

Importante: Teste sem consulta. Resolva cada GRUPO em folhas separadas: GRUPO I responda na grelha do enunciado; GRUPO II e GRUPO III em folhas de capa separadas. Apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar. Não são consideradas folhas sem identificação. Não é permitida a utilização de tabelas, formulários, telemóveis ou máquina de calcular com capacidade gráfica. Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala.

Nome **COMPLETO**: _____

GRUPO I – Versão A

(Preencha a tabela de RESPOSTAS na folha de enunciado. Não são consideradas respostas múltiplas. **COTAÇÃO** prevista: 1.0 valores por cada resposta CORRETA. Cada resposta ERRADA desconta 1/3 valor na cotação deste Grupo.)

RESPOSTAS

1	2	3	4	5

1. Qual o valor do integral definido $\int_0^1 \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$?

(a) $\frac{15}{8}$

(b) 0

(c) $\frac{8}{15}$

(d) $-\frac{8}{15}$

2. Calcule, se existir, o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos(2t) dt}{\sin(4x)}$.

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $+\infty$

(c) $-\frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{4}$

3. Sendo $u(x) = (\sqrt{x})^{\sec(e^x)}$, qual a expressão para $\frac{u'(x)}{u(x)}$?

(a) $\frac{\sec(e^x)}{2} \left(e^x \ln(x) \tan(e^x) + \frac{1}{x} \right)$

(b) $\frac{\sec(e^x)}{2} \left(e^x \ln(\sqrt{x}) \tan(e^x) + \frac{1}{x} \right)$

(c) $\sec(e^x) \left(e^x \ln(x) \tan(e^x) + \frac{e^x}{2x} \right)$

(d) $\frac{\sec(e^x)}{2} \left(e^x \ln(\sqrt{x}) \tan(x) + \frac{1}{x} \right)$

4. Considere a função $f(x) = \frac{-e^x}{1+e^{2x}}$. Sabemos que $\int f(x) dx = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$. Qual o valor de C , que permite obter $\int f(x) dx = 0$, quando $x = 0$?

(a) $\frac{\ln(2)}{2}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\ln(1)}{2}$

(d) 0

5. Calcule, se existir, o valor de $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$.

(a) 2

(b) 0

(c) ∞

(d) 1

GRUPO II

6. [2.5] Uma lâmpada está no topo de um poste de 5 metros de altura. Um rapaz de 1.60m de altura afasta-se do poste à razão de 1.3m/s. A que taxa de variação se move a extremidade mais afastada da sua sombra, quando ele está a 6m do poste?

7. [2.5] Esboce a região Q do plano limitada pelos gráficos das seguintes funções:

$$f_1(x) = \frac{2}{3\pi}x, \quad f_2(x) = \sin(x) + 2, \quad x = 0 \quad e \quad x = \frac{3\pi}{2}.$$

Determine a área da região Q .

GRUPO III

8. [8] Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

(a) $\int \frac{\ln(x) + 1}{x^x - 1} dx$

(b) $\int \frac{\arctan x}{x^3} dx$

(c) $\int \frac{12x^2 - 22x + 12}{(x^2 - 3x + 2)(x - 3)} dx$

(d) $\int \frac{x^2}{(1 + x^2)^{5/2}} dx$

9. [2] Considere $g(x)$,

$$g(x) = \int_0^{\sin x} 1 + \cos(t^2) dt,$$

uma função real de variável real tal que $g'(x)$ é contínua em \mathbb{R} . Considere ainda a função $f(x)$ definida por

$$f(x) = \int_0^{g(x)} \frac{1}{\sqrt{1+t^3}} dt,$$

uma função real de variável real tal que $f'(x)$ é contínua em \mathbb{R} .

Calcule o valor de $f'(0)$, justificando todos os cálculos efectuados.

Caso entenda necessário, considere a seguinte informação:

$$\frac{d}{dx} (\arctan(u)) = \frac{du}{dx} \frac{1}{1+u^2}$$

$$\frac{d}{dx} (\arcsin(u)) = \frac{du}{dx} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$$