no ponto de 20 processos ativos.

Processos ativos	Uso da CPU (%)
16	57,432743
18	63,591787
20	70,000000
22	76,744138
24	83,816777

Objetivo: Estimar a **1ª derivada** da utilização da CPU no ponto $x = 20$ **processos**, utilizando métodos de diferenças finitas e interpolação de Lagrange, e comparar os resultados com a derivada da função analítica:

$$U(x) = 23 \cdot \ln(x + 1)$$

Discussão: A partir da derivada estimada, avalie se o crescimento do uso de CPU está se mantendo linear ou se há indícios de saturação do sistema. O comportamento da função e sua derivada sugerem necessidade de políticas de balanceamento de carga ou limitação de processos? Justifique com base nos dados observados.

Problema 6 — Estimativa da concavidade no tempo de execução de um algoritmo de ordenação

Ao analisar o tempo de execução de um algoritmo, observou-se a necessidade de verificar se a curva tempo vs. tamanho da entrada apresenta concavidade acentuada (i.e., aceleração na taxa de crescimento). Para isso, deseja-se estimar a **2ª derivada** do tempo no ponto $n = 300$.

Tamanho da entrada (n)	**Tempo (ms)**
260	34,743087
280	38,962293
300	43,472382
320	48,312596
340	53,523059

Objetivo: Estimar a **2ª derivada** do tempo de execução no ponto $n = 300$, utilizando o método centrado de 2ª ordem, e comparar o resultado com a derivada da função analítica:

$$T(n) = 0{,}00048 \cdot n^2$$

Discussão: A partir da estimativa da 2ª derivada, avalie se o tempo de execução do algoritmo apresenta crescimento linear, quadrático ou superior. O comportamento da concavidade indica escalabilidade aceitável ou risco de degradação severa de desempenho? Justifique com base na função e na interpretação do crescimento observado.

Problema 7 — Análise da variação e concavidade da latência em redes congestionadas

Durante simulações de tráfego em redes sob carga variável, foram registradas as latências médias de resposta (em milissegundos) para diferentes níveis de congestionamento. Deseja-se analisar a **velocidade de crescimento** e a **concavidade** da latência no ponto central da amostra, a fim de avaliar a necessidade de reconfiguração dos buffers do sistema.

Carga (Mbps)	**Latência (ms)**
8,0	14,021
8,5	15,456
9,0	17,200
9,5	19,301
10,0	21,799

Objetivo: Estimar, no ponto $x = 9{,}0$ **Mbps**, a **1ª derivada**, representando a *taxa de crescimento da latência* com a carga; e a **2ª derivada**, representando a *concavidade da função latência.* A **função de referência** é:

$$L(x) = 1{,}9 \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

Discussão: Com base nas estimativas da 1ª e 2ª derivadas, avalie se o sistema apresenta crescimento linear, acelerado ou saturado da latência. A concavidade positiva indica risco de degradação exponencial da resposta sob carga? Justifique com base no comportamento da função e nos dados analisados.

Problema 8 — Estudo da variação de desempenho de CPU em função da temperatura

Durante testes de estabilidade térmica em um sistema computacional, monitorou-se o desempenho do processador (em GIPS — giga instruções por segundo) em diferentes temperaturas. Pretende-se analisar a **velocidade de degradação** e a **concavidade do desempenho** em função da temperatura, a fim de prever comportamentos críticos.

Temperatura (°C)	**Desempenho (GIPS)**
40,0	8,918
42,0	8,408
44,0	7,937
46,0	7,504
48,0	7,105

Objetivo: Estimar, no ponto $x = 44{,}0$ **°C**, a **1ª derivada**, representando a *velocidade de degradação do desempenho*; A **2ª derivada**, representando a *concavidade da função de desempenho*. O modelo analítico é: $P(x) = \dfrac{625}{x+30}$