

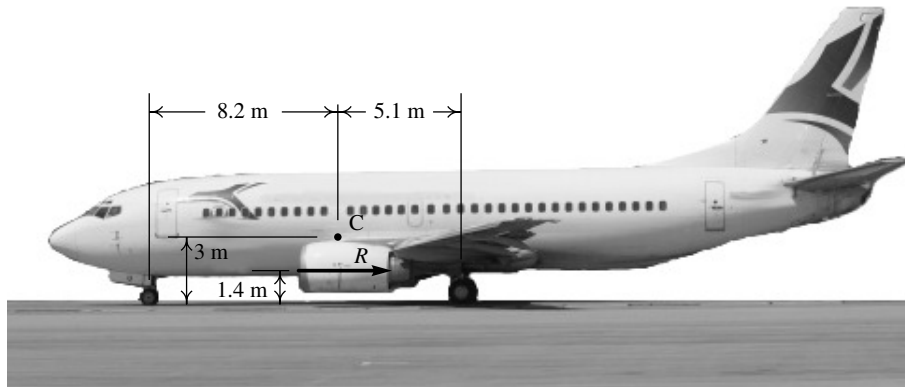
NOME: _____ LOG-IN FEUP: _____

Exame de recurso

8 de Julho de 2011

Duração: Duas horas. Com consulta de formulário e utilização de meios de cálculo. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ para a aceleração da gravidade.

1. (4 valores) O avião na figura, com massa total de $1.1 \times 10^5 \text{ kg}$, aterra numa pista horizontal. O ponto C representa o centro de gravidade. No instante em que a velocidade é de 210 km/h (para a esquerda), o piloto liga as turbinas em modo inverso, produzindo a força constante R (representada na figura) e após ter percorrido 580 m na pista a velocidade diminui para 70 km/h . Durante esse percurso, as forças de atrito nos pneus e a resistência do ar podem ser ignoradas, em comparação com a força R que é muito maior. Calcule a reação normal na roda da frente.



2. (4 valores) Uma partícula com massa m desloca-se ao longo do eixo dos x . Em unidades SI, a componente x da força resultante sobre a partícula é dada pela expressão $F = m(x^3 - 2x^2 - 3x - v)$, onde v é a velocidade e x a posição.
- (a) Escreva as equações de evolução do sistema. (b) Encontre os pontos de equilíbrio no espaço de fase. (c) Calcule a matriz jacobiana do sistema. (d) Caracterize cada um dos pontos de equilíbrio. (e) Explique se o sistema poderá ter ou não ciclos, órbitas homoclínicas ou órbitas heteroclínicas.

PERGUNTAS. Cotação: Respostas certas, 0.8, erradas, -0.2, em branco, 0. Cada pergunta tem uma única resposta. Serão avaliadas apenas as respostas que apareçam na caixa de **Resposta** (e não na folha de exame ou de rascunho).

3. Qual dos seguintes sistemas não pode ser caótico?
- (A) Um sistema autónomo com 4 variáveis de estado.
 (B) Um sistema linear com 4 variáveis de estado.
 (C) Um pêndulo duplo (dois pêndulos, um pendurado do outro).
 (D) Um sistema autónomo com 3 variáveis de estado.
 (E) Um sistema de 4 espécies.

Resposta:

4. Qual das matrizes na lista é a matriz jacobiana do sistema dinâmico equivalente à equação diferencial $2\ddot{x} - 2x^2\dot{x} + 4x^3 = 0$?

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

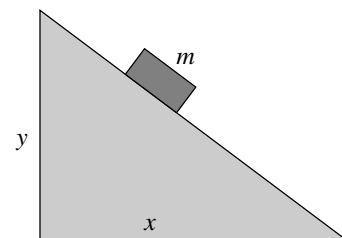
(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ y - 4x & x \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4y - 2 & 4x \end{bmatrix}$

Resposta:

5. Um bloco de massa 7 kg desce deslizando sobre a superfície de um plano inclinado com base $x = 4 \text{ m}$ e altura $y = 6 \text{ m}$. Calcule o módulo da reação normal do plano sobre o bloco.



(A) 114.16 N

(C) 68.60 N

(E) 19.03 N

(B) 38.05 N

(D) 22.87 N

Resposta:

6. Um objecto desloca-se ao longo do eixo dos x . Em qualquer ponto com coordenada x , a aceleração do objecto é dada pela expressão $a = 1x^4$ (unidades SI). Se o objecto parte do repouso no ponto $x = 1 \text{ m}$, com que velocidade chegará ao ponto $x = 2 \text{ m}$?

(A) 4.59 m/s

(C) 2.47 m/s

(E) 1.41 m/s

(B) 3.52 m/s

(D) 5.66 m/s

Resposta:

7. As equações de um sistema dinâmico com variáveis de estado (x, y) foram transformadas para coordenadas polares (r, θ) , obtendo-se as equações:

$$\dot{\theta} = -2 \quad \dot{r} = r^2 - 3r$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) Existe um ciclo limite atrativo em $r = 2$
 (B) Existe um ciclo limite atrativo em $r = 3$
 (C) Existe um ciclo limite atrativo em $r = 0$
 (D) Existe um ciclo limite repulsivo em $r = 3$
 (E) Existe um ciclo limite repulsivo em $r = 2$

Resposta: ☐

8. Um caixote de massa 0.5 kg é puxado simultaneamente por duas forças $4\vec{e}_x - 11\vec{e}_y$ (N) e $3\vec{e}_x + 7\vec{e}_y$ (N). Calcule a aceleração do caixote.

