

- * Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- * A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- * Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [3,5] Determine $\oint_C 2ydx + x^2dy$, em que C é a fronteira da região limitada por $y = 3x$ e $y = x^2$.
2. [3,5] Considere a função de campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xz + y^2, 2xy, x^2 + 3z^2)$.
 - a) Verifique se \mathbf{F} é gradiente de uma função de campo escalar.
 - b) Calcule $\int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, sendo L a curva que une o ponto $P = (2, 0, -1)$ ao ponto $R = (0, -2, -1)$, pertencente à interseção das superfícies $x^2 + y^2 = 4$ e $z = -1$.
3. [3,5] Seja a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 + x^2 + y^2 \wedge z \leq 5\}$. Obtenha o integral de superfície (fluxo) do rotacional da função de campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, yz, xz)$ de dentro para fora de S .
4. [3,5] Resolva, recorrendo ao método da variação das constantes, a equação diferencial $y'' + y' - 2y = 3x + 3e^x$.
5. [4,0] Calcule:
 - a) A função inversa da transformada de Laplace $F(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+5} + \frac{e^{-s}}{s^2+4}$.
 - b) A solução da equação diferencial $y'' - 2y' - 3y = u(t-2)$, em que $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$, usando transformadas de Laplace.
6. [2,0] Seja a equação diferencial de segunda ordem $y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$ e sejam $u_1(x)$ e $u_2(x)$ soluções linearmente independentes da equação homogénea associada. Mostre que é possível obter uma solução da equação diferencial completa sob a forma $y(x) = c_1(x) u_1(x) + c_2(x) u_2(x)$.

(continua no verso)

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t-a)u(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
$f * g$	$F(s)G(s)$

Tabela 4.1 Transformadas de Laplace

in “Problemas de equações diferenciais ordinárias e transformadas de Laplace”, Luísa Madureira, FEUPedições