

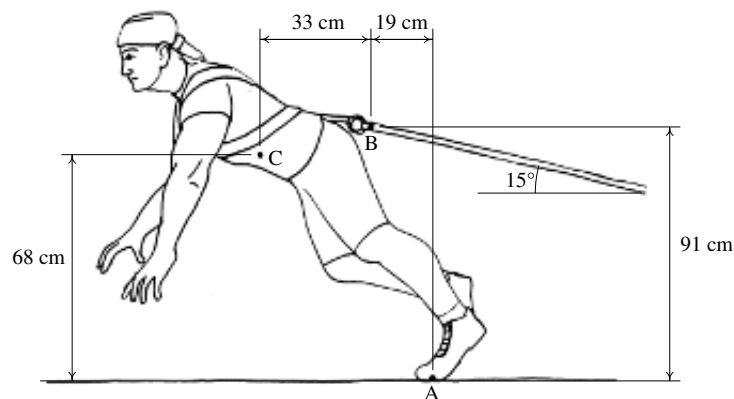
NOME: _____ LOG-IN FEUP: _____

Exame final

16 de Junho de 2011

Duração: Duas horas. Com consulta de formulário e utilização de meios de cálculo. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ para a aceleração da gravidade.

1. (4 valores) O sistema dinâmico com equações de evolução: $\dot{x} = -x + 4y - y^3$ $\dot{y} = -y + 4x - x^3$ tem nove pontos de equilíbrio. As coordenadas (x, y) de dois desses pontos são:
 $P_1 = (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$ $P_2 = ((\sqrt{3} - 2)\sqrt{2 + \sqrt{3}}, -\sqrt{2 + \sqrt{3}})$
 (a) Diga que tipo de pontos de equilíbrio são P_1 e P_2 . (b) Escreva as equações de evolução do sistema linear que aproxima o sistema na vizinhança do ponto P_1 .
2. (4 valores) Um atleta com massa de 91 kg puxa um camião numa estrada horizontal, com velocidade constante, por meio de uma corda amarrada às suas costas. A figura mostra as posições relativas do centro de gravidade do atleta, C, do ponto de apoio do seu pé com o chão, A, e do ponto de ligação com a corda, B. (a) Calcule o módulo da tensão na corda. (b) Desenhe um diagrama com as forças que julga que poderão estar a atuar no camião.



PERGUNTAS. Cotação: Respostas certas, 0.8, erradas, -0.2, em branco, 0. Cada pergunta tem uma única resposta. Serão avaliadas apenas as respostas que apareçam na caixa de **Resposta** (e não na folha de exame ou de rascunho).

3. Um aluno empurra um bloco de massa 900 g, sobre uma mesa horizontal com uma aceleração constante de 1.9 m/s^2 . A força que o aluno exerce é horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é 0.7, calcule o módulo da força do aluno sobre o bloco.
- (A) 7.88 N (C) 78.84 N (E) 15.77 N
 (B) 19.71 N (D) 4.46 N

sistema de equações. Qual será o resultado do comando `length(a)`?

- (A) 17 (C) 1 (E) 16
 (B) 2 (D) 3

Resposta:

Resposta:

4. Um campo de futebol tem 70 m de largura e 115 m de comprimento. No início de um jogo, a bola foi colocada no centro do campo e passados 3 minutos foi colocada num canto. Calcule o módulo da velocidade média nesse intervalo.

- (A) 0.194 m/s (D) 0.748 m/s
 (B) 0.319 m/s (E) 0.374 m/s
 (C) 1.028 m/s

Resposta:

5. O comando
`a:rk([f,g],[y,z],[0,1],[x,0,1.6,0.1])`
 do Maxima foi usado para resolver numericamente um

6. As equações $\dot{x} = x(2+y)$, $\dot{y} = y(2+x)$ definem um sistema:

- (A) Linear.
 (B) Conservativo.
 (C) De duas espécies com cooperação.
 (D) De duas espécies com competição.
 (E) Presa-predador.

Resposta:

7. Uma partícula desloca-se ao longo do eixo dos x com uma aceleração que aumenta em função do tempo: $a = 5t$ (unidades SI). No instante $t = 0$, a partícula encontra-se em repouso no ponto $x = 8 \text{ m}$. Calcule a posição da partícula em $t = 6 \text{ s}$.

