Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**4,0**] Considere o ponto $Q=(3,3,-1)$ e a curva parametrizada por:

$$\boldsymbol{r}(t)=\left(3+3t\cos(t),3+3t\ \operatorname{sen}(t),4t-1\right)\ ,\ t\in\mathbb{R}\,.$$

Determine no ponto Q:

a) Os versores da tangente e da binormal.

b) A equação cartesiana do plano osculador.

c) As componentes tangencial e normal do vetor aceleração.

2. [**3,8**] Considere a função escalar:

$$f(x,y,z)=\operatorname{sen}(xy^3)+\ln(yz^2)\,.$$

a) Calcule a derivada direcional de f no ponto $P=(\pi/2,1,1)$ na direção definida pelo vetor $\boldsymbol{v}=(0,1,-1)$.

b) Considere a superfície de nível, S, $f(x,y,z)=1$. Escreva as equações cartesianas da reta normal a S em P e do plano tangente a S em P.

3. [**3,8**] Sabendo que a equação $xy+yz+e^z=2$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de x e de y na vizinhança do ponto $R=(1,1,0)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ em R.

4. [**2,2**] Determine e classifique os pontos estacionários da função:

$$f(x,y)=8y^3+2xy-3y^2+x^2\,.$$

....*continua no verso*

GRUPO II

5. [**4,2**] Considere o integral duplo $\int_{-1}^{1}\int_{x}^{4-x^2} (1-x)\, dydx$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Calcule o valor do integral.

c) Reescreva-o trocando a ordem de integração.

6. [**2,0**] As equações $u = f(x, y)$, $x = x(r,t) = r\cos(t)$ e $y = y(r,t) = r\ \mathrm{sen}(t)$ definem u como função de r e de t, $u = F(r,t)$. Usando a regra da cadeia, obtenha:

a) A derivada parcial $\dfrac{\partial F}{\partial t}$ em função de $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.

b) A derivada parcial $\dfrac{\partial^2 F}{\partial t^2}$.