Prova sem consulta. Duração: 1h30m (30m de tolerância). Prova de Reavaliação Global

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas. Em cada pergunta da prova é apresentada a cotação prevista.**

GRUPO I

1. [**3,8**] Seja a curva, *C*, definida pela interseção das superfícies $x^2+y^2=4$ e $z=2+y$.

a) Esboce a curva *C* e obtenha uma parametrização para a curva.

b) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{f}(x,y,z)=(y-z)\vec{i}+y\vec{j}-y\vec{k}$, ao longo de *C*, do ponto $P=(0,-2,0)$ ao ponto $Q=(2,0,2)$, admitindo que *C* é percorrida na região com abcissas positivas.

2. [**3,7**] Considere a curva, *C*, parametrizada por $\vec{r}(t)=\left(\text{sen}(t),t,1-\cos(t)\right)$, $t\in[0,2\pi]$ e o ponto $P=(0,\pi,2)$. Determine:

a) Os versores da tangente e da normal principal a *C* no ponto *P*.

b) Os pontos de *C* onde o plano osculador é paralelo ao eixo dos *zz*.

3. [**3,5**] Seja a função escalar $f(x,y,z)=\text{sen}(x+yz)+xy^2z$ e o ponto $R=(1,-1,1)$.

a) Calcule a derivada direcional de *f* no ponto *R* na direção do vetor $\vec{v}=(1,3,-1)$.

b) Em que direção *f* tem a máxima taxa de variação no ponto *R*? Qual o valor dessa taxa máxima? Justifique.

GRUPO II

4. [**3,7**] Sabendo que a equação $yx-yz+e^{x-zy}=1$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de *x* e de *y* na vizinhança do ponto $P=(1,1,1)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ em *P*.

....*continua no verso*

5. [**3,3**] Considere o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\iiint_V f(x,y,z)dzdxdy = \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1+2\sqrt{x^2+y^2}} (-xz)dzdxdy$$

a) Esboce o domínio de integração, V, e a sua projeção no plano Oxy.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração.

6. [**1,0**] Seja o integral triplo da pergunta **5.**. Esboce a projeção de V no plano Oxz e reescreva-o considerando a ordem de integração y, x, z; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

7. [**1,0**] O momento de inércia polar, I_O, de uma superfície material plana, S, limitada por uma curva de Jordan, C, em relação à origem do referencial é dado por $I_O = \iint_S \rho(x,y) r^2(x,y)dydx$, onde $r(x,y)$ é a distância de (x,y) à origem e $\rho(x,y)$ é a densidade. Admitindo que $\rho(x,y)$ é diretamente proporcional ao quadrado da distância de (x,y) ao eixo dos yy, obtenha uma expressão $\oint_C Pdx + Qdy$ que permita obter I_O a partir de um integral de linha ao longo de C.