

Nome do estudante: N.º

Informação aos estudantes: A consulta permitida inclui slides das aulas teóricas, livros e outros materiais impressos! Anotações serão permitidas apenas nestes materiais! Não serão permitidas folhas manuscritas avulsas de qualquer tipo ou acesso à Internet (tablets, portáteis, etc.) Telemóveis deverão permanecer **DESLIGADOS** durante a duração do exame. Deve responder os seguintes grupos de questões em folhas separadas (uma folha para cada grupo): {1, 2, 3} e {4, 5, 6}.

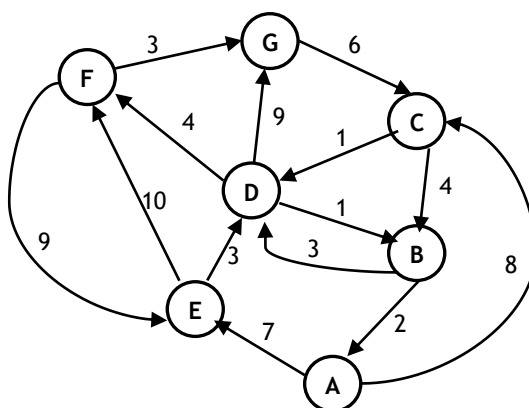
As folhas de resposta, de rascunho, assim como do enunciado devem ser todas entregues no final do exame!

1. [4 valores] Suponha que está a gerir o processo de colocação de cartazes publicitários num troço de N quilómetros na auto-estrada A1, no sentido norte-sul. O vetor $pos[]$ especifica os locais possíveis para colocação de um cartaz, sendo $pos[i]$ a distância em Kms desde o local i até ao final do troço em análise (considere este vetor ordenado crescentemente). Na colocação de um cartaz publicitário, é cobrado um valor que depende do local onde o cartaz é colocado. Considere $valor[]$ o vetor que representa os valores a cobrar, sendo $valor[i]$ o valor a cobrar pela colocação do cartaz publicitário na posição $pos[i]$. Não é permitido colocar cartazes que distem, entre si, menos de 5 Kms. Pretende-se determinar o valor máximo possível de obter na cobrança de cartazes.

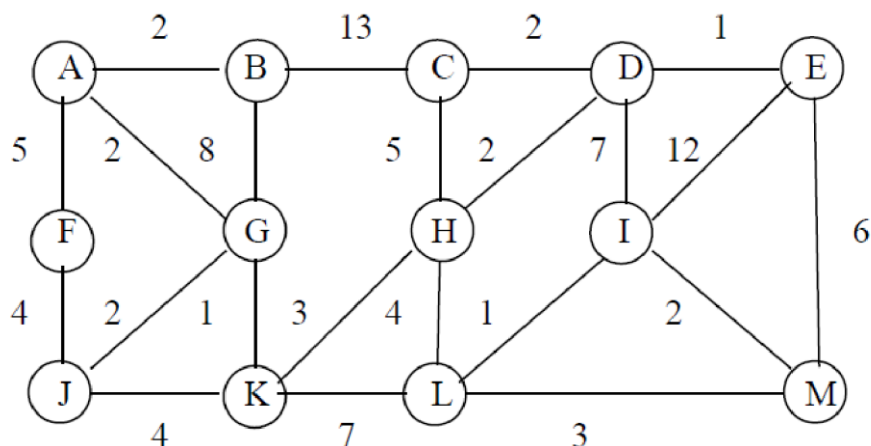
- [1,5 valor] Implemente (em C++ ou pseudocódigo) uma solução para o problema, usando um Algoritmo Ganancioso. Indique a complexidade temporal. Este algoritmo será ótimo? Explique.
- [2,5 valores] Formalize uma solução para o problema, usando Programação Dinâmica. Implemente (em C++ ou pseudocódigo) essa solução e indique a sua complexidade temporal. Explique.

Sugestão: Se desejar, poderá considerar um valor $e[j]$, como sendo o local mais próximo (no sentido sul) de $pos[j]$, mas cuja distância a este é ≥ 5 Kms.

2. [3 valores] O grafo dirigido representado na figura seguinte identifica um mapa, onde os vértices são cidades e o valor de uma aresta é a distância entre as cidades adjacentes. O Sr. Joaquim mora na cidade A e pretende visitar a família na cidade G.

