## MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO | 2013-14 EICO009 | COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICA | 1º ANO - 2º SEMESTRE

Prova sem consulta. Duração: 2h.

2ª Prova de Avaliação

- \* Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- \*A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- \* Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.
- 1. [3,6] Calcule

$$\oint_C \left(2y + \sqrt{1+x^5}\right) dx + \left(5x - e^{y^2}\right) dy$$

onde C é a curva de equação cartesiana  $x^2 + y^2 = 4$ .

- 2. [3,6] Determine o trabalho realizado pelo campo vetorial  $\vec{F}(x,y,z) = (2y,-2x,1)$  ao longo da trajetória resultante da interseção das superfícies  $x^2 + y^2 = 4$  e z = 2y, no sentido retrógrado visto da parte positiva do eixo dos zz.
- 3. [3,6] Considere a superfície  $z = x^2 + y^2 + 1$ ,  $3 \le z \le 5$ . Faça o seu esboço e calcule a sua área.
- **4.** [3,6] Seja a função de campo vetorial  $\vec{F}(x,y,z) = (y,z,1)$ . Determine o fluxo de  $\nabla \times \vec{F}$  no sentido de dentro para fora da superfície  $z = x^2 + y^2$ ,  $0 \le z \le 4$ .
- **5.** [3,6] Considere o integral:

$$\int_{0}^{1} \left( \int_{0}^{\sqrt{1-x^{2}}} \left( \int_{\sqrt{x^{2}+y^{2}}}^{\sqrt{2-x^{2}-y^{2}}} z \, dz \right) dy \right) dx$$

- a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.
- b) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a y.
- **6.** [2,0] Seja a superfície S definida pela função vetorial  $r(u,v): T \to \mathbb{R}^3$ ,  $T \subset \mathbb{R}^2$ . Mostre que em qualquer ponto da superfície o produto vetorial fundamental é perpendicular a uma qualquer linha  $\alpha(t): I \to \mathbb{R}^3$ ,  $I \subset \mathbb{R}$ , situada sobre a superfície.