

Encontros Matemáticos apresenta

# Computação Quântica

---

Pedro Maciel Xavier

`pedromxavier@poli.ufrj.br`

19 de novembro de 2019

IM-UFRJ



# Parte I

Computação

Computabilidade

Complexidade

Computação Digital

Álgebra Booleana

O Bit

Transistor

Portas Lógicas

Memória

Arquitetura de Von Neuman

Lei de Moore

### Computação Quântica

Fenômenos Quânticos

Postulados

Trapped-ion

Algoritmos

Teletransporte Quântico

Teorema da não-clonagem

Fótons

Caminhadas Quânticas

### Computação Topológica

Nós

Ânions

### Computação Adiabática

Teorema Adiabático

Têmpera Quântica

Fim?

Salto Quântico

Supremacia Quântica

Material

Bibliografia

# Computação

---



**Alonzo Church**

1903 - 1955



**Alan Turing**

1912 - 1954

## A Tese de Church-Turing

*Toda função que seria naturalmente computável pode ser computada por uma Máquina de Turing*

Alan Turing

## Definição. (*Máquina de Turing*)

É um computador abstrato definido por  $(Q, q_0, \Gamma, \square, \Sigma, \Omega, \delta)$ , que possui uma fita e um cabeçote de leitura

$Q$ : Um conjunto não-vazio de estados.

$q_0$ : Estado inicial ( $q_0 \in Q$ )

$\Gamma$ : Alfabeto da fita.

$\square$ : Símbolo vazio.

$\Sigma$ : Alfabeto de entrada da máquina. ( $\Sigma \subseteq \Gamma / \{\square\}$ )

$\Omega$ : Conjunto dos códigos de parada.

$\delta$ : Função de Transição,  $\delta : Q / \Omega \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\uparrow, \downarrow\}$



## A Tese de Church-Turing

*Toda função que seria naturalmente computável pode ser computada por uma Máquina de Turing*

Alan Turing

## Definição. (*Complexidade Assintótica*)

Seja  $f : X \subseteq \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$  e  $g : X \subseteq \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  dizemos que

$$f(x) = O(g(x)) \iff \exists M, x_0, \quad |f(x)| \leq M g(x) \quad \forall x > x_0$$

## **Exemplo. (Ordenação de uma lista)**

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

5	2	3	1	4
---	---	---	---	---

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

5

5	2	3	1	4
---	---	---	---	---

1
---

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

5 + 4

5	2	3	4
---	---	---	---

1	2
---	---

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

$$5 + 4 + 3$$

5	3	4
---	---	---

1	2	3
---	---	---

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

$$5 + 4 + 3 + 2$$

5	4
---	---

1	2	3	4
---	---	---	---

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

5
---

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:

Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

5
---

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Mas e se a lista tivesse  $n$  elementos?

## Exemplo. (Ordenação de uma lista)

Dada uma lista de tamanho  $N = 5$ , fazemos o seguinte:  
Procuramos o menor elemento, removemos da lista e acrescentamos em uma nova lista, e assim sucessivamente.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

5
---

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Mas e se a lista tivesse  $n$  elementos?

$$T(n) = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2} \quad (\text{complexidade})$$

Dizemos que este algoritmo tem complexidade  $O(n^2)$ .

# Computação Digital

---

# Álgebra Booleana

## Definição. (*Álgebra Booleana*)

É uma estrutura algébrica  $(\Omega, \vee, \wedge, \neg, 0, 1)$ , com  $0, 1 \in \Omega$ , que satisfazem os Axiomas:

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c \qquad a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c \qquad \text{associatividade}$$

$$a \vee b = a \vee a \qquad a \wedge b = b \wedge a \qquad \text{comutatividade}$$

$$a \vee 0 = a \qquad a \wedge 1 = a \qquad \text{identidade}$$

$$a \vee \neg a = 1 \qquad a \wedge \neg a = 0 \qquad \text{complemento}$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c) \qquad a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \qquad \text{distributividade}$$

$$a \vee (a \wedge b) = a \qquad a \wedge (a \vee b) = a \qquad \text{absorção}$$