- (A) 564.0 m (C) 94.0 m (E) 188.0 m
 (B) 470.0 m (D) 1165.6 m

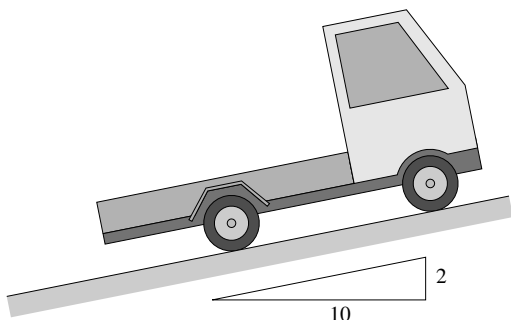
Resposta:

8. O comando `a:rk([f,g],[y,z],[0,1],[x,0,1,0.1])` do Maxima foi usado para resolver numericamente um sistema de equações. Qual dos comandos seguintes produz uma lista com os valores de z ?

(A) `makelist(a[3][i],i,1,11)`
 (B) `makelist(a[i][3],i,1,11)`
 (C) `makelist(a[i][1],i,1,11)`
 (D) `makelist(a[i][2],i,1,11)`
 (E) `makelist(a[1][i],i,1,11)`

Resposta: ☐

9. Um caminhão com massa total de 1300 kg acelera desde o repouso até uma velocidade de 25 km/h numa distância de 100 m, ao longo de uma rampa com declive constante de 20% (em cada 10 metros na horizontal, a rampa sobe 2 metros). Calcule o trabalho realizado pelas forças de atrito.



(A) 218.5 kJ (C) -31.3 kJ (E) -218.5 kJ
 (B) 281.2 kJ (D) 249.9 kJ

Resposta: ☐

10. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado tem exactamente dois pontos de equilíbrio, P e Q. O ponto P é ponto de sela e o ponto Q é foco repulsivo. Qual das seguintes afirmações sobre o sistema é verdadeira?

(A) Pode existir uma órbita homoclínica.
 (B) O sistema pode ser linear.
 (C) Podem existir ciclos.
 (D) Pode existir uma órbita heteroclínica.
 (E) O sistema pode estar em estado de equilíbrio estável.

Resposta: ☐

11. Um piloto de corridas de aviões, com 105 kg, executa um loop vertical de 900 m de raio, com velocidade constante em módulo. Sabendo que a força exercida no piloto pela base do assento do avião é igual a 2572 N, no ponto mais baixo do loop, calcule a mesma força no ponto mais alto do loop.

(A) 2572.0 N (C) 257.0 N (E) 1028.5 N
 (B) 1543.0 N (D) 514.0 N

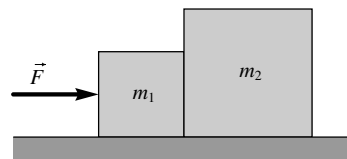
Resposta: ☐

12. Se o ponto de equilíbrio de um sistema linear for um foco atrativo, o que podemos concluir acerca do traço, T , ou o determinante, D , da matriz do sistema?

(A) $T < 0$ (C) $D < 0$ (E) $T > 0$
 (B) $T = 0$ (D) $D = 0$

Resposta: ☐

13. Na figura, a força \vec{F} é horizontal e constante, com módulo igual a 32 N. As massas dos dois blocos são $m_1 = 9$ kg e $m_2 = 63$ kg. Os dois blocos aceleram sobre a superfície horizontal. Calcule o módulo da força que o bloco do lado esquerdo exerce sobre o bloco do lado direito.



(A) 0 (C) 4 N (E) 28 N
 (B) 24 N (D) 32 N

Resposta: ☐

14. De acordo com o critério de Bendixson, qual dos seguintes sistemas dinâmicos não pode ter nenhuma órbita fechada (ciclo, órbita homoclínica ou órbita heteroclínica)?

