TRABALHO 2 (PARTE A) - INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL E AJUSTE POLINOMIAL

Equipe: Pedro Miotto Mujica, Gabriel Costa de Moraes, Thiago Oliveira Dupim, Vinicius Castamann Giongo

OBS. 1: PARA TODOS OS PROBLEMAS - DE INTERPOLAÇÃO E DE AJUSTE - APRESENTAR OS GRÁFICOS E AS SAÍDAS DO CONSOLE, COMO JÁ DISCUTIDO.

OBS. 2: PARA TODOS OS PROBLEMAS - DE INTERPOLAÇÃO E DE AJUSTE - ANALISAR OS RESULTADOS OBTIDOS E DAR INTERPRETAÇÕES E SIGNIFICADOS AOS SEUS RESULTADOS.

OBS. 3: ESCOLHA 5 PROBLEMAS DE INTERPOLAÇÃO E 5 PROBLEMAS DE AJUSTE PARA RESOLVER.

1. INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL

Problema 1 - Estimativa da pressão de recalque em fundações profundas

Durante o ensaio de carregamento de uma estaca em obra real, foi registrada a pressão de recalque em diferentes profundidades. No entanto, por limitações instrumentais, não foi possível obter medições contínuas. Estimar a pressão entre os pontos medidos permite prever o comportamento do solo ao longo do fuste e auxiliar na validação de modelos geotécnicos.

Profundidade (m)	Pressão (kPa)
0	0
1	95
3	260
6	510

Objetivo: Interpolar a pressão para as profundidades de 2 m, 4 m e 5 m, avaliando o perfil de carregamento da estaca

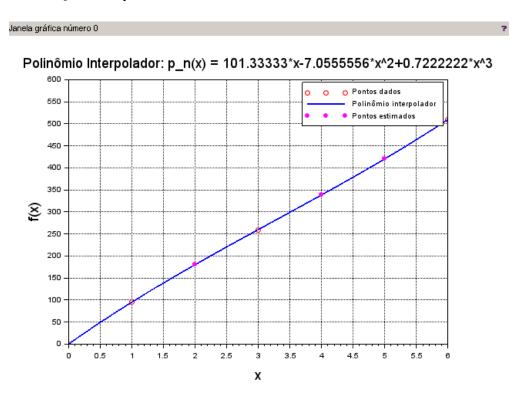
Durante o ensaio de carregamento de uma estaca, foram obtidos dados de pressão de recalque em determinadas profundidades (0 m, 1 m, 3 m e 6 m). Como não houve medições contínuas, é necessário estimar os valores intermediários para entender o comportamento do solo ao longo do fuste da estaca.

Para isso, aplicou-se a técnica de interpolação utilizando três abordagens distintas: Resolução por **Sistema de Equações**, **Método de Interpolação de Newton** e **Método de Interpolação de Lagrange**. As estimativas foram calculadas para as profundidades de **2 m**, **4 m** e **5 m**, resultando no seguinte:

Polinômio Interpolador (comum aos três métodos):

$$pn(x) = 101.3333x - 7.0556x^2 + 0.7222x^3$$

Gráfico da Função interpolada:



Usando Interpolação por Sistemas Lineares para descobrir a imagem de 2 metros, 4 metros e 5 metros na função interpolada:

Usando Interpolação por Newton para descobrir a imagem de 2 metros, 4 metros e 5 metros na função interpolada:

Usando Interpolação por Lagrange para descobrir a imagem de 2 metros, 4 metros e 5 metros na função interpolada:

```
* INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 1.000000; f(x) = 95.000000
  x = 3.000000; f(x) = 260.000000
  x = 6.000000; f(x) = 510.000000
[2] POLINÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
  L_0(x) = 1-1.5*X+0.5555556*X^2-0.0555556*X^3
  L 1(x) = 1.8*X-0.9*X^2+0.1*X^3
  L_2(x) = -0.3333333*X+0.3888889*X^2-0.0555556*X^3
  L_3(x) = 0.0333333*X-0.0444444*X^2+0.01111111*X^3
[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:
 101.33333X -7.0555556X^2 +0.7222222X^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(2.00) = 180.222222
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 338.666667
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(5.00) = 420.555556
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ******
```

Estimativas de Pressão (kPa):

Profundidade (m)	Pressão Estimada (kPa)
2	180.22
4	338.67
5	420.56

Em conclusão, a interpolação permitiu obter estimativas coerentes e consistentes com os dados observados, utilizando três métodos diferentes que convergiram para o mesmo resultado. Com isso, é possível traçar um perfil contínuo da pressão de recalque ao longo do fuste da estaca, essencial para validação de modelos geotécnicos e tomada de decisões no dimensionamento de fundações profundas.

Problema 2 - Análise térmica de pavimento recém-aplicado sob variação solar

O monitoramento da **temperatura superficial** de um pavimento recém-aplicado é fundamental para prever sua **cura**, **expansibilidade térmica e segurança no tráfego**. Em um estudo experimental, foram registradas temperaturas em horários estratégicos ao longo do dia. Para estimar o comportamento térmico em intervalos não medidos, aplica-se a interpolação.

Horário (h)	Temperatura (°C)
8	25
10	36
12	47
15	55

Objetivo: Estimar a temperatura às 9h30, 13h e 14h, analisando a curva térmica de exposição ao longo do tempo.

Durante o monitoramento da temperatura superficial de um pavimento, foram obtidos dados da temperatura com base no horário (8h, 10h, 12h e 15h). Como não houve medições contínuas, é necessário estimar os valores intermediários para entender o comportamento térmico ao longo do dia.