# Álgebra Booleana



**George Boole**

1815 - 1864



**Augustus De Morgan**

1806 - 1871

```

10010111000011010101010101010101111101010110001111001010100001010000011000001010001011001001
0100100011111000101000101000010101010110110101100001101010100010001010100000001101111101010010
011001110011100010000110001011111001000010100101001011000100110001010000101001010001110110101001
001100010101000100010010101011110101010000111000000011100010010101010101000011000010101011
101100000011100100011101001010100010100010000001010101010111010101110011100101000100010011
101000000101001000000010101001000101110010100101000000000101010101010010100101001010101010
10101010010100101011100000101111010011110100010101001010100001010101010101010101010101010
10001100000001011100000100101110100001010101010010101010001111100001110101010011111010011110100
10011000000000000000111011010010100000100000110101001001011110100101010101001010100101100101
10001110000010101100011100100010110101111101001010000110010000110100010001000101011111
010100110000010001010010100101000100010011011110111101001010000110010001000001010011
001010000101000111101011101010100100001000101000101010100100101010000001010100101010101
0100100001111010101001010111010101001101000101000101010100010011100010001010010000001
00101111101001010101010101000001000101101011000010100100110000000101011111000101000101100001
101000000001010101110000100010110000101000001000000111010101001110000101010100000110111101010
101000100010000110010101010000110000101000101010101000101011101000101011111001100101010000001000101
1001111010101010100101010101000001011100010001100000001000111010010001010101000100010001
0010111100100100010000101011000001010111001010010100110010010100001111010000001111010100101
01110001001010001000010000010100001010101010100000011001000000000001000010111110000010000
10111100010010100010000000100000101010101010000001100100000000000100001000001011110000010000
10111100000001010101011101001010000101010100001010000010000110111100100101000010100000101
01110100000010101010111010010100001010100101011100100100101010101110101010010000101010
0011010000010010101010101011100100001001000010100000101000001110100010001111010010000010111
0100101101011110000010010000101000101101010100001010101010100100111100000101000101010101
01010010111110010010100100111101101010001000100101011001000001000101000001111001000101
01010010000110000001000011101010100100010011100001000011010100011100010010010101001110011
0101001100001110000001000011101010100100010011100001000011010100011100010010010101001110011
010001001010000000010001010000110101011101010101010011110101010101010101010001000010100
010000011000010001010101010100100101010101010000010001000001000000001000000000100000000
0101000001000111010101000100000001001010111010101010101000000000110000100010010101000101001
001100111010010000100001001000010101010000111001010101010111100111100010000101010101
00110000111100010001000010111010101001011101111000100010001000101010101000001000100010101
010101110101000001010011000000010000101000100000011000001000001010101001001000100010100
0101000011010101000010101000001010000011010100000101001010101010001000001000100100100100
10000101011101000001111010101100001010001011010100000101000010010101011010101000100101010
0010001010000110000011001100010000000001010101000100000100010100000000010000010101010101
1100001010110000010001000000000010000101010010111000010100000001110000100101010100010101
110101000110001000100000011111001000000010101000010101010000000010010101000000000010001
1001001001011100010011000100010101010101000100001001001000100001000100010001001001010011
11010100010110000010101010100101011101010001000101010000101010010000010101000010100001
000100010000101100000100000100001010010101010001010000010101000011101010001010001010101
10101010100000101010010111010100101100001001010010001010011101010111000010101010000011
10100111001010010100111001101010101110101010100101010101110001000100000100001010101010
10000101001010101010010100011111101001010101000100010101010100001010101010000110101010101
01010101000000101010101000100010001000100000100001010010100101010100000101010101000010101
00010001000000101010100010001000100000
```

