

Encontros Matemáticos apresenta

Computação Quântica

Pedro Maciel Xavier

`pedromxavier@poli.ufrj.br`

19 de novembro de 2019

IM-UFRJ

Computação Digital

bits

Álgebra Booleana

Complexidade e Computabilidade

Transistor

Portas Lógicas

Arquitetura de Von Neuman

Lei de Moore

Parte II

Computação Quântica

Postulados

Trapped-ion

Algoritmos

Teletransporte Quântico

Teorema da não-clonagem

Fótons

Caminhadas Quânticas

Computação Topológica

Nós

Ânions

Computação Adiabática

Fim?

Material

Bibliografia

[illegible]

0101101

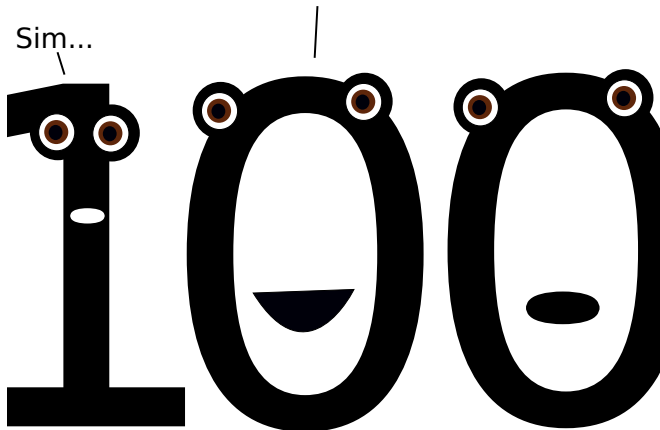
1101001

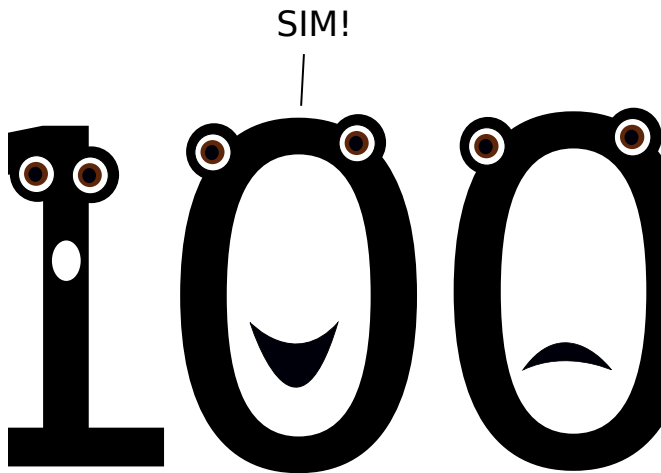
1110100



Finalmente! É o meu grande dia!

Sim...





A problem has been detected and windows has been shut down to prevent damage to your computer.

The problem seems to be caused by the following file: SPCMDCON.SYS

PAGE_FAULT_IN_NONPAGED_AREA

If this is the first time you've seen this stop error screen, restart your computer. If this screen appears again, follow these steps:

Check to make sure any new hardware or software is properly installed. If this is a new installation, ask your hardware or software manufacturer for any windows updates you might need.

If problems continue, disable or remove any newly installed hardware or software. Disable BIOS memory options such as caching or shadowing. If you need to use Safe Mode to remove or disable components, restart your computer, press F8 to select Advanced Startup Options, and then select Safe Mode.

Technical information:

*** STOP: 0x00000050 (0xFD3094C2,0x00000001,0xFBFE7617,0x00000000)

*** SPCMDCON.SYS - Address FBFE7617 base at FBFE5000, DateStamp 3d6dd67c

Computação Digital

Sobre os *bits*:

- Eles moram em \mathbb{Z}_2
- Realizamos operações *Booleanas* com eles: \neg , \wedge , \vee , \oplus .
- Formam vetores em \mathbb{Z}_2^n , onde cada $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{Z}_2^n$ representa um valor entre $00\dots 0 = 0$ e $11\dots 1 = 2^n - 1$.

Álgebra Booleana



George Boole

1815 - 1864



Augustus De Morgan

1806 - 1871



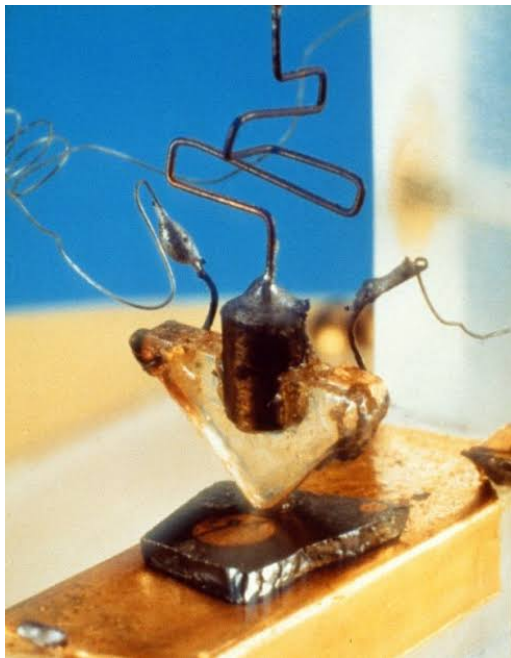
Alonzo Church



Alan Turing

Definição. (*Complexidade Assintótica*)

Seja um problema com entrada de tamanho n , ...





Arquitetura de Von Neuman



John Von
Neuman

1903 - 1957

Our World
in Data

Licensed under [CC-BY-SA](#) by the author Max Roser.



