Lista de Computação II (Python)

DCC / UFRJ

Pedro Maciel Xavier (monitor)
pedromxavier@poli.ufrj.br

9 de janeiro de 2020

Introdução

Essa lista de exercícios ainda se encontra em desenvolvimento. A intenção é que ela tenha um gabarito bem aberto, deixando muito das respostas para a criatividade do aluno. As questões são, em geral, grandes para se resolver e podem necessitar de alguma pesquisa adicional. Elas tem estrelinhas $\star$ indicando a dificuldade estimada. Alguns exercícios foram inspirados em outros propostos em materiais cujas fontes estão devidamente referenciadas no final. É importante você tire suas dúvidas e dê um retorno do que achou dos exercícios através do `e-mail` no cabeçalho.

Boa diversão!

Sumário

1 Orientação a Objeto (`class`) **4**

1.1 O Bidicionário 1⋆ 4

1.2 Ora Bolas! 1⋆ 4

1.3 Frações 1⋆ 5

1.4 Polinômios [3] 2⋆ 6

1.5 Grupos 5⋆ 8

1.5.1 Subparte I: Produto 9

1.5.2 Subparte II: Quociente 9

1.5.3 Subparte III: Subgrupos 9

1.6 Quaterniões! 3⋆ 10

2 Interface Gráfica (`tkinter`) **12**

2.1 Preenchendo o espaço. 4⋆ 12

2.2 Números Primos II 4⋆ 12

2.3 O Triângulo de Sierpinsky 3⋆ 12

2.4 Pôr-do-Sol [4] 3⋆ 13

2.5 O Método de Monte Carlo 2⋆ 14

2.6 A proporção áurea 2⋆ 15

2.7 Música IV - O Piano 3⋆ 16

3 Métodos numéricos (`numpy`) **17**

3.1 Redes Neurais 3⋆ 17

3.2 Computação Quântica 5⋆ 18

4 Plotagem de Gráficos (`Matplotlib`) **19**

4.1 Ying-Yang 2⋆ 19

5 Conexão e Redes (`socket`) **20**

Revisão de Computação I

Não sei se vai ter isso aqui não em.

1 Orientação a Objeto (`class`)

1.1 O Bidicionário ⋆

Todos conhecemos os dicionários do `Python`, que guardam diversos objetos em pares da forma `"chave":valor`. Vejamos um exemplo:

```
>>> casa = {
            'quartos':4,
            'banheiros':5,
            'andares':3,
            'm^2':210
            }

>>> casa['quartos']
4
```

Listing 1: "Dicionário Normal"

O objetivo deste exercício é criar um dicionário de mão dupla! Tudo que você precisa fazer é sobrescrever o método `__setitem__` em um novo tipo que herda as propriedades de um dicionário comum do `Python`, o **`dict`**. Basta completar o exemplo abaixo!

```
class Bidict(dict):
    def __init__(self, mapping={}):
        dict.__init__(self, mapping)
    ...
>>> bd = Bidict()
>>> bd["a"] = 4
>>> bd[3] = "d"
>>> print(bd)
{"a":4, 4:"a", 3:"d", "d":3}
```

Lembrando que se um objeto não puder ser chave de um dicionário, ele também não poderá ser um valor do bidicionário!

1.2 Ora Bolas! ⋆

Mais um exercício pra esquentar: Crie uma classe chamada `Bola` que deve implementar objetos com as seguintes características:

1. O raio nominal da bola.
2. A pressão de ar máxima (em *bar*).
3. A pressão de ar atual. (em *bar*).
4. A condição da bola (furada ou não).
5. Uma onomatopeia correspondente ao barulho que a bola faz quando quica, e outra para caso ela fure.
6. A probabilidade da bola furar quando quica.

Além disso, tendo uma bola em mãos você deve poder:

1. Quicar! Caso ela não esteja vazia.
2. Encher em alguma quantidade de *bar*, passada como argumento da função, caso ela não esteja furada. Se você encher de mais ela deve furar!
3. Calcular o seu volume.

Feita a bola, você deve criar uma classe `BolaQuadrada` que herde as propriedades de uma bola comum, mas tenha as adaptações necessárias para o seu formato. Ela deve, por exemplo, ter 50% de chance de quicar em uma tentativa.