0101101

1101001

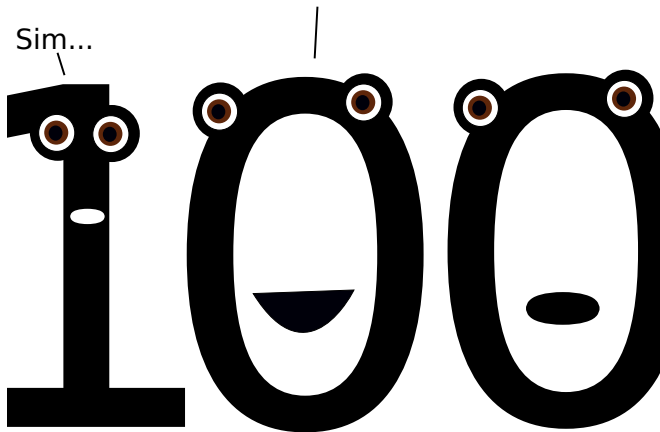
1110100

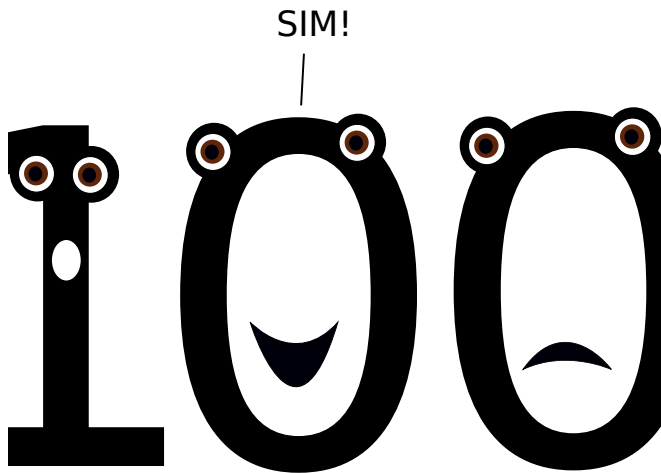




Finalmente! É o meu grande dia!

Sim...





A problem has been detected and windows has been shut down to prevent damage to your computer.

The problem seems to be caused by the following file: SPCMDCON.SYS

PAGE\_FAULT\_IN\_NONPAGED\_AREA

If this is the first time you've seen this stop error screen, restart your computer. If this screen appears again, follow these steps:

Check to make sure any new hardware or software is properly installed. If this is a new installation, ask your hardware or software manufacturer for any windows updates you might need.

If problems continue, disable or remove any newly installed hardware or software. Disable BIOS memory options such as caching or shadowing. If you need to use Safe Mode to remove or disable components, restart your computer, press F8 to select Advanced Startup Options, and then select Safe Mode.

Technical information:

\*\*\* STOP: 0x00000050 (0xFD3094C2,0x00000001,0xFBFE7617,0x00000000)

\*\*\* SPCMDCON.SYS - Address FBFE7617 base at FBFE5000, DateStamp 3d6dd67c

## Definição. (*Anel Booleano*)

Um Anel booleano é um Anel  $(\Omega, +, \cdot)$  com as operações  $+$  e  $\cdot$  definidas por:

$$a + b := a \oplus b = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$$

$$a \cdot b := a \wedge b$$

## Definição. (*Anel Booleano*)

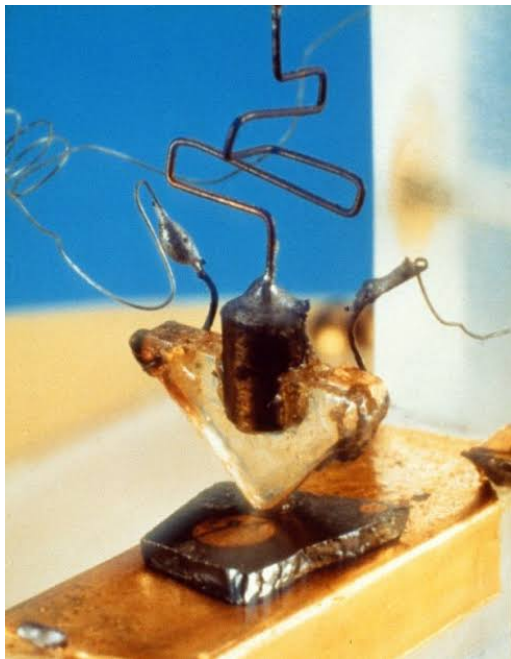
Um Anel booleano é um Anel  $(\Omega, +, \cdot)$  com as operações  $+$  e  $\cdot$  definidas por:

$$a + b := a \oplus b = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$$

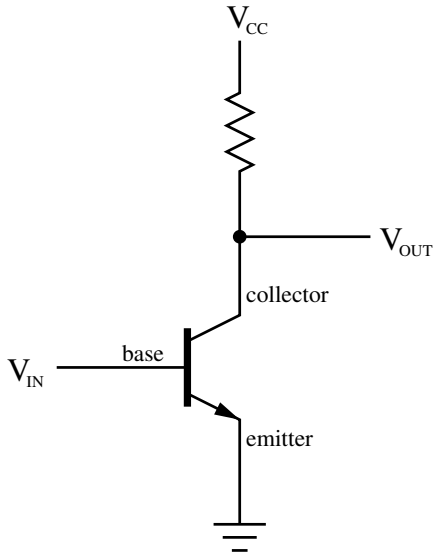
$$a \cdot b := a \wedge b$$

É aqui que as contas com *bits* acontecem! Com  $\Omega = \mathbb{Z}_2$ , seguimos adiante e formamos vetores de *bits* como:

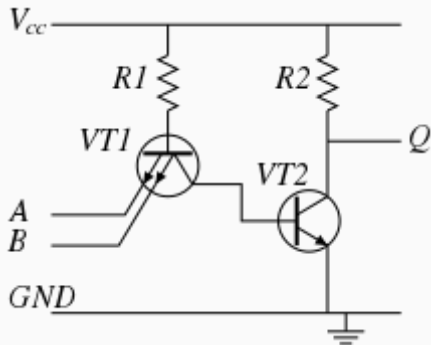
$$\begin{array}{rcl} & 1 & \\ & 0101 & 5 \\ + & 0100 & 4 \\ \hline & 1001 & 9 \end{array}$$



# Transistor

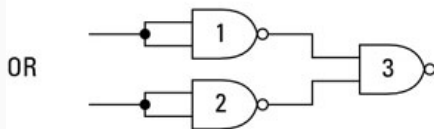
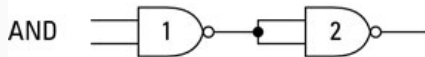
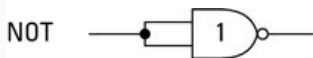


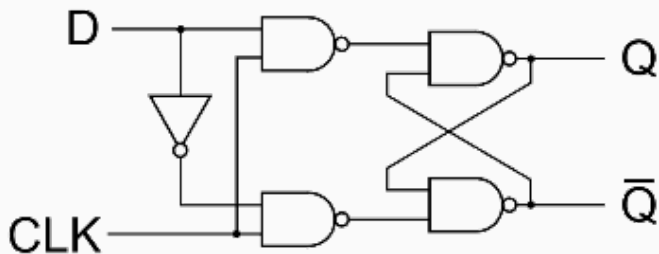
# Portas Lógicas





# Portas Lógicas





# Arquitetura de Von Neuman



**John Von Neuman**

1903 - 1957

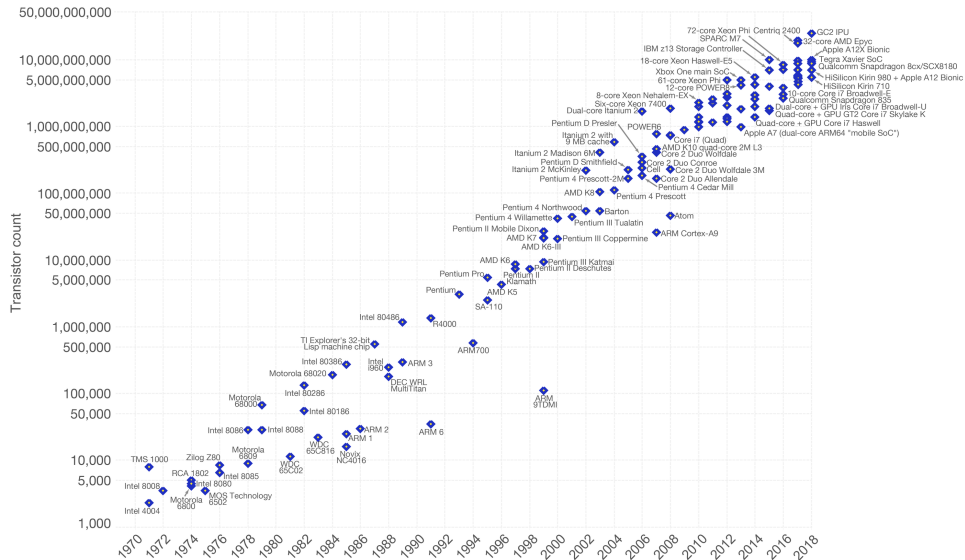


**Gordon Moore**

Intel, 1965

# Moore's Law – The number of transistors on integrated circuit chips (1971-2018)

Moore's law describes the empirical regularity that the number of transistors on integrated circuits doubles approximately every two years. This advancement is important as other aspects of technological progress – such as processing speed or the price of electronic products – are linked to Moore's law.



