LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO

ÁLGEBRA – 2006/2007

5 de Fevereiro de 2007 | **4º Mini-teste de avaliação** | **Duração: 60 minutos**

NOTAS:
1 - Apresente e <u>justifique</u> todos os cálculos necessários para a resolução dos exercícios.
2 – Resolva os problemas em folhas separadas.

1. Seja $T:\mathbb{R}^4 \to M_{1\times 3}(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que $T(x,y,z,w)=\begin{bmatrix} y-x & 0 & w\end{bmatrix}$.

   a. Comprove o teorema da dimensão.

   b. Seja $\beta=\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$ a base canónica de $\mathbb{R}^4$ e $\alpha=\{\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}\}$ uma base para $M_{1\times 3}(\mathbb{R})$**.** Use a representação da transformação linear T nas bases β e α, $[T]_\beta^\alpha$, para determinar a imagem de $(3,-1,0,1)$.

2. Considere o operador linear $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, cuja representação na base canónica do espaço vectorial $\mathbb{R}^3$ é a matriz $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & k & -1\end{bmatrix}$.

   a. Prove que os valores próprios distintos do operador linear são 1 e –1, e determine o subespaço próprio associado ao valor próprio –1.

   b. Determine para que valores do parâmetro k o operador T é diagonalizável. Nestas circunstâncias, apresente matrizes D e Q, tais que $D=Q^{-1}AQ$, isto é, tal que D seja uma matriz diagonal semelhante à matriz A.

3. Seja $\mathbf{r}_1$ a recta definida pelas equações $x-3=y+4=z$ e seja $\mathbf{r}_2$ a recta que passa na origem com vector de direcção $\mathbf{v}(-1,0,1)$. Considere ainda o plano cujo vector normal é $\mathbf{n}(-1,2,2)$ e que contém o ponto $P_1(2,-1,4)$.

   a. Determine a posição relativa das duas rectas.

   b. Determine a equação do plano indicado e calcule o ângulo entre este plano e a recta $\mathbf{r}_2$.