

- * Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- * A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- * Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [4,1] Seja a função vetorial $\mathbf{r}(t) = (e^t \sin(t), e^t \cos(t), t+1)$, $t \in \mathbb{R}$. Determine:
 - a) O versor da tangente à curva no ponto $P = (0, 1, 1)$.
 - b) A equação cartesiana do plano osculador à curva no ponto P .

2. [4,1] Calcule a derivada direcional da função de campo escalar $f(x, y, z) = x + e^{z^2 - y}$ no ponto $R = (0, 1, 1)$, na direção do vetor normal à superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ neste mesmo ponto.

3. [1,5] Calcule os pontos críticos de $f(x, y) = x - xy^2$ e classifique-os.

4. [4,1] Seja a superfície de equação $x \sin(x) + ze^z + y^2 - 1 = 0$. Assumindo que a equação da superfície define z como uma função implícita de x e y , $z = f(x, y)$, calcule $\partial z / \partial x$ e $\partial z / \partial y$ no ponto $Q = (0, 1, 0)$.

5. [4,2] Seja o integral $\int_0^1 \int_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}} 2x \, dx dy$.
 - a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.
 - b) Reescreva-o: (i) trocando a ordem de integração;
(ii) em coordenadas polares.

6. [2,0] Seja uma curva descrita pela função vetorial $\mathbf{r}(t)$. Mostre que $\mathbf{r}''(t)$ pertence ao plano osculador em $\mathbf{r}(t)$, caso este exista. Justifique convenientemente.