Data source: Wikipedia ([https://en.wikipedia.org/wiki/Transistor\\_count](https://en.wikipedia.org/wiki/Transistor_count))  
The data visualization is available at [OurWorldinData.org](https://www.ourworldindata.org). There you find more visualizations and research on this topic.

Licensed under [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) by the author Max Roser.

# Computação Quântica

---



**Richard Feynman**

1918 - 1988

## Superposição

$$|\Psi\rangle = | \rangle + | \rangle$$



## Superposição

$$|\Psi\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$$

## Superposição

$$|\Psi\rangle = |\text{cara}\rangle + |\text{coroa}\rangle$$


## Superposição

$$|\Psi\rangle = |\text{cat sitting}\rangle + |\text{cat lying}\rangle$$

## Superposição

$$|\Psi\rangle = |0\rangle + |1\rangle$$

## **Emaranhamento**

O fenômeno do emaranhamento ocorre quando duas partículas

## **Postulado. (*Representação*)**

Um sistema físico isolado está associado a um espaço de Hilbert  $\mathcal{H}$  e é, num dado momento no tempo, completamente descrito por um vetor unitário em  $\mathcal{H}$ , o estado do sistema.

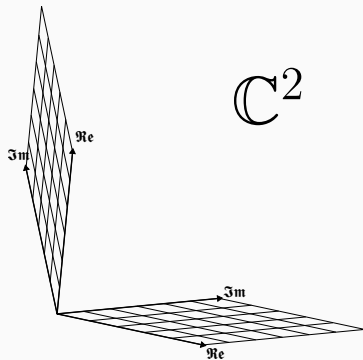
# Postulados

## Postulado. (*Representação*)

Um sistema físico isolado está associado a um espaço de Hilbert  $\mathcal{H}$  e é, num dado momento no tempo, completamente descrito por um vetor unitário em  $\mathcal{H}$ , o estado do sistema.

$$|\Psi\rangle \in \mathbb{C}^2$$

$$(\mathbf{x} \in \mathbb{C}^2)$$



## Postulado. (*Representação*)

Um sistema físico isolado está associado a um espaço de Hilbert  $\mathcal{H}$  e é, num dado momento no tempo, completamente descrito por um vetor unitário em  $\mathcal{H}$ , o estado do sistema.

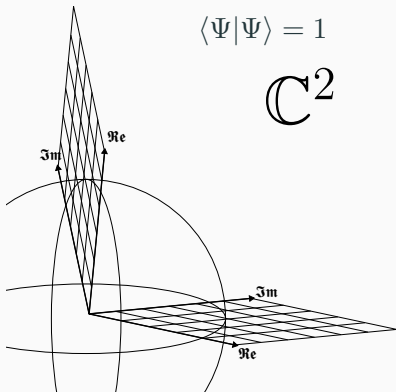
$$|\Psi\rangle \in \mathbb{C}^2$$

$$(\mathbf{x} \in \mathbb{C}^2)$$

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$$

$$(\mathbf{x}^\dagger \mathbf{x} = 1)$$

$$\mathbb{C}^2$$





## Postulado. (*Composição*)

Um sistema é descrito pela composição dos estados que o representam, que se dá através do *produto tensorial*.

$$|\Psi\rangle \otimes |\Phi\rangle \equiv |\Psi\Phi\rangle$$

## Definição. (*Produto de Kronecker*)

É um caso particular do *produto tensorial*, computado da seguinte forma:

$$\mathbf{x} \otimes \mathbf{y} \equiv \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ x_2 \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 y_1 \\ x_1 y_2 \\ x_2 y_1 \\ x_2 y_2 \end{bmatrix}$$

Ele é bilinear e associativo, mas não é comutativo :(

## Definição. (*Produto de Kronecker*)

Mas nem tudo está perdido. Tem outras propriedades legais também!