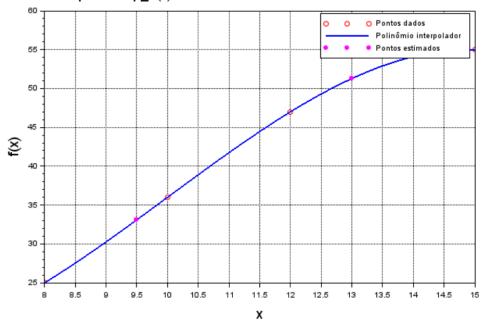
Para isso, aplicou-se a técnica de interpolação utilizando três abordagens distintas: Resolução por **Sistema de Equações**, **Método de Interpolação de Newton** e **Método de Interpolação de Lagrange**. As estimativas foram calculadas para os horários de **9h30**, **13h** e **15h**, resultando no seguinte:

Polinômio Interpolador (comum aos três métodos):

$$pn(x) = 58.714286 - 18.461905 * x + 2.4285714 * x^2 - 0.0809524 * x^3$$

Gráfico da Função interpolada:

Polinômio Interpolador: $p_n(x) = 58.714286-18.461905*x+2.4285714*x^2-0.0809524*x^3$



Usando Interpolação por Sistemas Lineares para descobrir a imagem de 9h30, 13 horas e 15 horas na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 8.000000; f(x) = 25.000000
  x = 10.000000; f(x) = 36.000000
  x = 12.000000; f(x) = 47.000000
  x = 15.000000; f(x) = 55.000000
[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:
                  512.
1000.
       8.
             64.
  1.
      8. 64.
10. 100.
  1.
  1. 12. 144. 1728.
      15. 225. 3375.
[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
  a0 = 58.714286
  al = -18.461905
  a2 = 2.428571
  a3 = -0.080952
[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:
 58.714286 -18.461905x +2.4285714x^2 -0.0809524x^3
[5] VALOR APROXIMADO: p(9.50) = 33.098214
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[5] VALOR APROXIMADO: p(13.00) = 51.285714
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[5] VALOR APROXIMADO: p(14.00) = 54.114286
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
**** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES ****
```

Usando Interpolação por Lagrange para descobrir a imagem de 9h30, 13 horas e 15 horas na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 8.000000; f(x) = 25.000000
  x = 10.000000; f(x) = 36.000000
  x = 12.000000; f(x) = 47.000000
  x = 15.000000; f(x) = 55.000000
[2] POLTNÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
  L 0(x) = 32.142857 - 8.0357143 \times X + 0.6607143 \times X^2 - 0.0178571 \times X^3
  L 1(x) = -72+19.8*X-1.75*X^2+0.05*X^3
  L_2(x) = 50-14.583333*X+1.375*X^2-0.0416667*X^3
  L_3(x) = -9.1428571+2.8190476*X-0.2857143*X^2+0.0095238*X^3
[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:
  58.714286 -18.461905X +2.4285714X^2 -0.0809524X^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(9.50) = 33.098214
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(13.00) = 51.285714
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(14.00) = 54.114286
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ******
```

Usando Interpolação por Newton para descobrir a imagem de 9h30, 13 horas e 15 horas na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 8.000000; f(x) = 25.000000
  x = 10.000000; f(x) = 36.000000
  x = 12.000000; f(x) = 47.000000
  x = 15.000000; f(x) = 55.000000
[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
  a_0 = 25.000000
  a_1 = 5.500000
  a_2 = 0.000000
  a 3 = -0.080952
[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:
 58.714286 -18.461905x +2.4285714x^2 -0.0809524x^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(9.50) = 33.098214
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(13.00) = 51.285714
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(14.00) = 54.114286
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ******
```

Tabela de Temperatura (em celsius):

Horário (h)	Temperatura (°C)
9h30	33.090214
13h	51.285714
15h	54.114286

A curva térmica mostra um crescimento acelerado da temperatura até por volta das 13h, com um aumento expressivo entre 9h30 (33,09 °C) e 13h (51,29 °C), seguido por uma elevação mais suave até 15h (54,11 °C), indicando que o aquecimento do pavimento atinge um pico e tende à estabilização nas horas posteriores.

A interpolação aplicada a esse problema oferece uma visão detalhada da curva térmica ao longo do tempo, fornecendo subsídios técnicos para engenheiros e projetistas de pavimentos.

Problema 3 - Estimativa de altura d'água em reservatório com falhas de sensores

Sistemas de controle de nível em reservatórios utilizam sensores em posições fixas para monitorar a altura da lâmina d'água. Contudo, falhas em sensores intermediários exigem o uso de interpolação com os valores disponíveis, a fim de estimar com segurança os níveis em instantes não monitorados.

Tempo (min)	Altura (m)
0	0,0
5	1,4
10	2,6
20	5.3

Objetivo: Estimar a altura da lâmina d'água nos instantes **12 e 17 minutos**, avaliando se o comportamento do enchimento é predominantemente **linear** ou apresenta **aceleração**.

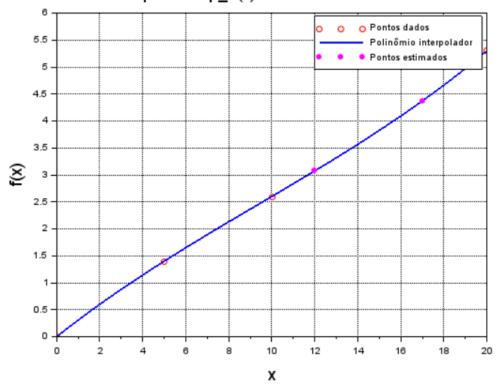
Durante o monitoramento da altura da lâmina d'água em um sistema de controle de nível em reservatórios por sensores, foram obtidos dados da altura com base no tempo em minutos (0 minutos, 5 minutos, 10 minutos, 20 minutos). Como não houve medições contínuas, é necessário estimar os valores intermediários para entender o comportamento da altura da lâmina d'água nos determinados instantes.

Polinômio Interpolador (comum aos três métodos):

$$pn(x) = 0.315 * x - 0.0085x^{2} + 0.0003x^{3}$$

Gráfico da Função interpolada:

Polinômio Interpolador: $p_n(x) = 0.315*x-0.0085*x^2+0.0003*x^3$



Usando Interpolação por Sistemas Lineares para descobrir a imagem dos instantes 12 e 17 minutos na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000; f(x) = 0.000000
  x = 5.000000; f(x) = 1.400000
  x = 10.000000; f(x) = 2.600000
  x = 20.000000; f(x) = 5.300000
[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:
            0.
            25.
                   125.
  1. 5.
                   1000.
       10. 100.
20. 400.
  1.
                    8000.
[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
  a0 = 0.000000
  a1 = 0.315000
  a2 = -0.008500
  a3 = 0.000300
[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:
 0.315x -0.0085x^2 +0.0003x^3
[5] VALOR APROXIMADO: p(12.00) = 3.074400
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[5] VALOR APROXIMADO: p(17.00) = 4.372400
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
***** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES *****
```

