

Curso MIEIC

Data 04/21

Disciplina Complementos de Matemática

Ano 1º Semestre 2º

Nome José Augusto Trigo Barboza

Espaço reservado para o avaliador

1ª Prova de Avaliação - 07/04/2017 - Exercício 1

$$\vec{r}(t) = (3 + 3t \cos(t), 3 + 3t \sin(t), 4t - 1), t \in \mathbb{R}$$

$$Q = (3, 3, -1) = \vec{r}(0)$$

$$a) \quad \vec{r}'(t) = (3 \cos(t) - 3t \sin(t), 3 \sin(t) + 3t \cos(t), 4)$$

$$\begin{aligned} \|\vec{r}'(t)\| &= \left[9(\cos^2(t) + \sin^2(t)) + 9t^2(\sin^2(t) + \cos^2(t)) + 16 \right]^{1/2} = \\ &= [25 + 9t^2]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\vec{T}(t) = \frac{1}{[25 + 9t^2]^{1/2}} (3 \cos(t) - 3t \sin(t), 3 \sin(t) + 3t \cos(t), 4)$$

$$\vec{T}(0) = \frac{1}{5} (3, 0, 4)$$

$$\begin{aligned} \vec{T}'(t) &= -\frac{1}{2} (18t) [25 + 9t^2]^{-3/2} (3 \cos(t) - 3t \sin(t), 3 \sin(t) + 3t \cos(t), 4) + \\ &\quad + [25 + 9t^2]^{-1/2} (-6 \sin(t) - 3t \cos(t), 6 \cos(t) - 3t \sin(t), 0) = \\ &= \frac{-9t}{[25 + 9t^2]^{3/2}} (3 \cos(t) - 3t \sin(t), 3 \sin(t) + 3t \cos(t), 4) + \\ &\quad + \frac{3}{[25 + 9t^2]^{1/2}} (-2 \sin(t) - t \cos(t), 2 \cos(t) - t \sin(t), 0) \end{aligned}$$

Wij

$$\vec{T}'(0) = \frac{3}{5} (0, 2, 0)$$

$$\|\vec{T}'(0)\| = \frac{6}{5}$$

$$\vec{N}(0) = (0, 1, 0) = \frac{\vec{T}'(0)}{\|\vec{T}'(0)\|}$$

$$\vec{B}(0) = \vec{T}(0) \times \vec{N}(0) = \frac{1}{5} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{5} (-4, 0, 3)$$

b)

Considerando o vector normal ao plano oscilador em Q

$$\vec{n} = (-4, 0, 3) \parallel \vec{B}(0)$$

obtem-se

$$\vec{X} \cdot \vec{n} = Q \cdot \vec{n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4x + 3z = -15 \quad (\text{equação cartesiana})$$

c)

Sabendo que $\vec{r}'(t) = \vec{v}(t) = \|\vec{r}'(t)\| \vec{T}(t)$
então

$$\vec{r}''(t) = \vec{a}(t) = \|\vec{r}'(t)\|' \vec{T}(t) + \|\vec{r}'(t)\| \vec{T}'(t)$$

em que

$$\vec{a}_T(t) = \|\vec{r}'(t)\|' \vec{T}(t) : \text{componente tangencial de } \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}_N(t) = \|\vec{r}'(t)\| \vec{T}'(t) : \text{componente normal de } \vec{a}(t)$$

Sabendo que $\|\vec{r}'(0)\| = 5$

$$\vec{T}'(0) = \frac{3}{5} (0, 2, 0)$$

Wu

Curso _____ Data ____ / ____ / ____

Disciplina _____ Ano ____ Semestre ____

Nome _____

Espaço reservado para o avaliador

a componente normal do vector aceleração em \mathcal{Q} é

$$\vec{a}_N(0) = \|\vec{r}'(0)\| \vec{T}'(0) = 3(0, 2, 0) = (0, 6, 0)$$

Por outro lado,

$$\|\vec{r}'(t)\|' = \frac{1}{2} (18t) [25 + 9t^2]^{-1/2} = \frac{9t}{[25 + 9t^2]^{1/2}}$$

Sabendo que $\|\vec{r}'(0)\|' = 0$

$$\vec{T}(0) = \frac{1}{5} (3, 0, 4)$$

a componente tangencial do vector aceleração em \mathcal{Q} é

$$\vec{a}_T(0) = \|\vec{r}'(0)\|' \vec{T}(0) = (0, 0, 0) \quad (\text{movimento uniforme em } \mathcal{Q}).$$

NOTA : O cálculo de $\vec{a}_T(0)$ poderia ser feito recorrendo à igualdade de vectorial

$$\vec{a}_T(0) = \vec{a}(0) - \vec{a}_N(0)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \vec{r}''(t) = \vec{a}(t) &= (-6\operatorname{sen}(t) - 3t\cos(t), 6\cos(t) - 3t\operatorname{sen}(t), 0) = \\ &= 3(-2\operatorname{sen}(t) - t\cos(t), 2\cos(t) - t\operatorname{sen}(t), 0) \end{aligned}$$

Wij

$$\vec{a}(0) = \vec{r}''(0) = 3(0, 2, 0) = (0, 6, 0)$$

$$\vec{a}_T(0) = (0, 6, 0) - (0, 6, 0) = (0, 0, 0) \quad \checkmark$$

Wiz