Produto misto:

$$U \otimes V \cdot |\Psi\rangle \otimes |\Phi\rangle = U |\Psi\rangle \otimes V |\Phi\rangle \quad \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \cdot \mathbf{x} \otimes \mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \otimes \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$$

Transposição:

$$\begin{aligned} (|\Psi\rangle \otimes |\Phi\rangle)^\dagger &= \langle\Psi| \otimes \langle\Phi| & (\mathbf{x} \otimes \mathbf{y})^\dagger &= \mathbf{x}^\dagger \otimes \mathbf{y}^\dagger \\ |\Psi\Phi\rangle^\dagger &= \langle\Phi\Psi| \end{aligned}$$

Existem outras, mas essas duas são as mais interessantes para nós hoje.

## Definição. (*Base Computacional*)

A *Base Computacional* é determinada pelos estados ortogonais  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , definidos por

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Chamaremos estes estados de *qubits*!

## Definição. (*Base Computacional*)

Construímos vetores de *qubits* (registradores) através da composição:

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Postulado. (*Evolução*)

A evolução de um sistema é descrita por um *Hamiltoniano*  $H$ , representado por uma matriz Hermitiana, isto é,  $H = H^\dagger$ .

Assim temos, pela equação de Schrödinger:

$$H |\Psi\rangle = i\hbar \frac{d|\Psi\rangle}{dt} \implies \frac{d|\Psi\rangle}{dt} = \frac{-i}{\hbar} H |\Psi\rangle$$

Sejam  $|\Psi(t_k)\rangle$ ,  $|\Psi(t_{k+1})\rangle$  os estados do sistema no tempo  $t_k$  e  $t_{k+1}$ , respectivamente. Segue que:

$$|\Psi(t_{k+1})\rangle = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)} |\Psi(t_k)\rangle$$

## Postulado. (*Evolução*)

1. Seja  $U = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$  o operador de evolução.

## Postulado. (*Evolução*)

1. Seja  $U = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$  o operador de evolução.
2. Sabemos também que  $U^\dagger = e^{\frac{iH^\dagger}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$ .



## Postulado. (*Evolução*)

1. Seja  $U = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$  o operador de evolução.
2. Sabemos também que  $U^\dagger = e^{\frac{iH^\dagger}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$ .
3. Como a matriz  $H$  é Hermitiana, temos que  $U^\dagger U = I$ .

## Postulado. (*Evolução*)

1. Seja  $U = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$  o operador de evolução.
2. Sabemos também que  $U^\dagger = e^{\frac{iH^\dagger}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$ .
3. Como a matriz  $H$  é Hermitiana, temos que  $U^\dagger U = I$ .

Podemos então dizer que a evolução dos sistemas se dá por operadores unitários!

## Postulado. (*Evolução*)

1. Seja  $U = e^{\frac{-iH}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$  o operador de evolução.
2. Sabemos também que  $U^\dagger = e^{\frac{iH^\dagger}{\hbar}(t_{k+1}-t_k)}$ .
3. Como a matriz  $H$  é Hermitiana, temos que  $U^\dagger U = I$ .

Podemos então dizer que a evolução dos sistemas se dá por operadores unitários!

# Hora de conhecer alguns deles!

## Matriz de Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$H |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

## Porta de Hadamard

$$\begin{aligned} |0\rangle &\xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \\ |1\rangle &\xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) \end{aligned}$$

**Matrizes de Pauli** Também conhecidas como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , respectivamente.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

**Matrizes de Pauli** Também conhecidas como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , respectivamente.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |1\rangle$$
$$X |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |0\rangle$$

# Uma nota sobre reversibilidade

## Uma nota sobre reversibilidade

Para toda matriz unitária, como  $U^\dagger U = U U^\dagger = I$ , temos também que  $U^\dagger = U^{-1}$ .

Isso significa que todos os processos quânticos de computação serão **reversíveis**!



## O Princípio de Landauer.

O princípio de Landauer estabelece que toda vez que um *bit* de informação é apagado, o sistema perde energia, que é liberada na forma de calor, com limite inferior

$$E > KT \log 2$$

Onde:

$E$ : Energia dissipada

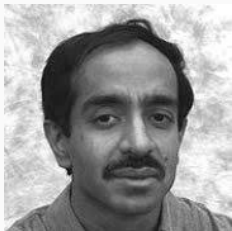
$K$ : Constante de Boltzmann,  $1.380^{-23} J/K$

$T$ : Temperatura ambiente, em *Kelvin*

Postulado. (*Medida*)

Oi íon aprisionado

# Algoritmo de Grover



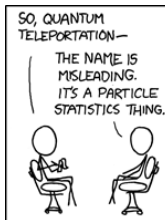
**Lov Grover**

Bell Labs

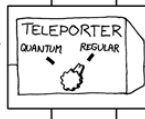


**Peter Shor**

MIT



SO IT'S NOT LIKE STAR TREK? THAT'S BORING.



