Critérios de Divisibilidade: Como Ler Números?

Pedro

01/04/2025

Para dúvidas, sugestões ou correções sobre os problemas apresentados, entre em contato: **pedronis142@gmail.com**. Você também pode enviar outros problemas para discutirmos!

Introdução

Em várias questões de olimpíadas, lidamos com situações que abordam a forma como o número é formado por seus dígitos, geralmente envolvendo alguma propriedade específica. Para estes casos, precisamos saber "ler o número".

Por exemplo, para todo número de dois algarismos N, podemos dizer que $N=10a+{\rm b}$, sendo a e b algarismos da dezena e da unidade de N, respectivamente, e $a\neq 0$, pois não podemos ter zero à esquerda.

Problemas

Problema 1. $(OBM/2010 - 2^a fase)$: Toinho tem 90 cartões. Ele enumerou os cartões de 10 a 99 numa das faces e, para cada número escrito, escreveu a soma de seus algarismos na outra face. Por exemplo, o cartão de número 43 tem o número 7 escrito em seu verso. Em quais cartões, o número de uma face é o dobro do número escrito na outra face?

Problema 2. (*Itália/2002*): Encontre todos os números inteiros de 3 dígitos que são iguais a 34 vezes a soma de seus dígitos.

Problema 3. (Croácia/2005 - adaptada): Encontre todos os números da forma 20x25y que são divisíveis por 72, sendo x e y algarismos.

Problema 4. (Maio/2012 - Nível 2): Um número de quatro algarismos é skibidiano se tem os dois primeiros algarismos iguais entre si e os dois últimos algarismos iguais entre si. Por exemplo, 3311 e 2222 são números skibidianos. Encontre todos os números skibidianos de quatro algarismos que são quadrados perfeitos.

Problema 5. (*Irlanda 2020 - adaptada*) Um número *n* é dito *ricardense* quando ele possuí um dígito 7 em seu algarismo da dezena. Por exemplo, 271 e 70 são *ricardense*, mas 123 não é, pois o algarismo da dezena não é igual a 7. Mostre que não é possível termos dois *ricardense* cuja a soma seja 2025.