- (A) $6\vec{e}_x + 14\vec{e}_y$ (m/s²) (D) $14\vec{e}_x - 8\vec{e}_y$ (m/s²)
 (B) $3.5\vec{e}_x - 2.0\vec{e}_y$ (m/s²) (E) $7\vec{e}_x - 4\vec{e}_y$ (m/s²)
 (C) $8\vec{e}_x - 22\vec{e}_y$ (m/s²)

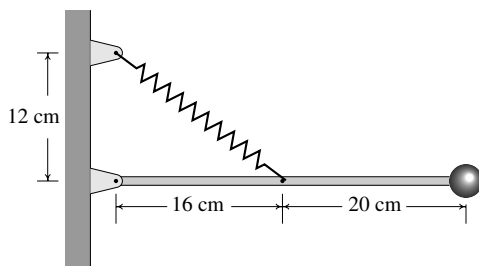
Resposta: ☐

9. A força resultante sobre um objeto de massa 2 kg é $\vec{F} = 9\vec{e}_x + 1t\vec{e}_y$ (SI). Se a velocidade do objeto em $t = 0$ for $3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y$ m/s, calcule a velocidade em $t = 7$ s.

- (A) $34.5\vec{e}_x + 12.3\vec{e}_y$ (D) $66.0\vec{e}_x + 28.5\vec{e}_y$
 (B) $31.5\vec{e}_x + 12.3\vec{e}_y$ (E) $34.5\vec{e}_x + 7.5\vec{e}_y$
 (C) $34.5\vec{e}_x + 16.3\vec{e}_y$

Resposta: ☐

10. Na figura, a mola elástica é usada para manter a barra na posição horizontal. Sabendo que a constante elástica da mola é igual a 300 N/m e o seu comprimento, quando não está comprimida nem esticada, é 15 cm, calcule a energia elástica da mola na situação apresentada na figura.



- (A) 375 mJ (C) 135 mJ (E) 240 mJ
 (B) 735 mJ (D) 540 mJ

Resposta: ☐

11. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado tem uma curva de evolução com conjunto limite negativo num ponto P. Em relação à lista seguinte:

1. foco atrativo. 4. nó repulsivo.
 2. foco repulsivo. 5. centro.
 3. nó atrativo.

Que tipo de ponto de equilíbrio pode ser o ponto P?

- (A) 1 ou 2 (C) 3 ou 4 (E) 5
 (B) 2 ou 4 (D) 1 ou 3

Resposta: ☐

12. O comando

`a:rk([f,g],[y,z],[0,1],[x,0,1,0.01])`

do Maxima foi usado para resolver numericamente um sistema de equações. A seguir, o comando `last(a)[2]` mostrará o valor:

- (A) inicial de y (D) final de z
 (B) final de y (E) final de x
 (C) inicial de x

Resposta: ☐

13. Num sistema que se desloca no eixo dos x , a força resultante é $x^2 + x - 2$. Na lista seguinte, qual dos valores corresponde à posição x dum ponto de equilíbrio estável?

- (A) 1 (C) 3 (E) -2
 (B) -1 (D) 2

Resposta: ☐

14. Uma partícula com massa igual a 3 (unidades SI) desloca-se no eixo dos y sob a acção de uma força resultante $2y + 6v$, onde v é a velocidade. Qual das matrizes na lista é a matriz do sistema?

- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2/3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2/3 & 2 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$

Resposta: ☐

15. A matriz jacobiana de um sistema não linear, num ponto P do espaço de fase (x, y) , foi armazenada na variável J, no Maxima. O comando `eigenvectors(J)` produz: `[[[-1,-2], [1,1]], [[1,-1]], [[1,1/3]]]` que tipo de ponto de equilíbrio é o ponto P?

- (A) centro. (D) nó atrativo.
 (B) foco repulsivo. (E) ponto de sela.
 (C) foco atrativo.

Resposta: ☐

16. Um bloco de massa 1 kg desce deslizando sobre a superfície de um plano inclinado, partindo do ponto A com valor da velocidade igual a 5 m/s e parando completamente no ponto B. As alturas dos pontos A e B, medidas na vertical desde a base horizontal do plano, são: $h_B = 10$ cm e $h_A = 100$ cm. Calcule o trabalho realizado pela força de atrito, desde A até B.

- (A) -18.4 J (C) -19.4 J (E) -17.4 J
 (B) -21.3 J (D) -20.3 J

Resposta: ☐

17. Qual das seguintes equações poderia ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

- (A) $\dot{y} = 2y - 5y^2$ (D) $\dot{y} = 2y^2 - 3y$
 (B) $\dot{y} = 6y + xy$ (E) $\dot{y} = 6y - y^2$
 (C) $\dot{y} = x + xy^2$

Resposta: ☐

(d) No ponto $(x, v) = (0, 0)$:

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

O traço é -1 e o determinante é 3 . A equação característica é:

$$\lambda^2 + \lambda + 3 = 0$$

com raízes $\lambda = -0.5 \pm \sqrt{-2.75}$, nomeadamente, complexas com parte real negativa. O ponto $(0, 0)$ é foco atrativo.

No ponto $(x, v) = (3, 0)$:

$$J_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 12 & -1 \end{bmatrix}$$

Como o determinante dessa matriz é negativo, o ponto é ponto de sela.

No ponto $(x, v) = (-1, 0)$:

$$J_{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & -1 \end{bmatrix}$$

Como o determinante da matriz é negativo, esse ponto também é ponto de sela.

(e) O traço da matriz jacobiana é igual a -1 em todos os pontos do espaço de fase. Portanto, o critério de Bedixson implica que o sistema não pode ter nenhum ciclo, nem órbita homoclínica, nem órbita heteroclínica.

Perguntas

3. B	6. B	9. C	12. B	15. D
4. E	7. D	10. A	13. E	16. B
5. B	8. D	11. B	14. E	17. B