Faça também a classe `BolaDeFesta`, que deve furar sempre que quicar. Dê a ela um som de estouro interessante.

1.3 Frações $\star$

Um número racional $r \in \mathbb{Q}$ é aquele que pode ser escrito como:

$$r = \frac{p}{q}; p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0$$

Desafio: Crie uma classe `Fracao` que implemente as seguintes operações e métodos:

1. Um método que simplifique a fração.

2. As operções:

   - `+` (`__add__`)
   - `-` (`__sub__`)
   - `*` (`__mul__`)
   - `**` (`__pow__`)
   - `/` (`__truediv__`)
   - `-` (`__neg__`)
   - `~` (`__invert__`).

3. `__repr__` que retorna `"p|q"`.

4. `__float__`, que calcula a divisão em ponto-flutuante.

```
class Fracao(object):

    def __init__(self, p, q):
        assert type(p) is int
        assert type(q) is int
        assert q != 0
        ...
```

1.4 Polinômios [3] ⋆ ⋆

Um polinômio de grau n é aquele da forma

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n.$$

Desafio: Sabendo isso, faça uma classe `Polinomio` que implemente:

1. A definição de um coeficiente do polinômio através do método `__setitem__`, ou seja, `p[2] = 3` faria com que o coeficiente a_2 do polinômio p tivesse valor 3.

2. O cálculo do grau do polinômio p, que deve ser retornado quando chamamos `len(p)`.

3. A soma, a subtração e a multiplicação usual de polinômios usando os operadores da linguagem (+,−,⋆), que deve retornar um novo objeto da classe `Polinomio`.

4. E por fim, a avaliação da função num ponto x, usando o método especial `__call__`.

Desafio Bônus:

1. O método especial `__repr__` que deve retornar uma **`string`** que represente o polinômio $2 + x + 3x^2$ na forma `"2 + x + 3x^2"`, por exemplo.

2. Duas funções, `Polinomio.integral` e `Polinomio.derivada` que retornem os respectivos polinômios resultantes destas operações.

3. Divisão de polinômios (`f/g` e `f%g`) , que devem retornar respectivamente o quociente $q(x)$ e o resto $r(x)$ tais que $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$.

Interlúdio: Conjuntos

No `Python` temos um tipo muito bacana, mas muito mesmo, chamado **`set`**. Esse carinha simula um conjunto do ponto de vista matemático, ou seja, é uma coleção de objetos distintos. Um **`set`** pode ser criado usando-se outro objeto ou informando os elementos entre colchetes:

```
>>> A = set([1,2,3])
>>> B = {x for x in range(2,5)}
>>> A
set([1, 2, 3])
>>> B
set([2, 3, 4])
>>> A - B
set([1])
>>> A | B
set([1, 2, 3, 4])
```

O **set** permite realizar diversas operações entre conjuntos, sendo as mais importantes: a diferença (`-`), a união (`|`, *ou binário*) e a interseção (`&`, *e binário*).

1.5 Grupos ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Em Álgebra, um Grupo $G = (A, *)$ é formado por um conjunto A e uma operação qualquer $*$, quando valem as seguintes regras:

1. $(a * b) \in A \;\; \forall a, b \in A$ [O grupo é fechado para a operação.]
2. $\exists\, e \in A : e * a = a * e = a \;\; \forall a \in A$ [Existe o elemento neutro.]
3. $\exists\, a^{-1} \in A : a * a^{-1} = a^{-1} * a = e \;\; \forall a \in A$ [Existe o elemento inverso.]

Construa um objeto `Grupo` que herda as características do **set**. Devem ser passados ao construtor: os elementos em uma coleção `A`, e uma função `f(a,b)` que realiza a operação $*$ sobre dois elementos do Grupo.

```
def f(a,b):
    return (a + b) % 5

class Grupo(set):
    def __init__(self, A, f):
        ...

        def __hash__(self):
            return hash(tuple(self))

>>> G = Grupo([0,1,2,3,4], f)
>>> G
{0, 1, 2, 3, 4}
>>> H = Grupo([0,1,2], f)
Traceback (most recent call last):
    File "<pyshell#1>", line 1, in <module>
        raise Exception('Isso não é grupo!')
Exception: Isso não é grupo!
```

Sabido isso:

1. O construtor deve criar um erro quando as regras de Grupo não forem atendidas.

2. A visualização do grupo mostre os elementos entre colchetes usando o método `__repr__`.

1.5.1 Subparte I: Produto

O produto entre dois grupos é dado da seguinte forma:

$$GH := \{g * h : g \in G, h \in H\}$$

Defina o método `__mul__` para atender a esse propósito.

