Prova sem consulta. Duração: 1h30m (15m de tolerância). 2ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas. Em cada pergunta da prova é apresentada a cotação prevista.**

GRUPO I

1. [**6,0**] Seja a curva, *C*, definida pela interseção das superfícies $x = y^2 + z^2$ e $y - z = 1$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva *C*.

b) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{f}(x, y, z) = (x - z^2)\vec{j} + (2 - 2y)\vec{k}$ entre os pontos $P = (5,2,1)$ e $Q = (1,1,0)$.

c) Mostre que o integral de linha $\int_L (2)dx + (1 - z^2)dy + (-2yz)dz$ é independente do caminho, *L*, que liga os pontos $P = (5,2,1)$ e $Q = (1,1,0)$, e determine o seu valor.

2. [**4,0**] Seja a superfície, *S*, definida por $z = (x^2 + y^2) - 1$, $0 \le z \le 3$.

a) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

b) Calcule a sua área.

GRUPO II

3. [**4,0**] Seja o integral duplo em coordenadas cartesianas:

$$\iint_R f(x, y)dydx = \int_{-1}^{1} \int_{x-2}^{1-x^2} f(x, y)dydx$$

a) Identifique e esboce o domínio de integração, *R*.

b) Reescreva-o invertendo a ordem de integração; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

....*continua no verso*

4. [**4,0**] Considere o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\iiint_V f(x,y,z)dzdxdy = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{0}^{2+y}(xy)\ dzdxdy$$

a) Esboce o domínio de integração, V, e a sua projeção no plano Oxy.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração.

5. [**1,0**] Seja o integral triplo da pergunta **4.**. Esboce a projeção de V no plano Oyz e reescreva-o considerando a ordem de integração x, y, z; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

6. [**1,0**] Considere a expressão

$$\iiint_T f(x,y,z)dzdxdy = \iiint_\Pi f(r\cos\theta, r\ \mathrm{sen}\theta, z)\ \left|J(r,\theta,z)\right|\ drd\theta dz$$

que traduz, no integral triplo, a mudança de coordenadas cartesianas, (x,y,z), para coordenadas cilíndricas, (r,θ,z), onde $J(r,\theta,z)$ designa o Jacobiano. Mostre que $\left|J(r,\theta,z)\right| = r$.