# Teletransporte Quântico

Imagine o teletransporte como um operador

$$\mathcal{T} : |\Psi\rangle_A \otimes |\xi\rangle_B \rightarrow |\xi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B$$

# Teorema da não-clonagem

## **Teorema.** (*Não-Clonagem*)

Não é possível fazer uma cópia de um estado quântico qualquer.

### **Prova.**

Vamos supor que existe um operador unitário  $U$  capaz de clonar um estado  $|\Psi\rangle$  qualquer, isto é:

$$U(|\Psi\rangle \otimes |\xi\rangle) = |\Psi\rangle \otimes |\Psi\rangle = |\Psi\Psi\rangle$$

Como isso vale para qualquer estado, também é preciso que

$$U(|\Phi\rangle \otimes |\xi\rangle) = |\Phi\rangle \otimes |\Phi\rangle = |\Phi\Phi\rangle$$



# Teorema da não-clonagem

Tomando o produto interno entre  $|\Psi\Psi\rangle$  e  $|\Phi\Phi\rangle$ :

$$\begin{aligned}\langle\Psi\Psi|\Phi\Phi\rangle &= \langle\xi\Psi|U^\dagger U|\Phi\xi\rangle \\ &= \langle\xi\Psi|\Phi\xi\rangle\end{aligned}$$

$$(\langle\Psi|\otimes\langle\Psi|)\cdot(|\Phi\rangle\otimes|\Phi\rangle) = (\langle\Psi|\otimes\langle\xi|)\cdot(|\Phi\rangle\otimes|\xi\rangle)$$

$$\langle\Psi|\Phi\rangle\otimes\langle\Psi|\Phi\rangle = \langle\Psi|\Phi\rangle\otimes\langle\xi|\xi\rangle$$

$$\langle\Psi|\Phi\rangle^2 = \langle\Psi|\Phi\rangle$$

Portanto:

$$\langle\Psi|\Phi\rangle = \begin{cases} 1 & \text{se } |\Psi\rangle = |\Phi\rangle \\ 0 & \text{se } |\Psi\rangle \perp |\Phi\rangle \end{cases}$$





## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

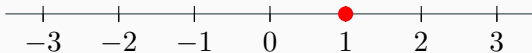
$$\sum_{i=1}^N m_i$$



## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

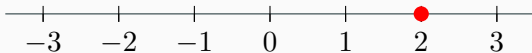
$$\sum_{i=1}^N m_i$$



## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

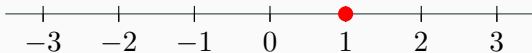
$$\sum_{i=1}^N m_i$$



## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

$$\sum_{i=1}^N m_i$$



## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

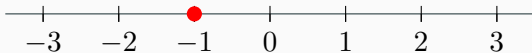
$$\sum_{i=1}^N m_i$$



## Definição. (*Caminhada Aleatória*)

Uma caminhada aleatória é um processo que consiste em, partindo do 0, caminhar sobre a reta dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) conforme os lançamentos de uma moeda  $m_i \in \{-1, 1\}$ , de modo que a posição do viajante após  $N$  passos será:

$$\sum_{i=1}^N m_i$$





# Computação Topológica

---









# Computação Adiabática

---

Definição. (*Equação de Pauli*)

$$\left[ \frac{1}{2m} (\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - q\vec{A}))^2 + q\phi \right] |\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle$$



**Wolfgang Pauli**

1900 -1958

# Teorema Adiabático

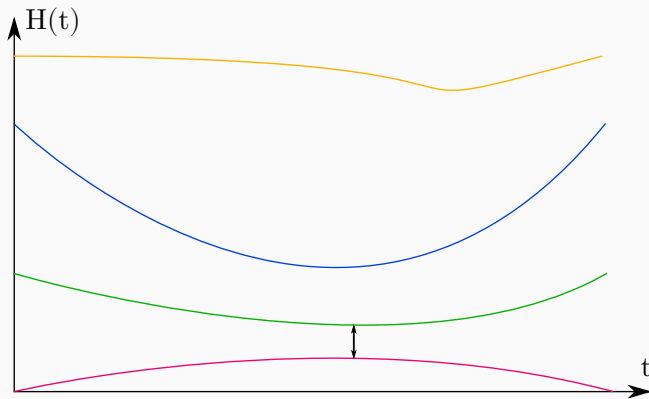
*Um sistema físico permanece no seu autoestado se uma perturbação atua suficientemente devagar e se há um intervalo entre o autovalor e o restante do espectro do Hamiltoniano*