Gordon Moore
Intel, 1965



Richard Feynman

1918 - 1988

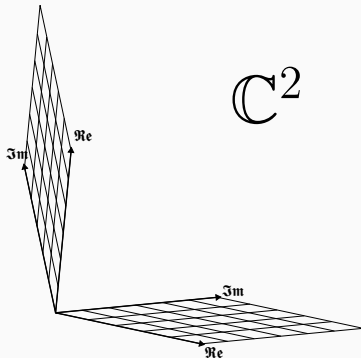
Computação Quântica

Postulados

Postulado. (*Representação*)

$$|\Psi\rangle \in \mathbb{C}^2$$

$$(\mathbf{x} \in \mathbb{C}^2)$$



Postulados

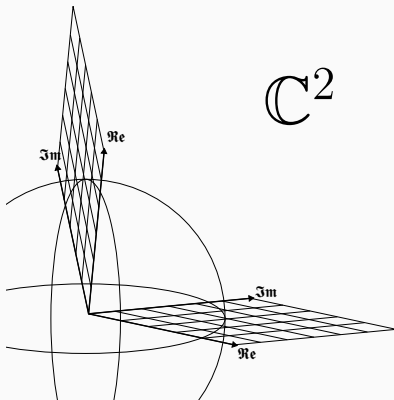
Postulado. (*Representação*)

$$|\Psi\rangle \in \mathbb{C}^2$$

$$(\mathbf{x} \in \mathbb{C}^2)$$

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$$

$$(\mathbf{x}^\dagger \mathbf{x} = 1)$$



Postulado. (*Composição*)

Um sistema é descrito pela composição dos estados que o representam, que se dá através do *produto tensorial*.

$$|\Psi\rangle \otimes |\Phi\rangle \equiv |\Psi\Phi\rangle$$

Definição. (*Produto de Kronecker*)

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ b & \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ ay \\ bx \\ by \end{bmatrix}$$

Definição. (*Base Computacional*)

A *Base Computacional* é determinada pelos estados ortogonais $|0\rangle$ e $|1\rangle$, definidos por

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Chamaremos estes estados de *qubits*!

Definição. (*Base Computacional*)

A *Base Computacional* é determinada pelos estados ortogonais $|0\rangle$ e $|1\rangle$, definidos por:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Postulado. (*Evolução*)

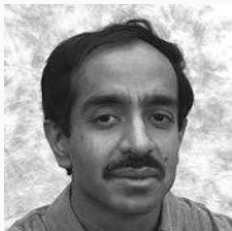
A evolução de um sistema se dá por meio de operadores unitários U

Uma nota sobre reversibilidade

$$\Delta S > KT \log 2$$

Oi íon aprisionado

Algoritmo de Grover



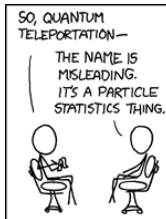
Lov Grover

Bell Labs

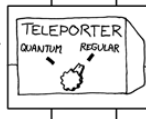


Peter Shor

MIT



SO IT'S NOT LIKE STAR TREK? THAT'S BORING.



Teorema. (*Não-Clonagem*)

Não é possível fazer uma cópia de um estado quântico.

Teorema da não-clonagem

Prova.

Vamos supor que existe um operador unitário U capaz de clonar um estado $|\Psi(t)\rangle = \alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle$ qualquer, isto é:

$$U(|\Psi\rangle \otimes |\xi\rangle) = |\Psi\rangle \otimes |\Psi\rangle$$

Assim:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle \otimes |\xi\rangle &= (\alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle) \otimes |\xi\rangle \\ &= \alpha |\uparrow\rangle \otimes |\xi\rangle + \beta |\downarrow\rangle \otimes |\xi\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore U(|\Psi\rangle \otimes |\xi\rangle) &= U(\alpha |\uparrow\rangle \otimes |\xi\rangle + \beta |\downarrow\rangle \otimes |\xi\rangle) \\ &= \alpha U(|\uparrow\rangle \otimes |\xi\rangle) + \beta U(|\downarrow\rangle \otimes |\xi\rangle) \\ &= \alpha |\uparrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle \end{aligned}$$

Teorema da não-clonagem

Por outro lado:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle \otimes |\Psi\rangle &= (\alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle) \otimes (\alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle) \\ &= \alpha^2 |\uparrow\uparrow\rangle + \alpha\beta(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) + \beta^2 |\downarrow\downarrow\rangle \end{aligned}$$

$$| \rangle = \frac{| \rangle + | \rangle}{\sqrt{2}}$$

$$| \rangle = \frac{| \rangle + | \rangle}{\sqrt{2}}$$

Computação Topológica

Computação Adiabática

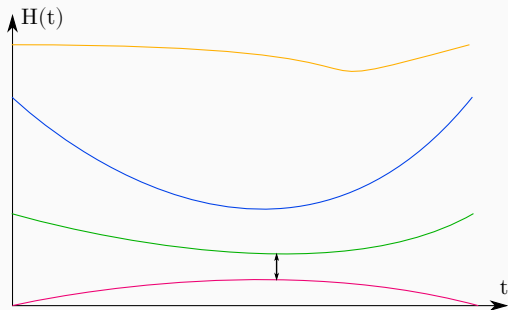
$$H |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t}$$

Teorema Adiabático

Teorema Adiabático

Teorema Adiabático

$$H(t) = -\frac{A(t)}{2} \sum_i h_i \cdot X |s_i\rangle \\ + \frac{B(t)}{2} \left(\sum_i h_i \cdot Z |s_i\rangle + \sum_{i < j} J_{i,j} \cdot Z |s_i\rangle \otimes Z |s_j\rangle \right)$$



Fim?



Introduction to topological quantum computation with non-Abelian anyons, FIELD, B. & SIMULA, T., School of Physics and Astronomy, Monash University, Victoria 3800, Australia.

