

- \* Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- \* A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- \* Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [3,6] Determine

$$\oint_C 2y^2 dx + (x^3 + 2xy) dy$$

onde  $C$  é a fronteira da região limitada por  $y = x$  e  $y = x^3$ ,  $x \geq 0$ .

2. [3,6] Considere a função de campo vetorial  $\vec{F}(x, y, z) = (2yx + 1, x^2 + z, y + 2z)$ . Calcule o valor do integral de linha de  $\vec{F}$  entre os pontos  $P = (0, 0, 1)$  e  $Q = (1, -1, 2)$ .

3. [3,6] Faça o esboço da superfície  $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $0 \leq z \leq 3$  e calcule a sua área.

4. [3,6] Seja a função de campo vetorial  $\vec{F}(x, y, z) = (xz^2, y, -1)$ . Determine o fluxo de  $\nabla \times \vec{F}$  no sentido de fora para dentro da superfície  $z = 6 - x^2 - y^2$ ,  $z \geq 2$ .

5. [3,6] Considere o integral:

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^4 dz \, dy \, dx$$

- a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.
- b) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a  $y$ .

6. [2,0] Seja uma superfície  $S$ , definida implicitamente pela equação  $F(x, y, z(x, y)) = 0$  para  $(x, y) \in T$ ,  $T \subset \mathbb{R}^2$ . Mostre que a área de  $S$  pode ser obtida por:

$$\iint_T \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right|^{-1} \sqrt{\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2} dx \, dy$$

(sugestão: tenha em conta a regra de derivação implícita)