Prova sem consulta. Duração: 2h. 2ª Prova de Avaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**3,6**] Seja $\oint_C (x^6+y)dx+(2x^2+y^6)dy$, em que C é a fronteira da região limitada por $y=2+x$, $y=x^2$ e $x\le 1$. Esboce a linha C e determine o valor do integral.

2. [**3,6**] Mostre que o integral $\int_C (x+y+1)dx+(x-z)dy+(-y+e^z)dz$ é independente do caminho, C, entre os pontos $A=(0,1,1)$ e $B=(2,-2,0)$ e obtenha o seu valor.

3. [**3,6**] Seja a superfície $z=4-\sqrt{x^2+y^2}$, $1\le z\le 3$. Faça o seu esboço e calcule a sua área.

4. [**3,6**] Esboce a superfície $S=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2=5 \,\wedge\, z\ge 1\right\}$ e determine o integral de superfície (fluxo) do rotacional da função de campo vetorial $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(yz,-xz,x^2yz)$ de fora para dentro de S.

5. [**3,6**] Considere o integral $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z\,dzdydx$.

a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.

b) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a y.

6. [**2,0**] Sejam $\boldsymbol{F}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ uma função de campo vetorial que não é gradiente e $\mu:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ uma função de campo escalar. Mostre que:

a) $\nabla\times(\mu\boldsymbol{F})=\mu(\nabla\times\boldsymbol{F})+\nabla\mu\times\boldsymbol{F}$.

b) Se $\mu\boldsymbol{F}$ é gradiente, então o rotacional de $\boldsymbol{F}$ é ortogonal ao gradiente de μ.