Prova sem consulta. Duração: 1h30m (15m de tolerância). 1ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas. Em cada pergunta da prova é apresentada a cotação prevista.**

GRUPO I

1. [**3,5**] Sejam a curva, *C*, parametrizada por $\vec{r}(t)=\left(\operatorname{sen}(t),t,1-\cos(t)\right)$, $t\in[0,2\pi]$ e o ponto $P=(0,\pi,2)$. Determine:

a) Os versores da tangente e da normal principal a *C* no ponto *P*.

b) Os pontos de *C* onde o plano osculador é paralelo ao eixo dos *zz*.

2. [**4,0**] Seja a função escalar $f(x,y,z)=\operatorname{sen}(x+yz)+xy^2z$ e o ponto $R=(1,-1,1)$.

a) Calcule a derivada direcional de *f* no ponto *R* na direção do vetor $\vec{v}=(1,3,-1)$.

b) Em que direção *f* tem a máxima taxa de variação no ponto *R*? Qual o valor dessa taxa máxima? Justifique.

c) Obtenha a equação do plano tangente à superfície de nível $f(x,y,z)=1$ em *R*.

3. [**3,5**] Seja a função $f(x,y)=y^2x^2+y^2-x^2+4y$. Determine e classifique os seus pontos críticos.

GRUPO II

4. [**4,0**] Sabendo que a equação $yx-yz+e^{x-zy}=1$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de *x* e de *y* na vizinhança do ponto $P=(1,1,1)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ em *P*.

....*(continua no verso)*

Prova sem consulta. Duração: 1h30m (15m de tolerância). 1ª Prova de Reavaliação

5. [**3,0**] Considere a função escalar:

$$f(x,y)=\frac{y^2+x^2}{(x-y)^2}\ ,\ y\neq x\,.$$

a) Determine o limite de *f* no ponto (0,0), ao longo das retas $x=0$ e $y=0$.

b) Existirá limite no ponto (0,0)? Justifique.

6. [**2,0**] Seja C uma curva diferenciável e regular, parametrizada por $\vec{r}(t)$, $t\in\mathbb{R}$, tal que $\|\vec{r}\,'(t)\|$ é constante em $\mathbb{R}$. Mostre que:

a) $\vec{r}\,'(t)\cdot\vec{r}\,''(t)=0$, $t\in\mathbb{R}$.

b) $\vec{r}\,''(t)=\dfrac{\|\vec{r}\,'(t)\|^2}{\rho(t)}\vec{N}(t)$, $t\in\mathbb{R}$, em que $\rho(t)$ é o raio de curvatura.