(A) $\dot{x} = 3x^2 + y^2$ $\dot{y} = x^2 - y^2$
 (B) $\dot{x} = 3x^3 + y^2$ $\dot{y} = x^2y - y$
 (C) $\dot{x} = 3x + y^2$ $\dot{y} = x^2 + y^2$
 (D) $\dot{x} = 3x + y^2$ $\dot{y} = x^3y - y$
 (E) $\dot{x} = 3x^3 + y^2$ $\dot{y} = y - yx^2$

Resposta: ☐

15. A matriz de um sistema dinâmico linear é:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

Se A for a trajectória que passa pelo ponto (0,1) no espaço de fase e B for a trajectória que passa pelo ponto (1,0), podemos afirmar que a origem é:

(A) Conjunto limite negativo de A e de B.
 (B) Conjunto limite positivo e negativo de A.
 (C) Conjunto limite positivo de A e limite negativo de B.
 (D) Conjunto limite negativo de A e limite positivo de B.
 (E) Conjunto limite positivo de A e de B.

Resposta: ☐

16. A força resultante sobre uma partícula que se desloca no eixo dos x é $F = (x+1)(x-1)(3-x)$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira, em relação aos pontos de equilíbrio da partícula?

(A) $x = 1$ é estável e $x = 3$ é instável.
 (B) $x = -1$ é estável e $x = 3$ é instável.
 (C) $x = -1$ é instável e $x = 3$ é estável.
 (D) $x = -1$ e $x = 1$ são instáveis.
 (E) $x = 1$ é instável e $x = 3$ é estável.

Resposta: ☐

17. A matriz jacobiana de um sistema dinâmico com variáveis de estado (x, y) , é:

$$\begin{bmatrix} y & x-1 \\ y+1 & x \end{bmatrix}$$

Sabendo que (0, 0) é ponto de equilíbrio do sistema, determine que tipo de ponto é.

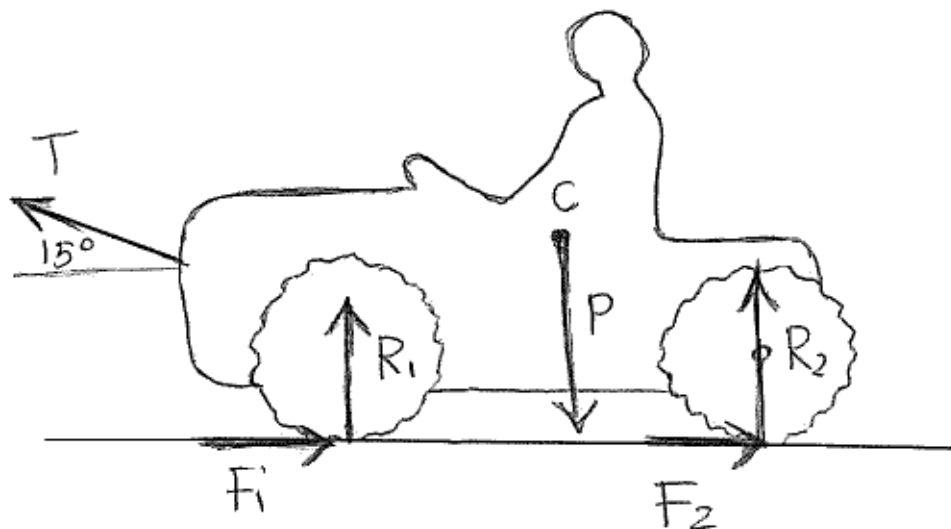
(A) ponto de sela (D) nó atractivo
 (B) centro (E) foco repulsivo
 (C) nó repulsivo

Resposta: ☐

e, portanto, a tensão na corda é:

$$T = \frac{0.52 \times 891.8}{0.91 \cos(15^\circ) - 0.19 T \sin(15^\circ)} = 559 \text{ N}$$

(b) As forças sobre o caminhão são a tensão na corda, o peso total do caminhão e da sua carga e as reações normais e forças de atrito nos pneus. A direção e sentido dessas forças está indicado no diagrama seguinte:



O atrito é estático e aponta na direção oposta ao movimento, porque nenhuma das rodas tem tração. A força da resistência do ar for desprezada, porque a velocidade deverá ser muito baixa, mas se fosse considerada teria a mesma direção e sentido das forças de atrito.

Perguntas

- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. A | 6. C | 9. B | 12. A | 15. E |
| 4. E | 7. E | 10. A | 13. E | 16. E |
| 5. A | 8. B | 11. D | 14. E | 17. B |