Max Born, Vladimir Fock (1928)



$$H(t) = -\frac{A(t)}{2} \sum_i h_i \cdot X |s_i\rangle \\ + \frac{B(t)}{2} \left( \sum_i h_i \cdot Z |s_i\rangle + \sum_{i < j} J_{i,j} \cdot Z |s_i\rangle \otimes Z |s_j\rangle \right)$$

# Têmpera Quântica

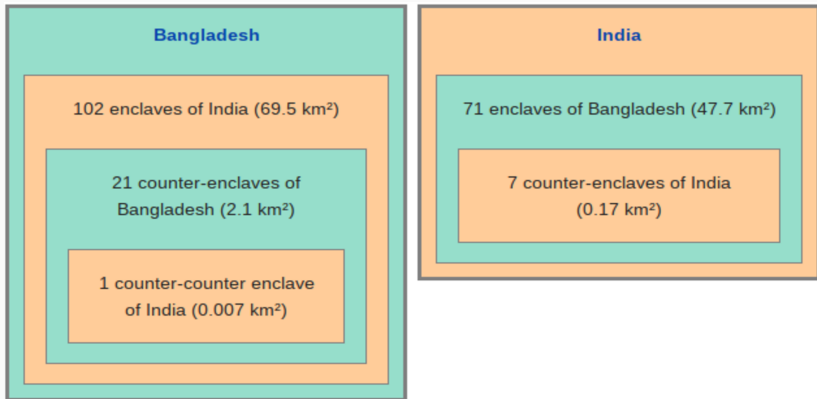


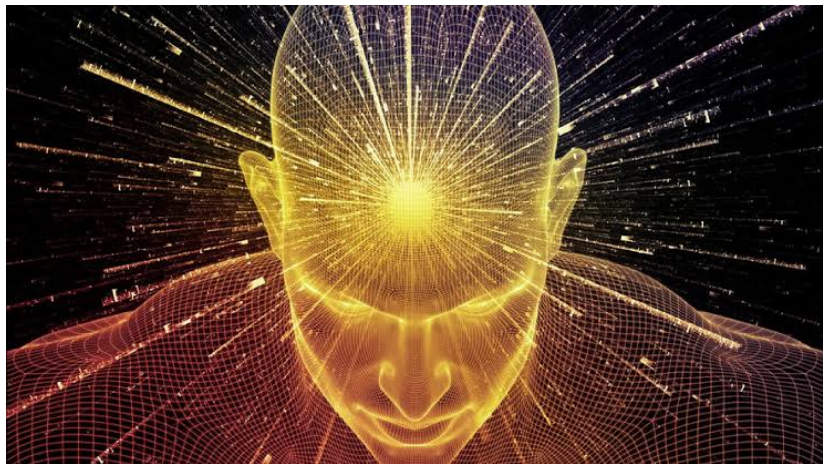
**Fim?**

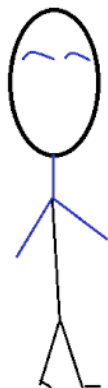
---

# Saltos Quânticos









**What about the efforts of Google, IBM, Microsoft, Intel, Alibaba, Rigetti, D-wave QuantumCircuits, IonQ, NIST, Atos,... to reach very stable qubits and demonstrate quantum supremacy?**

**They will all fail**



Don't even expect false-positive for high quality encoded qubits





**Gil Kalai**

Yale & Huji



**Definição um tanto vaga. (Supremacia Quântica)**

Atingir a supremacia quântica significa realizar uma tarefa em um computador quântico que não se possa concretizar no clássico.



- The Quantum Algorithm Zoo
- Quanta Magazine

Obrigado



**Introduction to topological quantum computation with non-Abelian anyons**, FIELD, B. & SIMULA, T., School of Physics and Astronomy, Monash University, Victoria 3800, Australia.



Reprograme o seu DNA na  
frequência do Sucesso

---