Usando Interpolação por Lagrange para descobrir a imagem dos instantes 12 e 17 minutos na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000; f(x) = 0.000000
  x = 5.000000; f(x) = 1.400000
  x = 10.000000; f(x) = 2.600000
  x = 20.000000; f(x) = 5.300000
[2] POLINÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
  L_0(x) = 1-0.35*X+0.035*X^2-0.001*X^3
  L 1(x) = 0.5333333*X-0.08*X^2+0.0026667*X^3
  L 2(x) = -0.2*X+0.05*X^2-0.002*X^3
  L 3(x) = 0.0166667*X-0.005*X^2+0.0003333*X^3
[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:
 0.315X -0.0085X^2 +0.0003X^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(12.00) = 3.074400
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(17.00) = 4.372400
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ******
```

Usando Interpolação Newton para descobrir a imagem dos instantes 12 e 17 minutos na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000; f(x) = 0.000000
  x = 5.000000; f(x) = 1.400000
  x = 10.000000; f(x) = 2.600000
  x = 20.000000; f(x) = 5.300000
[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
  a_0 = 0.000000
  a_1 = 0.280000
  a_2 = -0.004000
  a_3 = 0.000300
[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:
 0.315x -0.0085x^2 +0.0003x^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(12.00) = 3.074400
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(17.00) = 4.372400
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ******
```

Tabela de instantes (em celsius):

Tempo (min)	Altura (m)
12 min	3.074400
17 min	4.372400

Os valores estimados em 12 minutos (3,07 m) e 17 minutos (4,37 m) indicam um crescimento mais rápido da lâmina d'água nos intervalos finais, sugerindo que o enchimento não é linear, mas apresenta aceleração ao longo do tempo.

A interpolação de dados nesse contexto é fundamental para compensar falhas nos sensores e manter o controle eficaz sobre o enchimento do reservatório. Além de fornecer valores aproximados nos tempos não medidos, a análise do perfil de crescimento contribui para decisões operacionais e pode indicar necessidade de manutenção preventiva em sensores.

Problema 4 - Previsão de consumo de memória com aumento do tamanho de entrada

Ao avaliar a eficiência de algoritmos de ordenação em um software de visualização de dados, foi observada a relação entre o **tamanho da entrada** (em kilobytes) e o **consumo de memória** (em megabytes). A previsão do consumo para tamanhos não testados pode orientar a alocação dinâmica de recursos em tempo de execução.

Tamanho (kB)	Memória (MB)
100	30,5
200	45,0
400	70,2
800	120,0

Objetivo: Estimar o uso de memória para entradas de 300 kB e 600 kB, utilizando interpolação polinomial. Além disso, pretende-se analisar a tendência de crescimento do uso de memória com o aumento do tamanho da entrada.

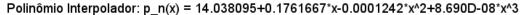
Durante o monitoramento da eficiência dos algoritmos de ordenação no software de visualização de dados, foi observada uma relação entre o tamanho da entrada em kilobytes (100 kB, 200 kB 400 kB, 800 kB) e o consumo de memória (em megabytes). Como não houve medições contínuas, é necessário estimar os valores intermediários para entender o comportamento da memória com determinado tamanho da entrada.

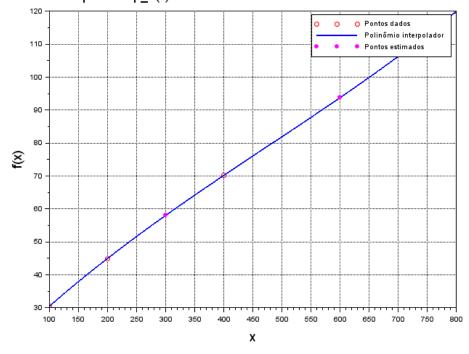
Polinômio Interpolador (comum aos três métodos):

$$p_n(x) = 14.038095 + 0.1761667 * x - 0.0001242 * x^2 + 8.6900D - 08 * x^3$$

Gráfico da Função interpolada:

