Prova sem consulta. Duração: 1h30m. EXAME / RECURSO

*** Prova sem consulta. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar.**
*** A duração da prova é 1h30m.**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas nem microcomputadores.**
*** Responda a cada grupo em folhas de capa separadas e identifique todas as folhas usadas.**

GRUPO I

1. [**3,5**] Considere a curva, *C*, parametrizada por $\vec{r}(t)=(\cos(t),t,\text{sen}(t))$, $t\in\mathbb{R}$. Determine:

a) O versor da tangente à curva no $Q=(-1,\pi,0)$.

b) O comprimento de arco entre os pontos $P=(1,0,0)$ e Q.

2. [**3**] Seja a curva, *L*, que é a interseção das superfícies $z=x^2+y^2-6$ e $x^2+y^2=4$. Esboce a curva, parametrize-a e calcule $\int_C (y+3z)dx+(x)dy+(3x+2z)dz$, sendo *C* a porção da curva *L* definida entre os pontos $P=(2,0,-2)$ e $Q=(0,2,-2)$ (percorrida no sentido direto quando é vista da origem do referencial).

GRUPO II

3. [**2,5**] Considere a curva, *C*, parametrizada por $\vec{r}(t)=(\cos(t),t,\text{sen}(t))$, $t\in\mathbb{R}$ e a função escalar $f(x,y,z)=6xz^2-2x^2+xy$. Calcule a derivada direcional de *f* em $Q=(-1,\pi,0)$, segundo a tangente à curva *C* neste ponto.

4. [**3,5**] Sabendo que a equação $y-xz-e^z=0$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de *x* e de *y* na vizinhança do ponto $S=(1,1,0)$, obtenha, usando derivação implícita, $\partial z/\partial x$ e $\partial^2 z/\partial x^2$ no ponto *S*.

GRUPO III

5. [**5,5**] Considere o integral triplo dado, em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-y^2}}\int_0^{x^2+y^2}(2x)\,dzdxdy$$

a) Esboce o domínio de integração, *V*, e a sua projeção no plano *Oxy*.

b) Calcule o seu valor.

c) Reescreva o integral transformando-o num integral em coordenadas cilíndricas.

6. [**2**] Seja uma curva descrita pela função vetorial $\vec{r}(s)$, parametrizada em relação ao comprimento de arco, s, e tal que $\|\vec{r}(s)\|=k$, $\forall s\in[0,a]$ e $k>0$. Mostre que $\forall s\in[0,a]$, $\vec{r}(s)\cdot\vec{r}\,'(s)=0$ e $\vec{r}(s)\cdot\vec{r}\,''(s)=-1$.