

- \* Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;
- \* A duração da prova é 1 hora +15m;
- \* Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;
- \* Ao fim de 1h 15m aceda ao MOODLE e responda ao inquérito para o qual são dados 15m.

## QUESTÕES

1. [4] Sejam o ponto  $P = (2, 1, 0)$  e a curva,  $C$ , parametrizada por:

$$\vec{r}(t) = \left( 2\cos(t), 1 + \sin(t), \sqrt{3}\sin(t) \right), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Determine:

- a) O versor da tangente no ponto  $P$ .
- b) O comprimento da curva compreendida entre  $P$  e o ponto  $Q = (0, 0, -\sqrt{3})$ .

2. [4] Seja a função escalar  $f(x, y, z) = (x - y)^4 + y^2 + 2z$  e a curva,  $C$ , parametrizada por:

$$\vec{r}(t) = (\cos(t), \sin(t), \pi - t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

- a) Calcule a derivada direcional de  $f$  no ponto  $P = \left( 0, 1, \frac{\pi}{2} \right)$  segundo a tangente à curva  $C$  neste ponto.
- b) Em que direção  $f$  tem a mínima taxa de variação no ponto  $P$ ? Qual o valor dessa taxa mínima? Justifique.

3. [4] Sabendo que a equação  $\cos(2x + 3y) - xy - z^2y + z = -1$  define, de modo implícito,  $z = z(x, y)$  como função de  $x$  e de  $y$  na vizinhança do ponto  $Q = \left( 0, \pi, \frac{1}{\pi} \right)$ ,

obtenha as derivadas parciais:

- a)  $\frac{\partial z}{\partial y}$  no ponto  $Q$ .
- b)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  no ponto  $Q$ .

.....*continua no verso*

4. [4] Considere a função:

$$f(x, y) = x^3 + 3y^2 + 3xy - 3.$$

- a) Determine os pontos críticos da função.
- b) Classifique os pontos críticos obtidos.

5. [4] Considere o integral duplo dado por:

$$\iint_D (3y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1-y}^{\sqrt{1-y^2}} (3y) dx dy.$$

- a) Calcule o valor do integral.
- b) Esboce o domínio de integração,  $D$ , e reescreva o integral trocando a ordem de integração.