Janela gráfica número 0





Usando Interpolação por Sistemas de Equações para descobrir a imagem dos tamanhos de entrada 300 e 600 kilobytes na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 100.000000; f(x) = 30.500000
  x = 200.000000; f(x) = 45.000000
  x = 400.000000; f(x) = 70.200000
  x = 800.000000; f(x) = 120.000000
[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:
   1. 100. 10000. 1000000.
  1. 200. 40000. 8000000.
1. 400. 160000. 64000000.
1. 800. 640000. 5.120D+08
[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
  a0 = 14.038095
  a1 = 0.176167
  a2 = -0.000124
  a3 = 0.000000
[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:
 14.038095 +0.1761667x -0.0001242x^2 +8.690D-08x^3
[5] VALOR APROXIMADO: p(300.00) = 58.059524
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[5] VALOR APROXIMADO: p(600.00) = 93.809524
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
***** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES *****
```

Usando Interpolação por Lagrange para descobrir a imagem dos tamanhos de entrada 300 e 600 kilobytes na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 100.000000; f(x) = 30.500000
  x = 200.000000; f(x) = 45.000000
  x = 400.000000; f(x) = 70.200000
  x = 800.000000; f(x) = 120.000000
[2] POLINÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
  L 0(x) = 3.047619-0.0266667*X+0.0000667*X^2-4.762D-08*X^3
  L 1(x) = -2.6666667 + 0.0366667 \times X - 0.0001083 \times X^2 + 8.333D - 08 \times X^3
  L 2(x) = 0.6666667 - 0.0108333 \times X + 0.0000458 \times X^2 - 4.167D - 08 \times X^3
  L 3(x) = -0.047619+0.0008333*X-0.0000042*X^2+5.952D-09*X^3
[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:
 14.038095 +0.1761667X -0.0001242X^2 +8.690D-08X^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(300.00) = 58.059524
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(600.00) = 93.809524
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ******
```

Usando Interpolação por Newton para descobrir a imagem dos tamanhos de entrada 300 e 600 kilobytes na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 100.000000; f(x) = 30.500000
  x = 200.000000; f(x) = 45.000000
  x = 400.000000; f(x) = 70.200000
  x = 800.000000; f(x) = 120.000000
[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
  a 0 = 30.500000
  a_1 = 0.145000
  a 2 = -0.000063
  a 3 = 0.000000
[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:
  14.038095 +0.1761667x -0.0001242x^2 +8.690D-08x^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(300.00) = 58.059524
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(600.00) = 93.809524
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ******
```

Tabela de instantes (em celsius):

Tamanho (kB)	Memória (MB)
300 kB	58.059524 MB
600 kB	93.809524 MB

A tendência de crescimento do uso de memória é não linear, pois os valores interpolados (58,06 MB para 300kB e 93,81 MB para 600 kB) crescem mais rapidamente do que o tamanho da entrada, indicando um comportamento acelerado do consumo com o aumento dos dados.

Problema 7 — Estimativa de falhas em cluster de servidores

A confiabilidade de clusters distribuídos pode ser modelada com base na frequência de falhas em função do tempo de operação contínua. Em um estudo real, foram registradas falhas ao longo de diferentes dias de **uptime**. A interpolação torna-se uma ferramenta útil para prever comportamentos em intervalos não amostrados, auxiliando na manutenção preventiva e no balanceamento de carga.

Tempo (dias)	Falhas registradas
1	1
3	3
6	6
10	11

Objetivo: Estimar o número de falhas esperadas nos dias **4** e **8**, avaliando se o comportamento observado tende a ser **linear** ou **exponencial**.

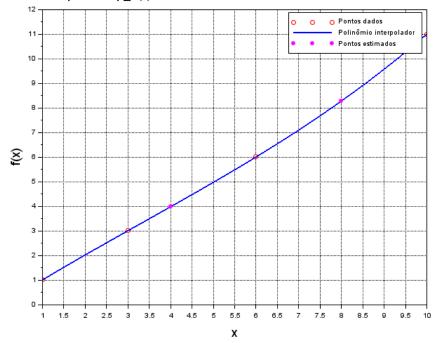
Durante o monitoramento das falhas na confiabilidade ao longo de diferentes dias de **uptime**, foi observada uma relação entre os dias (1 dia, 3 dias, 6 dias, 10 dias) e o número de falhas registradas. Como não houve medições contínuas, é necessário estimar os valores intermediários para entender o comportamento das falhas com determinado número de dia.

Polinômio Interpolador (comum aos três métodos):

$$p_n(x) = -0.0714286 + 1.1071429 * x - 0.0396825 * x^2 + 0.0039683 * x^3$$

Gráfico da Função interpolada:

Polinômio Interpolador: $p_n(x) = -0.0714286 + 1.1071429 \times -0.0396825 \times ^2 + 0.0039683 \times ^3$



Usando Interpolação por Sistemas de Equações para estimar as falhas esperadas nos dias 4 e 8 na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 1.000000; f(x) = 1.000000
  x = 3.0000000; f(x) = 3.0000000
  x = 6.000000; f(x) = 6.000000
  x = 10.000000; f(x) = 11.000000
[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:
             1.
       1.
  1.
                    1.
            9.
  1. 3.
                   27.
            36.
                   216.
  1. 6.
      10. 100. 1000.
  1.
[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
  a0 = -0.071429
  a1 = 1.107143
  a2 = -0.039683
  a3 = 0.003968
[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:
 -0.0714286 +1.1071429x -0.0396825x^2 +0.0039683x^3
[5] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 3.976190
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[5] VALOR APROXIMADO: p(8.00) = 8.277778
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
***** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES *****
```

Usando o Método de Lagrange para estimar as falhas esperadas nos dias 4 e 8 na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 1.000000; f(x) = 1.000000
  x = 3.000000; f(x) = 3.000000
  x = 6.000000; f(x) = 6.000000
  x = 10.0000000; f(x) = 11.0000000
[2] POLINÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
  L 0(x) = 2-1.2*X+0.21111111*X^2-0.01111111*X^3
  L 1(x) = -1.4285714+1.8095238*X-0.4047619*X^2+0.0238095*X^3
  L 2(x) = 0.5-0.7166667*X+0.2333333*X^2-0.0166667*X^3
  L_3(x) = -0.0714286+0.1071429*X-0.0396825*X^2+0.0039683*X^3
[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:
 -0.0714286 +1.1071429X -0.0396825X^2 +0.0039683X^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 3.976190
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(8.00) = 8.277778
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ******
```

Usando o Método de Newton para estimar as falhas esperadas nos dias 4 e 8 na função interpolada:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 1.0000000; f(x) = 1.0000000
  x = 3.000000; f(x) = 3.000000
  x = 6.000000; f(x) = 6.000000
  x = 10.000000; f(x) = 11.000000
[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
  a 0 = 1.000000
  a 1 = 1.000000
  a 2 = 0.0000000
  a 3 = 0.003968
[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:
 -0.0714286 +1.1071429x -0.0396825x^2 +0.0039683x^3
[4] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 3.976190
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
[4] VALOR APROXIMADO: p(8.00) = 8.277778
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%
****** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ******
```