1.5.2 Subparte II: Quociente

Existe uma operação entre grupos chamada *quociente* definida por:

$$G/H := \{gH : g \in G\} = \{\{g * h : h \in H\} : g \in G\}$$

Essa operação deve retornar um *conjunto de grupos* e isso só é possível se o método `__hash__` estiver definido como no modelo. Implemente essa operação usando o método `__truediv__`.

1.5.3 Subparte III: Subgrupos

Um Subgrupo H de um Grupo G, que escrevemos $H < G$, é aquele cujo conjunto é subconjunto de G e é H também um Grupo. O tipo **`set`** já implementa os operadores >, >=, <, <= e == comparando dois objetos do ponto de vista dos conjuntos. Reescreva os métodos `__gt__`, `__ge__`, `__lt__`, `__le__` e `__eq__`, respectivamente, para dizer verificar, por exemplo, se `H` é subgrupo de `G` através da expressão `H < G`. Feito isso, construa um método da classe `Grupo` que retorne um conjunto contendo todos os subgrupos de um grupo `G`.

Dica Teorema:
O *Teorema de Lagrange* diz que sendo G um grupo finito e H um subgrupo de G, a ordem de H divide a ordem de G.

$$H < G \implies |G| = |H| \cdot k, k \in \mathbb{N}$$

A ordem de um grupo G, escrita como $|G|$, é simplesmente o número de elementos em G, que pode ser obtida diretamente pela expressão `len(G)`.

Interlúdio: **`Beep`**

Um jeito fácil de fazer barulho no computador é usando a função `Beep`. Se você usa o `Python` no `Windows` boas notícias: você só vai precisar importar a função `Beep` do módulo `winsound`.

`>>> Beep(440, 1000)`

```
# windows
from winsound import Beep
```

Pra turminha do `Linux`, que precisa construir a função:
`$ sudo apt-get install beep`

```
# linux
import os
def Beep(f, ms):
    os.system("beep -f %i -l %i" % (f, ms))
```

1.6 Quaterniões! ⋆ ⋆ ⋆

Não contente com os números complexos ($\mathbb{C}$) da forma $z = a + b\mathbf{i}$, a turma da matemática trouxe pra gente um ser ainda mais esquisito: o conjunto dos *Quaternions* ($\mathbb{H}$).

$$
\begin{aligned}
q \in \mathbb{H} \iff q &= a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k} : \ a, b, c, d \in \mathbb{R} \\
\mathbf{i} \times \mathbf{j} &= -(\mathbf{j} \times \mathbf{i}) = \mathbf{k} \\
\mathbf{j} \times \mathbf{k} &= -(\mathbf{k} \times \mathbf{j}) = \mathbf{i} \\
\mathbf{k} \times \mathbf{i} &= -(\mathbf{i} \times \mathbf{k}) = \mathbf{j} \\
\mathbf{i} \times \mathbf{j} \times \mathbf{k} &= -1
\end{aligned}
$$

Desafio: Com regras de soma convencionais, similares aos números reais e complexos, mas com uma multiplicação que mais parece o produto externo entre vetores, implemente uma classe `Quaternion`, que é criada a partir dos seus 4 coeficientes reais e implementa:

1. O operador de soma + (`__add__`)
2. A subtração - (`__sub__`)
3. A multiplicação * (`__mul__`)
4. O método `__repr__` que imprima na tela, para $q = 3 + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, a *string* `(3.00) + (0.00)i + (4.00)j + (-2.00)k`

Bônus:

1. O módulo do quaternião, através da função `abs(q)`, implementada pelo método especial `__abs__`
2. A divisão / (`__truediv__`)

Dica: Implemente os métodos `__invert__` e `__neg__` para auxiliar na definição de `__truediv__` e `__sub__`, respectivamente.

