Prova sem consulta. Duração: 1h30m. EXAME

*** Prova sem consulta. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar.**
*** A duração da prova é 1h30m.**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas nem microcomputadores.**
*** Responda a cada grupo em folhas de capa separadas e identifique todas as folhas usadas.**

GRUPO I

1. [**4,5**] Seja a curva, C, definida pela interseção das superfícies $x = y^2$ e $y = -2 + z$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva e calcule o versor da tangente no ponto $P = (1,-1,1)$.

b) Dado o campo vetorial $\vec{f}(x, y, z) = (2,\ z-2,\ y)$, calcule o integral $\int_L \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$, em que L é a porção da curva C que liga o ponto P ao ponto $Q = (4,2,4)$.

GRUPO II

2. [**6**] Seja a função escalar $f(x, y, z) = x^2 + z - y - 1$ e a superfície, S, $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.

a) Obtenha a equação cartesiana do plano tangente a S no ponto $P = (0,1,1)$.

b) Calcule a derivada direcional de f em P segundo a normal à superfície S neste ponto.

c) Parametrize a superfície S e calcule a área da porção desta superfície compreendida entre $z = 1$ e $z = 4$, esboçando-a previamente.

3. [**3**] Dada a função $f(x, y) = 3y^2 - 3xy + x^2 + x$, calcule e classifique os seus pontos críticos.

GRUPO III

4. [**4,5**] Considere o integral triplo dado, em coordenadas cilíndricas, por:

$$\int_{\pi/4}^{\pi} \int_0^2 \int_1^4 r^2 \operatorname{sen}(\theta)\, dz dr d\theta$$

a) Esboce o domínio de integração, V, e a sua projeção no plano Oxy.

b) Reescreva o integral transformando-o num integral em coordenadas cartesianas.

5. [**2**] Mostre, usando o Teorema de Green, que a área de uma região plana, fechada e limitada, D, pode ser dada por

$$A(D) = \frac{1}{2} \int_C -y dx + x dy$$

sendo C a curva simples, fechada e limitada, que é fronteira de D, percorrida no sentido direto.