Tabela de Tempo (em dias):

Tempo (dias)	Falhas registradas
4	3.976190
8	8.277778

Os valores estimados para os dias 4 (3,98 falhas) e 8 (8,28 falhas) mostram um aumento consistente, porém mais acentuado nos últimos dias, sugerindo que o crescimento do número de falhas tende a ser exponencial, e não linear.

2. AJUSTE POLINOMIAL

Problema 11 - Modelagem da dinâmica de absorção de nitrato de sódio por fungos em videiras

O controle de patógenos em videiras exige compreender a cinética de absorção de compostos antifúngicos. Um experimento foi conduzido para medir a concentração de nitrato de sódio (NaNO₂) absorvida ao longo do tempo por colônias de fungos em meio controlado.

Tempo (h)	NaNO ₂ (C)
0	0,64
1	0,64
2	0,64
3	1,17
4	2,31
5	3,33
6	5,08
7	6,06
8	7,05
9	7,50
10	7,78
11	7,83
12	7,97
13	8,00

Objetivo: Ajustar modelos polinomiais de 1ª e 2ª ordem aos dados, avaliar o coeficiente de determinação (R²) e discutir o comportamento de estabilização da concentração com o tempo.

Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

• Polinômio ajustado de primeira ordem:

- Coeficiente de determinação (R2): 0,9284
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 9,3775

O modelo de 1ª ordem apresenta um bom ajuste inicial, com R² elevado, mas não representa bem a fase de estabilização da concentração após 10 horas. O crescimento é considerado linear, o que subestima a tendência de saturação observada nos dados experimentais.

```
[1] TABELA DE DADOS:

x = 0.000000 y(x) = 0.640000

x = 1.000000 y(x) = 0.640000

x = 2.000000 y(x) = 0.640000

x = 3.000000 y(x) = 1.170000

x = 4.000000 y(x) = 2.310000

x = 5.000000 y(x) = 3.330000

x = 6.000000 y(x) = 5.080000

x = 7.000000 y(x) = 5.080000

x = 8.000000 y(x) = 7.050000

x = 9.000000 y(x) = 7.780000

x = 10.000000 y(x) = 7.780000

x = 11.000000 y(x) = 7.780000

x = 12.000000 y(x) = 7.970000

x = 13.000000 y(x) = 7.970000

x = 13.000000 y(x) = 8.000000

[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

14. 91. 819.
91. 819. 8281.
819. 8281. 89271.

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

66.
591.69
5897.5700

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:

a_0 - -0.634000

a_1 - 1.065121

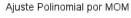
a_2 - -0.026923

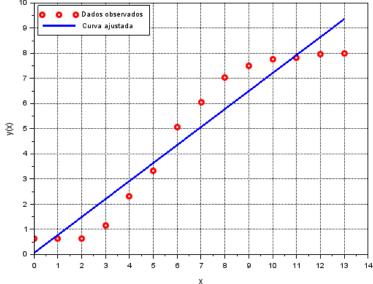
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

-0.634 +1.0651209x -0.0269231x^2

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 7.266758

[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R*: 0.942199
```





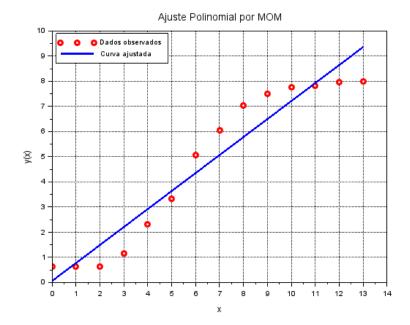
• Polinômio ajustado de Segunda ordem:

$$p_n(x) = -0.634 + 1.0612x - 0.0267x^2$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0,9422
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 7,2668

O modelo de 2ª ordem apresenta um ajuste mais preciso, com menor erro residual e maior R², indicando que a curva se aproxima melhor da realidade. O termo quadrático negativo evidencia uma tendência de desaceleração na taxa de absorção — compatível com o comportamento de saturação típico de processos biológicos.

```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000 y(x) = 0.640000
  x = 1.000000 y(x) = 0.640000
  x = 2.000000 y(x) = 0.640000
  x = 3.000000 y(x) = 1.170000
  x = 4.000000 y(x) = 2.310000
                y(x) = 3.330000
               y(x) = 5.080000
  x = 6.000000
                y(x) = 6.060000
  x = 7.000000
  x = 10.000000 y(x) = 7.780000
  x = 12.000000 y(x) = 7.970000
  x = 13.000000 y(x) = 8.000000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
  14.
  819. 8281. 89271.
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  591.69
  5897.5700
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a_0 - -0.634000
  a_1 - 1.065121
  a_2 - -0.026923
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 -0.634 +1.0651209x -0.0269231x^2
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 7.266758
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.942199
****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ******
```



Problema 12 - Influência do teor de umidade na densidade de biomassa para biodiesel

A massa específica da biomassa influencia diretamente o transporte, o armazenamento e o rendimento na produção de biodiesel. Os dados referem-se a diferentes teores de umidade, expressos em base seca (b.s.), obtidos em laboratório.