2 Interface Gráfica (`tkinter`)

2.1 Preenchendo o espaço. ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Curvas de Hilbert

2.2 Números Primos II ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Muitas figuras interessantes se formam a partir dos números primos.
Desafio: Vamos usar o mesmo programa da questão anterior [2], mas com uma singela modificação: Definimos um contador e, a cada passo, a pintura só ocorre se o número for primo. Em seguida, incrementamos o contador e seguimos adiante!

2.3 O Triângulo de Sierpinsky ⋆ ⋆ ⋆

A figura a seguir chama-se *Triângulo de Sierpinsky*:

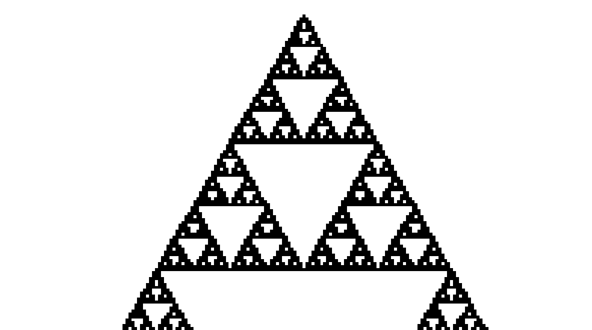

Figura 1: Triângulo de Sierpinsky

Ela é composta por triângulos equiláteros dispostos de forma que cada triângulo contém três outros em seu interior, cada um com $\frac{1}{2}$ do lado do triângulo original.

Desafio: Desenhe essa forma usando o `tkinter` ou o `turtle`. Crie uma função para compôr a figura de forma recursiva.

2.4 Pôr-do-Sol [4] ⋆ ⋆ ⋆

Todos os dias o Sol se põe no horizonte da mesma maneira.

Desafio: Faça uma vizualização do pôr-do-Sol no `tkinter`, da forma que quiser. Se você não se sente muito inspirado, segue a receita do bolo:

1. Crie um `Canvas`. **Dica:** uma vez criado o `Canvas`, posicione ele com o método `pack`, passando as opções `expand=True` e `fill="both"` para que o `Canvas` ocupe toda a tela.

2. Faça primeiro o céu. Você pode criar um retângulo ou simplesmeste alterar a propriedade `bg` do `Canvas` (cor do *background*).

3. Em seguida, desenhe o Sol. O seu movimento aparente no horizonte é bem descrito por um seno (ou cosseno).

4. Hora de fazer o horizonte. A linha fica bem no meio da tela, mas isso fica a seu critério. Um retângulo na parte inferior já é suficiente, mas você também pode compor diversos círculos ou triângulos para dar forma ao relevo, como em uma colagem.

```python
import tkinter as tk

class Janela:
    def __init__(self, root):
        self.root = root

        self.canvas = tk.Canvas(self.root)
        self.canvas.pack(expand=True, fill="both")

        ...
```

```
root = tk.Tk()
self = Janela(root)
root.mainloop()
```

2.5 O Método de Monte Carlo ⋆ ⋆

O Método de *Monte Carlo* funciona da seguinte forma: Se temos uma determinada região e queremos calcular sua área, basta fazer com que ela esteja contida em uma outra região cuja área é conhecida. Em seguida, sorteamos pontos aleatórios $P_i = (x_i, y_i)$ e contamos quantos pontos caem dentro da região que estamos avaliando. Assim:

$$\frac{A_{figura}}{A_{total}} \approx \frac{P_{dentro}}{P_{total}} \rightarrow A_{figura} \approx \frac{P_{dentro}}{P_{total}} \times A_{total}$$

Queremos então calcular a área de um círculo cujo raio é 1. Sabemos de antemão que valor da área é π, e vamos então usar o método acima para estimar o seu valor numérico.

Faça duas janelas usando o `tkinter`. A primeira mostra onde os pontos estão sendo posicionados, colorindo os que caem dentro de azul e os que caem fora de vermelho. Na segunda tela, mostre em tempo real a aproximação para a área em azul conforme os pontos vão sendo posicionados.