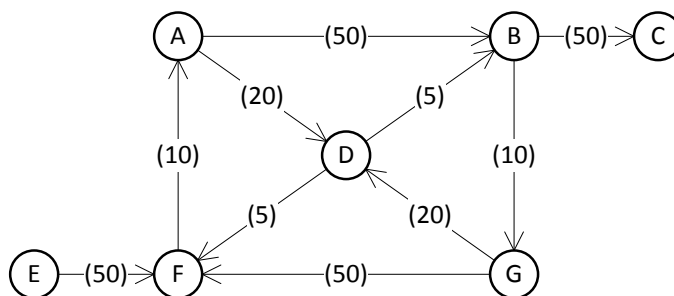


- a) [1,0 valor] Indique o percurso que o Sr. Joaquim deve realizar de modo a percorrer a menor distância. Explique.
- b) [1,0 valor] O sr. Joaquim está agora preocupado com o custo da viagem. O seu automóvel consome 1 l/1 unidade de distância. O preço da gasolina nas cidades {A,B,C,D,E,F,G} é de {1€, 2€, 1€, 2€, 1€, 1€, 1€}, respetivamente. O Sr. Joaquim só abastece quando necessário (quando não tem gasolina suficiente para percorrer a estrada que pretende) e coloca sempre 10l de gasolina. Inicialmente o depósito está vazio. Implemente um algoritmo (em linguagem C++ ou pseudocódigo) para cálculo do percurso que o Sr. Joaquim deve realizar de modo a minimizar o dinheiro gasto em gasolina, e indique qual será este caminho. Explique. Sugestão: altere o algoritmo Dijkstra.
- c) [1,0 valor] O Sr. Joaquim quer agora conhecer/percorrer todas as estradas, mas não pretende passar mais que uma vez por nenhuma. É possível? Se sim, indique ao Sr. Joaquim o percurso a efetuar.
3. [3 valores] Considere o grafo G, pesado e não dirigido, apresentado na figura, em que os vértices representam locais e o valor de uma aresta representa o custo associado à ligação de locais adjacentes.



- a) [1,5 valores] Identifique uma árvore de expansão mínima, usando o algoritmo que achar conveniente. Apresente a ordem em que os vértices são adicionados à árvore de expansão mínima, de acordo com o algoritmo que escolheu. Explique.
- b) [1,5 valores] Implemente um algoritmo eficiente (em pseudocódigo) que, conhecendo a árvore de expansão mínima T de um grafo G, identifique a segunda árvore de expansão mínima (T2). T2 é a árvore de expansão de G que possui o menor custo, excluindo a árvore T. Note que T e T2 diferem de apenas uma aresta.

4. [3 valores] Um sistema de drenagem foi concebido, de acordo com a rede de canais ilustrada na figura, para transportar 50 000 unidades de volume (uv) de águas residuais, desde o produtor localizado no nó E, até ao consumidor localizado no nó C. O transporte é realizado por gravidade, ou seja, não há pressão nos canais; na rede indica-se a inclinação dos canais com o sentido das setas, e a suas capacidades respetivas, entre parêntesis, dadas em 1 000 uv. Responda as perguntas seguintes, apresentando a justificação adequada.



- [1,0 valor] A rede apresentada é capaz de transportar o volume desejado, de 50 000 uv? Qual o fluxo máximo que esta rede conseguirá transportar?
 - [1,0 valor] O que acontece ao volume máximo da rede se um novo consumidor, adicionalmente ao já existente no nó C, for colocado no nó D?
 - [1,0 valor] Qual o impacto que poderá ter a inversão do escoamento (inclinação) do canal GF (que passará a ser FG), no funcionamento da rede, considerando os dois consumidores C e D?
5. [3 valores] Considere o texto abaixo e responda as questões seguintes, apresentando as justificações apropriadas.

a a a a b b b C C d d d d E E E E D D d A A A a b c d d b a B B c c c c

- [0,5 valores] Considerando apenas os caracteres do texto, 3 bits seriam suficientes para definir um código de tamanho fixo? Qual seria o custo total de codificação do texto, utilizando código de tamanho fixo?
- [1,5 valor] Considerando códigos de tamanho variável, qual seria o custo mínimo total de codificação do texto?
- [1,0 valores] Compare e comente os custos totais de codificação do texto, utilizando código de tamanho fixo, código de tamanho variável, e RLE (*Run-Length Encoding*).

6. [4 valores] Uma empresa provedora de acesso à Internet possui um servidor que recebe inúmeros pedidos de downloads, a uma taxa considerável de chegada; para cada solicitação, é possível saber o tamanho do ficheiro solicitado, em bytes. A empresa opera com uma largura de banda limitada (capacidade de transmissão de dados em bytes por unidade de tempo), e deve seleccionar as solicitações a responder num determinado intervalo de tempo (por exemplo, a cada minuto). Para tratar este problema, recorreu à ajuda de engenheiros informáticos, a fim de que fosse implementado um algoritmo eficiente para maximizar o número de solicitações a atender a cada minuto.

Considerando o problema exposto, responda as perguntas a seguir:

- a) [1,0 valores] Reformule este problema como um problema de decisão.
- b) [3,0 valores] Verifique se há uma solução eficiente para este problema, explicando os passos da sua solução.

Sugestão: Caso necessário, poderá utilizar as definições dos problemas NP-completo a seguir. Se desejar, poderá também considerar outros problemas da classe NP-completo, para além dos enunciados.

Cobertura de vértices (*Vertex-Cover Problem, VCP*): Dado um grafo $G=(V, E)$, encontrar uma cobertura dos vértices de G é encontrar um subconjunto $W \subseteq V$ tal que, para toda aresta $\{i, j\} \in E$, tem-se $i \in W$ ou $j \in W$.

Soma dos subconjuntos (*Subset Sum problem, SSP*): Dado um conjunto de inteiros positivos, S , e um inteiro k , o problema resume-se em encontrar um subconjunto $S' \subseteq S$, tal que a soma dos elementos de S' seja k .

Bom Exame!