Teor de água (b.s.)	Massa específica (kg/m)
0,08	933
0,14	1011
0,244	988
0,35	1025
0,43	1018
0,53	1012
0,57	963

Objetivo: Ajustar modelos polinomiais de 2ª e 3ª ordem aos dados e analisar o grau de não linearidade na relação entre o teor de umidade e a massa específica da biomassa.

Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

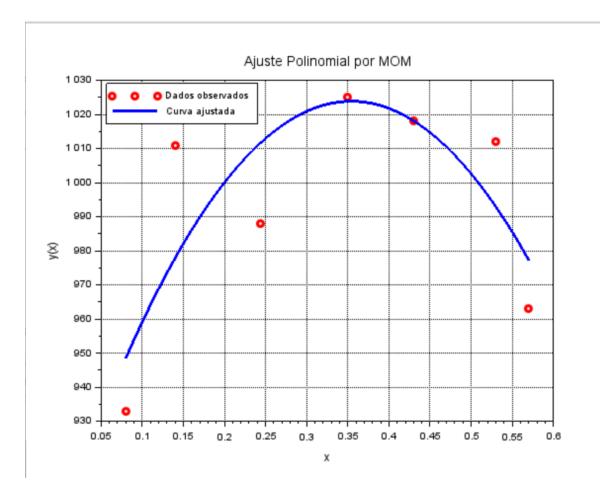
• Polinômio ajustado de segunda ordem:

$$p_n(x) = 898,05504 + 709,99736x - 1001,8854x^2$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0,6404
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 2466,78

O modelo de 2ª ordem sugere uma curvatura leve na relação entre o teor de umidade e a massa específica, mas apresenta um **R² relativamente baixo**, indicando que a variabilidade dos dados não é totalmente capturada pela parábola ajustada.

```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.080000 y(x) = 933.000000
  x = 0.140000 y(x) = 1011.000000
  x = 0.244000 y(x) = 988.000000
  x = 0.350000 y(x) = 1025.000000
  x = 0.430000 y(x) = 1018.000000
  x = 0.530000 y(x) = 1012.000000
  x = 0.570000 y(x) = 963.000000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
  7.
           2.344
                    0.998736
  2.344 0.998736 0.4742348
  0.998736 0.4742348 0.2376287
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  6950.
  2339.0120
  995.54857
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a 0 - 898.055036
  a 1 - 709.997357
  a 2 - -1001.885436
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 898.05504 +709.99736x -1001.8854x^2
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 2466.776892
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.640352
****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ******
```



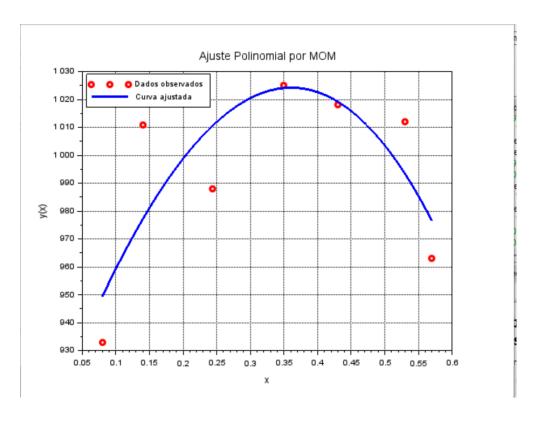
Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

• Polinômio ajustado de terceira ordem:

$$p_n(x) = 903,71876 + 629,27541x - 711,91266x^2 - 295,29687x^3$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0,6410
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 2462,16

O modelo cúbico permite maior flexibilidade para representar oscilações nos dados, especialmente em regiões de inflexão. Apesar disso, o ganho em precisão foi muito pequeno em relação ao modelo de 2ª ordem, o que mostra que a relação entre teor de água e massa específica apresenta comportamento moderadamente não linear, porém não exige modelos altamente complexos.



```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.080000 y(x) = 933.000000
  x = 0.140000 y(x) = 1011.000000
  x = 0.244000 y(x) = 988.000000
  x = 0.350000 y(x) = 1025.000000
  x = 0.430000 y(x) = 1018.000000
  x = 0.530000 y(x) = 1012.000000
  x = 0.570000 y(x) = 963.000000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
                       0.998736 0.4742348
             2.344
                       0.4742348 0.2376287
  2.344
            0.998736
           0.4742348 0.2376287 0.1228637
  0.998736
            0.2376287 0.1228637
                                   0.0648393
  0.4742348
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  6950.
  2339.0120
 995.54857
  471.49373
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a_0 - 903.718756
  a_1 - 629.275407
  a_2 - -711.912659
  a_3 - -295.296869
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
```

```
903.71876 +629.27541x -711.91266x^2 -295.29687x^3

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 2462.164691

[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.641024

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

Problema 13 - Simulação térmica da parede de concreto exposta a fonte de calor constante

A evolução térmica em paredes de concreto submetidas a calor intenso influencia decisões relacionadas ao isolamento térmico e à segurança estrutural. Os dados foram coletados no centro da parede durante um experimento de 7 horas.

Tempo (h)	Temperatura (C)
0	20,0
1	22,5
2	26,8
3	31,0
4	36,5
5	42,0
6	45,5
7	47,2

Objetivo: Ajustar modelos polinomiais de 2ª e 3ª ordem aos dados experimentais e discutir o regime de aquecimento e a possível tendência à estabilização da temperatura (saturação térmica).

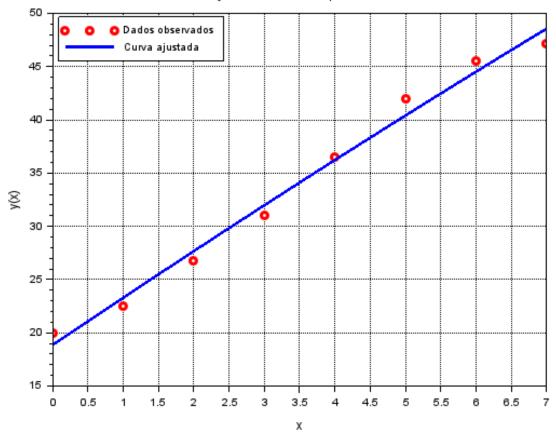
Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

Polinômio ajustado de segunda ordem:

$$p_n(x) = 18,854167 + 4,473214x - 0,032738x^2$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0,988095
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 9,117202

Ajuste Polinomial por MOM