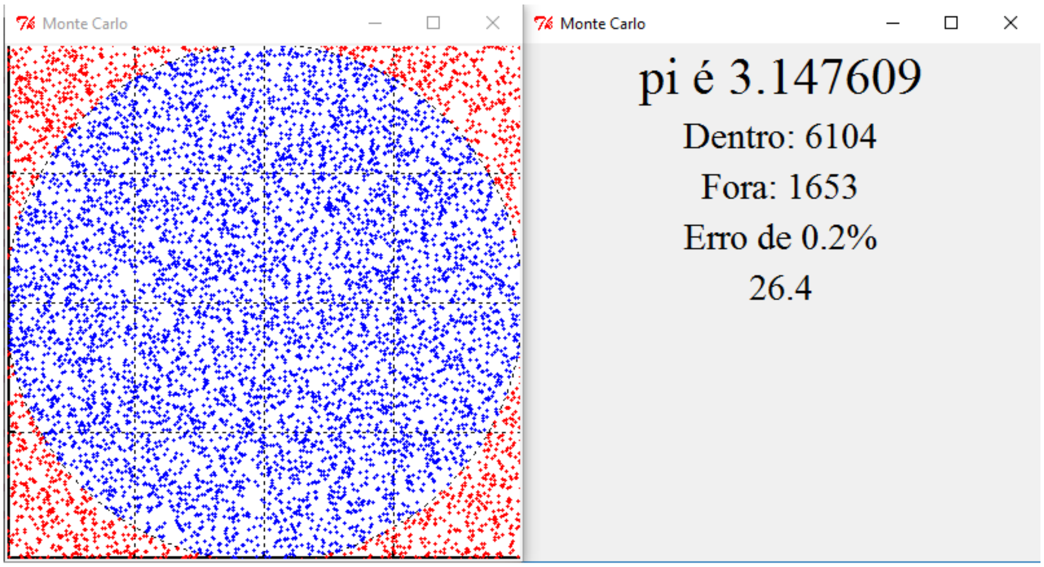

Figura 2: Cálculo de π pelo método de Monte Carlo

2.6 A proporção áurea $\star\star$

$$0\ 1\ 1\ 2\ 3\ 5\ 8\ 13\ 21\ 34\ 55\ 89\ \ldots$$

Muitos conhecem esse conjunto de números, a famosa *Sequência de Fibonacci*, que tem seu n-ésimo número definido por:

$$\begin{cases} F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \\ F_0 = 0 \ e \ F_1 = 1 \end{cases}$$

Se tomamos a razão entre dois números de *Fibonacci* consecutivos obtemos, no limite, um número que já era conhecido pelos gregos como símbolo da beleza e da perfeição da natureza.

$$\varphi = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

Sabido isso, sua tarefa é gerar a figura abaixo, usando o módulo que preferir, mas de forma recursiva. Para que os gregos realmente fiquem contentes com a majestade da sua figura é preciso que ela esteja conforme a proporção dada por φ.

