

Nome: _____

Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

1. (4 pontos) Um homem com 72 kg empurra uma caixa de madeira com 8 kg sobre um chão horizontal, exercendo uma força horizontal nela que a faz deslizar no chão. Sobre a caixa está pousado um livro com 0.6 kg. O homem, a caixa e o livro deslocam-se conjuntamente, com aceleração igual a 0.5 m/s^2 . Determine o valor das forças de atrito entre o chão e a caixa, entre a caixa e o livro e entre o chão e os pés do homem, ignorando a resistência do ar e sabendo que os coeficientes de atrito estático (μ_e) e atrito cinético (μ_c) são: entre o chão e a caixa, $\mu_e = 0.25$ e $\mu_c = 0.2$; entre a caixa e o livro, $\mu_e = 0.35$ e $\mu_c = 0.28$; entre o chão e os pés do homem, $\mu_e = 0.4$ e $\mu_c = 0.3$.

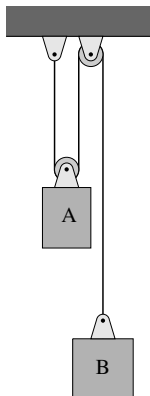
2. (4 pontos) O sistema dinâmico:

$$\dot{x} = y + x(x^2 + y^2) \quad \dot{y} = -x + y(x^2 + y^2)$$

tem um ponto de equilíbrio na origem. Use as substituições $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ para transformar as equações de evolução para coordenadas polares. Encontre as expressões para \dot{r} e $\dot{\theta}$ em função de r e θ . Explique (com argumentos válidos) que tipo de ponto de equilíbrio é a origem e quantos ciclos limite existem.

PERGUNTAS. Respostas certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco, 0.

3. No instante em que o bloco B desce com velocidade 18 cm/s, com que velocidade se desloca o bloco A para cima?



- (A) 36 cm/s (C) 54 cm/s (E) 9 cm/s
(B) 6 cm/s (D) 18 cm/s

Resposta:

4. A força resultante sobre um objeto de massa 2 kg é $\vec{F} = 7\hat{i} + 5t\hat{j}$ (SI). Se a velocidade do objeto em $t = 0$ for $3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s, calcule a velocidade em $t = 6$ s.

- (A) $21.0\hat{i} + 45.0\hat{j}$ (D) $45.0\hat{i} + 94.0\hat{j}$
(B) $24.0\hat{i} + 19.0\hat{j}$ (E) $24.0\hat{i} + 49.0\hat{j}$
(C) $24.0\hat{i} + 45.0\hat{j}$

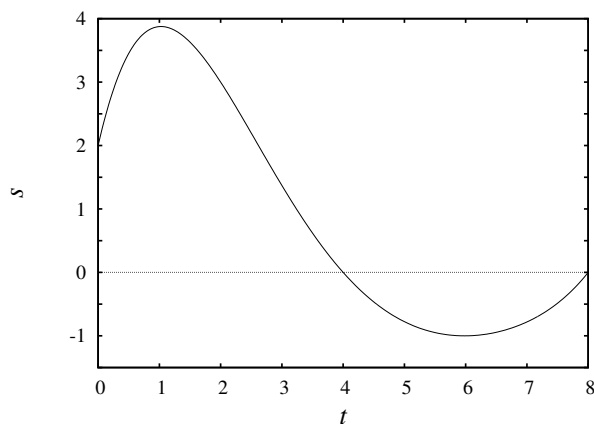
Resposta:

5. Um primeiro cilindro, com massa 30 g, fica em equilíbrio a uma altura de 40 cm quando é pendurado de uma mola vertical. Substituindo o primeiro cilindro por outro de massa 31 g, este fica em equilíbrio a uma altura de 34 cm. Determine o valor da constante elástica da mola.

- (A) 17 mN/m (C) 82 mN/m (E) 33 mN/m
(B) 163 mN/m (D) 327 mN/m

Resposta:

6. A figura mostra o gráfico da posição de um ponto ao longo da sua trajetória em função do tempo. Se a_1 e a_6 representam a aceleração tangencial nos dois instantes $t = 1$ e $t = 6$, qual das afirmações é correta?



- (A) $a_1 > 0$, $a_6 > 0$ (D) $a_1 = 0$, $a_6 = 0$
(B) $a_1 < 0$, $a_6 > 0$ (E) $a_1 > 0$, $a_6 < 0$
(C) $a_1 < 0$, $a_6 < 0$

Resposta:

7. A componente tangencial da força resultante sobre uma partícula de massa 2 (unidades SI) é dada pela expressão $4s + 7v$, onde s é a posição na trajetória e v o valor da velocidade. Qual das matrizes na lista é a matriz do respetivo sistema dinâmico linear?

- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 7/2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7/2 & 2 \end{bmatrix}$

Resposta:

8. A aceleração tangencial de um objeto verifica a expressão $a_t = 4s^2$ (unidades SI), em que s é a posição na trajetória. Se o objeto parte do repouso em $s = 1$ m, determine o valor absoluto da sua velocidade em $s = 2$ m.

(A) 3.57 m/s (C) 4.99 m/s (E) 4.32 m/s
(B) 5.66 m/s (D) 2.83 m/s

Resposta:

9. Um piloto de corridas de aviões, com 100 kg, executa um loop vertical de 400 m de raio, com velocidade constante em módulo. Sabendo que a força vertical exercida no piloto pela base do assento do avião é igual a 2450 N, no ponto mais baixo do loop, calcule a mesma força no ponto mais alto do loop.

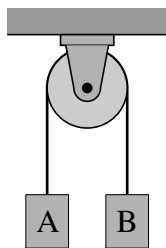
(A) 2450 N (C) 1470 N (E) 490 N
(B) 980 N (D) 245 N

Resposta:

10. Numa máquina de Atwood penduram-se dois blocos A e B nos extremos de um fio que passa por uma roldana; o bloco A, mais pesado, desce com aceleração constante e o bloco B, mais leve, sobe com o mesmo valor da aceleração. Considerando as forças seguintes:

- Força de contacto no eixo da roldana.
- Peso do bloco A.
- Peso do bloco B.

Quais dessas forças atuam sobre a roldana?



(A) 1 e 2 (C) 1 (E) 2 e 3
(B) 1 e 3 (D) 1, 2 e 3

Resposta:

11. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado tem um único ponto de equilíbrio na origem e um ciclo limite. Qual poderá ser a matriz jacobiana do sistema na origem?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta:

12. O momento de inércia de um cilindro de massa m , raio R e densidade constante, em relação ao seu eixo, é $mR^2/2$. Quando esse cilindro roda sem derrapar num plano inclinado de altura h , partindo do repouso, chega ao fim

do plano com velocidade $2\sqrt{\frac{gh}{3}}$. Um segundo cilindro, com o mesmo raio e massa mas densidade que depende da distância ao eixo, atinge uma velocidade $\sqrt{\frac{10gh}{7}}$ no mesmo plano inclinado, partindo do repouso e rodando sem derrapar. Qual é a expressão do momento de inércia do segundo cilindro, em relação ao seu eixo?

(A) $\frac{2}{5}mR^2$ (C) $\frac{3}{4}mR^2$ (E) $\frac{1}{3}mR^2$
(B) $\frac{3}{5}mR^2$ (D) $\frac{2}{3}mR^2$

Resposta:

13. Qual das seguintes equações poderia ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

(A) $\dot{y} = x + xy^2$ (D) $\dot{y} = 2y^2 - 3y$
(B) $\dot{y} = 2y - 5y^2$ (E) $\dot{y} = -5xy + 2y$
(C) $\dot{y} = 6y - y^2$

Resposta:

14. A equação diferencial:

$$\ddot{x} - x^2 - 3x - 2 = 0$$

é equivalente a um sistema dinâmico com espaço de fase (x, \dot{x}) . Qual dos pontos na lista é um ponto de equilíbrio do sistema?

(A) (1, 0) (C) (-3, 0) (E) (3, 0)
(B) (0, 0) (D) (-1, 0)

Resposta:

15. Lança-se um projétil desde uma janela a 4.2 m de altura, com velocidade de 14 m/s, inclinada 30° por cima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, calcule a altura máxima atingida pelo projétil.

(A) 14.2 m (C) 6.7 m (E) 9.2 m
(B) 5.5 m (D) 11.7 m

Resposta:

16. Calcule o valor da componente tangencial da aceleração dum ponto, num instante em que o vetor velocidade é $2\hat{i} + 4\hat{j}$ e o vetor aceleração é $-5\hat{i} + 8\hat{j}$ (unidades SI).

(A) 22.0 m/s² (C) 9.39 m/s² (E) 8.05 m/s²
(B) 36.0 m/s² (D) 4.92 m/s²

Resposta:

17. Num sistema que se desloca no eixo dos x , a força resultante é $x^2 + x - 2$. Na lista seguinte, qual dos valores corresponde à posição x dum ponto de equilíbrio instável?

(A) -1 (C) -2 (E) 2
(B) 3 (D) 1

Resposta:

Perguntas

3. E

6. B

9. E

12. A

15. C

4. E

7. A

10. C

13. E

16. D

5. B

8. E

11. E

14. D

17. D