```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000 y(x) = 20.000000
  x = 1.000000 y(x) = 22.500000
  x = 2.000000 y(x) = 26.800000
  x = 3.000000 y(x) = 31.000000
  x = 4.000000 y(x) = 36.500000
  x = 5.000000 y(x) = 42.000000
  x = 6.000000 y(x) = 45.500000
  x = 7.000000 y(x) = 47.200000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
               140.
         140.
               784.
  28.
  140. 784.
               4676.
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  271.5
  1128.5
  5993.5
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a_0 - 18.854167
  a 1 - 4.473214
  a 2 - -0.032738
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 18.854167 +4.4732143x -0.0327381x^2
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 9.117202
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.988095
 ***** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM *******
```

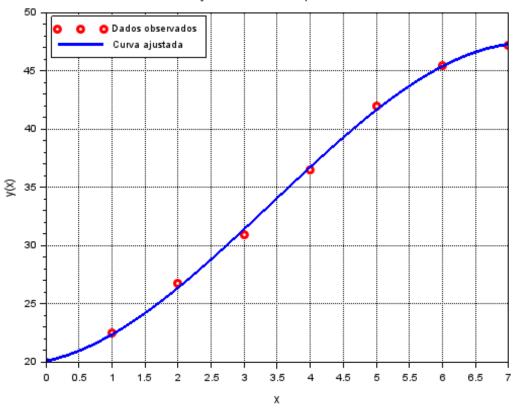
Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

Polinômio ajustado de terceira ordem:

```
p_n(x) = 20,113636 + 1,174603x + 1,226731x^2 - 0,119949x^3
```

- Coeficiente de determinação (R2): 0,959255
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 0,570801

Ajuste Polinomial por MOM



```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000 y(x) = 20.000000
  x = 1.000000 y(x) = 22.500000
  x = 2.000000 y(x) = 26.800000
  x = 3.000000 y(x) = 31.000000
  x = 5.000000 y(x) = 42.000000
  x = 6.000000 y(x) = 45.500000
  x = 7.000000 y(x) = 47.200000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
                        784.
                       4676.
  140. 784. 4676. 29008.
  784. 4676. 29008. 184820.
3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  5993.5
  34677.5
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a 0 - 20.113636
  a 1 - 1.174603
 a 2 - 1.226732
  a_3 - -0.119949
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 20.113636 +1.1746032x +1.2267316x^2 -0.1199495x^3
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.570801
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.999255
****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM *******
```

O modelo de **2ª ordem** possui um R² maior, indicando um bom ajuste geral. No entanto, o modelo de **3ª ordem** apresenta uma **SSR muito menor**, revelando melhor precisão na aproximação ponto a ponto. Além disso, o termo cúbico permite observar com mais clareza a **tendência de estabilização da temperatura**, típica de materiais sujeitos à **saturação térmica** após longos períodos de exposição ao calor.

Problema 14 - Modelagem do assentamento do solo por adensamento ao longo do tempo

O controle da resistência do concreto é fundamental para liberar estruturas para carga de forma segura. A tabela apresenta os resultados de resistência à compressão obtidos em diferentes idades de cura durante o ensaio dos corpos de prova.

Dias	Assentamento (mm)
0	0,0
5	2,8
10	4,9
20	7,6
30	9,0
45	9,8
60	10,2

Objetivo: Ajustar modelos polinomiais de 2ª e 3ª ordem e interpretar o comportamento de longo prazo do solo, identificando possíveis estabilizações ou tendências de continuidade no assentamento.

Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

Polinômio ajustado de segunda ordem:

$$p_n(x) = -0.0044016x^2 + 0.4173895x + 0.6249996$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0.983040
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 1.532035

O alto valor de R^2(98.30%) indica que o polinômio de 2ª ordem explica bem a variação dos dados. O polinômio sugere um comportamento parabólico, com um ponto de máximo (assentamento máximo) devido ao coeficiente negativo de x^2

```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000 y(x) = 0.000000
  x = 5.000000 y(x) = 2.800000

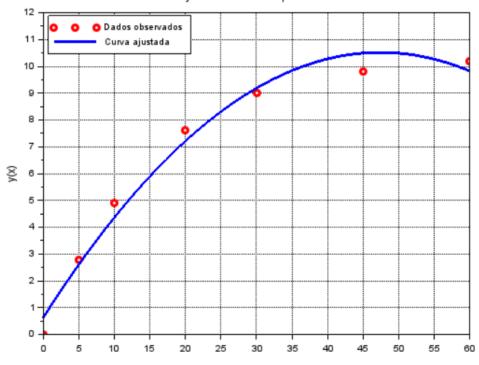
x = 10.000000 y(x) = 4.900000

x = 20.000000 y(x) = 7.600000
   x = 30.000000 y(x) = 9.000000
  x = 45.000000 y(x) = 9.800000