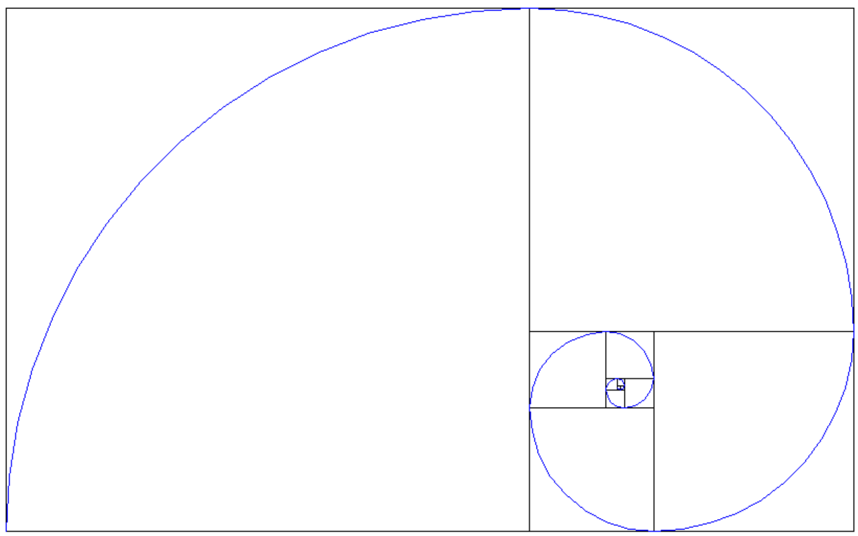

Figura 3: A proporção áurea

2.7 Música IV - O Piano $\star\star\star$

Desafio: Use os resultados das etapas enteriores (**Musica I, II e III**) e construa um Piano Virtual com o `tkinter`. Você pode desenhar as teclas em um `Canvas` e usar o método `Canvas.bind` para associar letras como `a,s,d,f,g,h,j` e `k` às teclas brancas e `w,e,t,y` e `u` às pretas, por exemplo. Outra forma de fazer é usar o *widget* `Button` para fazer cada tecla.

3 Métodos numéricos (**`numpy`**)

3.1 Redes Neurais ⋆ ⋆ ⋆

Interlúdio: Aritmética de ponto-flutuante (**`float`**)

Agora que vamos utilizar o `numpy` é importante falar um pouco mais sobre o nosso antigo conhecido, o **`float`**. Existe um padrão industrial, o **IEE 754**, que especifica a representação numérica em ponto-flutuante.

Um **`float`** possui três partes: o *bit* do sinal, o expoente, e a mantissa (ou fração). O número é positivo quando o primeiro *bit* é 0, e negativo quando é 1. O tamanho do expoente e da mantissa depende de diversos fatores, como o projeto do processador, a linguagem de programação e até mesmo das decisões do programador.

$$\boxed{0}\quad \boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\quad \boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}$$

Figura 4: O número 0.15625 no padrão IEE 754, precisão simples.

É possível fazer uma analogia com a notação científica. Vamos observar o número de moléculas em um mol de uma substância qualquer:

$$1\text{mol} = 6.02 \times 10^{23}$$

De maneira imediata, podemos separar esse número em três partes também: o sinal (+), o expoente (23), e a mantissa (6.02).

É importante entender que as representações em ponto-flutuante tem suas limitações. Algumas delas são:

- Somar ou subtrair números muito grandes com números muitos pequenos resultará numa **adição/subtração catastrófica**, isto é, o número menor pode acabar sendo ignorado durante a operação.

- A mantissa é composta pela soma de potências de $\frac{1}{2}$, portanto números que não são resultado de somas finitas dessas potências vão apresentar erros de representação.

3.2 Computação Quântica $\star\star\star\star\star$

4 Plotagem de Gráficos (**`Matplotlib`**)

Interlúdio: **`nan`** e **`inf`**

Um outro tópico interessante de se falar, ainda no escopo da **aritmética de ponto-flutuante** (**`float`**), é a presença de três números especiais no padrão **IEE 754**: `nan`, `inf` e `-inf`.

Como o nome já indica, `inf` e `-inf` são usados pra representar o infinito positivo ∞ e o negativo $-\infty$, respectivamente. É comum que surjam durante operações de divisão por zero, ou alguma outra operação que exceda a precisão do expoente.

O `nan` (***n**ot **a** **n**umber*), por sua vez, é fruto de operações indeterminadas, como $\infty - \infty$ e $\frac{0}{0}$. É particularmente útil para representar valores ausentes. Quando presente em um `array` que será usado para plotar um gráfico, o `Matplotlib` simplesmente ignora as entradas, criando lacunas na curva desenhada.

É possível obter esses números usando a função **`float`**, passando como parâmetro o nome do número desejado:

```
>>> x = float("inf")
>>> y = float("nan")
>>> z = float("-inf")
```

Listing 2: '`nan` e `inf`'

4.1 Ying-Yang ⋆ ⋆

Parte positiva de uma cor e parte negativa de outra.

5 Conexão e Redes (`socket`)

Interlúdio: `ipconfig/ifconfig`

```
$ ifconfig
```

```
> ipconfig
```

Referências

[1] Prof. Pedro Asad (2016)

[2] Prof. Brunno Goldstein (2016)

[3] Prof. Claudio Esperança (2018)

[4] Prof. Jonas Knopman (2018)