x = 60.000000 y(x) = 10.200000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
   7.
            170.
                       7050.
  170.
           7050.
                       343250.
   7050. 343250. 18041250.
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
   44.3
   1538.
   68265.
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - 0.625000
   a_1 - 0.417390
   a_2 - -0.004402
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 0.6249996 +0.4173895x -0.0044016x^2
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 1.532035
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.983040
```

****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ******

Ajuste Polinomial por MOM



Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

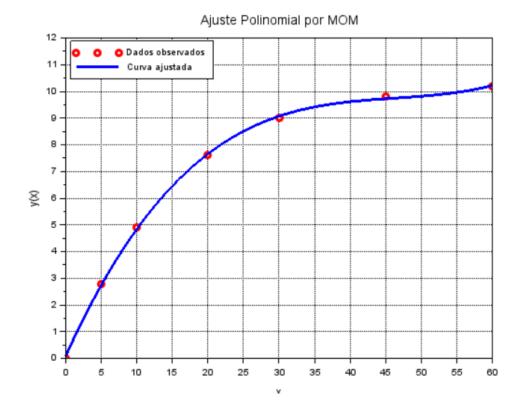
• Polinômio ajustado de terceira ordem:

```
p_n(x) = 0.000089x^3 - 0.0123608x^2 + 0.5906921x + 0.0720677
```

- Coeficiente de determinação (R2): 0.999683
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 0.028658

O valor de R^2 (99.97%) é ainda mais alto, indicando um ajuste quase perfeito aos dados e o polinômio de 3ª ordem captura melhor a tendência dos dados, especialmente para idades mais avançadas.

```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 0.000000 y(x) = 0.000000
  x = 5.000000 y(x) = 2.800000
  x = 10.000000 y(x) = 4.900000
  x = 20.000000 y(x) = 7.600000
  x = 30.000000 y(x) = 9.000000
  x = 45.000000 y(x) = 9.800000
  x = 60.000000 y(x) = 10.200000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
          170.
                      7050. 343250.
343250. 18041250.
  170.
          343250. 18041250. 9.897D+08
  7050.
  343250. 18041250. 9.897D+08 5.575D+10
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
  44.3
  1538.
  68265.
  3405275.
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
  a 0 - 0.072068
  a 1 - 0.590692
  a 2 - -0.012361
  a_3 - 0.000089
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 0.0720677 +0.5906921x -0.0123608x^2 +0.0000889x^3
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.028658
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.999683
```



Problema 15 - Evolução da resistência à compressão do concreto com o tempo de cura

O controle da resistência do concreto é fundamental para liberar estruturas para carga de forma segura. A tabela apresenta os resultados de resistência à compressão obtidos em diferentes idades de cura durante o ensaio dos corpos de prova.

Dias de cura	Resistência (MPa)
1	6,2
3	10,3
7	18,7
14	25,5
21	28,1
28	30,2
56	32,0

Objetivo: Ajustar modelos polinomiais de 2ª e 3ª ordem e estimar o ganho de resistência ao longo do tempo de cura, analisando a evolução da curva de resistência.

Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

• Polinômio ajustado de Segunda ordem:

- Coeficiente de determinação (R²): 0.959220
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 24.991439

O valor de R^2 (95.92%) indica que o polinômio de 2ª ordem explica bem a variação dos dados e o polinômio sugere um comportamento parabólico, com um ponto de máximo (resistência máxima) devido ao coeficiente negativo de x^2

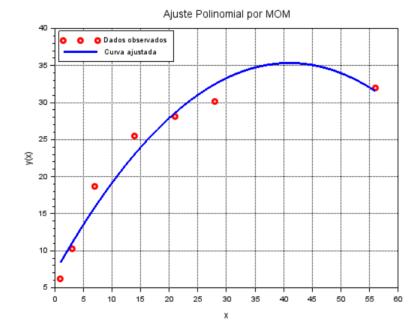
```
[1] TABELA DE DADOS:
  x = 1.000000 y(x) = 6.200000
  x = 3.000000 y(x) = 10.300000

x = 7.000000 y(x) = 18.700000

x = 14.000000 y(x) = 25.500000
  x = 21.000000 y(x) = 28.100000

x = 28.000000 y(x) = 30.200000

x = 56.000000 y(x) = 32.000000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
  130.
           130. 4616.
4616. 209944.
   4616. 209944. 10684532.
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
   151.
  3752.7
  142434.1
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - 7.032167
   a_1 - 1.380794
   a_2 - -0.016839
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 7.0321669 +1.3807937x -0.0168389x^2
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 24.991439
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.959220
****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM *******
```



Com base nos dados coletados tivemos os seguintes resultados

Polinômio ajustado de Terceira ordem:

$$p_n(x) = 0.0007122x^3 - 0.0746173x^2 + 2.4457527x + 3.9960483$$

- Coeficiente de determinação (R2): 0.996064
- Soma dos quadrados dos resíduos (SSR): 2.411939

O valor de R^2 (99.97%) é ainda mais alto, indicando um ajuste quase perfeito aos dados e o polinômio de 3ª ordem captura melhor a tendência dos dados, especialmente para idades mais avançadas.

```
[1] TABELA DE DADOS:
 x = 1.000000 y(x) = 6.200000
 x = 3.000000 y(x) = 10.300000
 x = 7.000000 y(x) = 18.700000
 x = 14.000000 y(x) = 25.500000
 x = 21.000000 y(x) = 28.100000
 x = 28.000000 y(x) = 30.200000
  x = 56.000000 y(x) = 32.000000
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):
          130.
                      4616.
                     209944. 10684532.
 130.
          4616.
          209944.
                     10684532. 5.726D+08
 4616.
 209944. 10684532. 5.726D+08 3.142D+10
[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):
 151.
 3752.7
 142434.1
 6619566.9
[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
 a_0 - 3.996048
  a_1 - 2.445753
 a_2 - -0.074617
 a_3 - 0.000712
[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:
 3.9960483 +2.4457527x -0.0746173x^2 +0.0007122x^3
[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 2.411939
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO Rº: 0.996064
****** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ******
```



