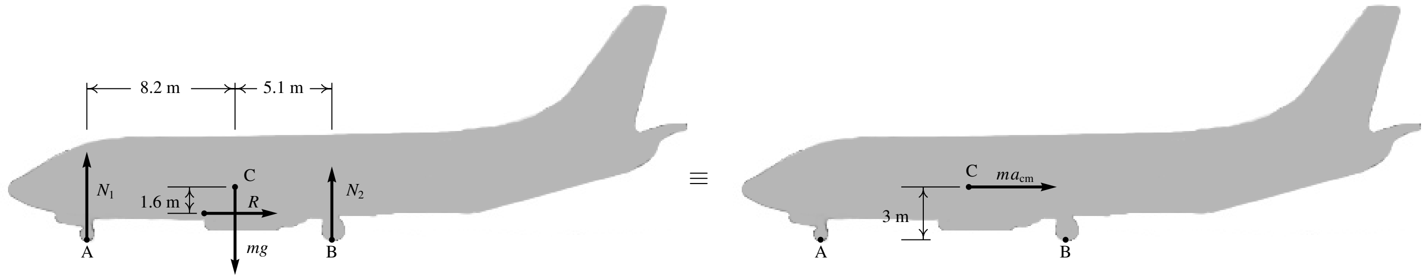
FEUP - MIEIC **FÍSICA 1 - EIC0010 - 2010/2011**

Exame de Recurso **Resolução**

8 de Julho de 2011 Jaime Villate

Problemas

1. (*a*) A figura seguinte mostra, no lado esquerdo, o **diagrama de corpo livre** indicando todas as forças externas sobre o avião: o peso $m\vec{g}$, a força $\vec{R}$ e as reações normais nos pneus $\vec{N}_1$ e $\vec{N}_2$. O lado direito mostra o **diagrama equivalente**, com a força resultante $m\vec{a}_{\text{cm}}$ e sem momento resultante, já que o avião não roda.



Comparando as componentes x e y e os momentos em relação ao centro de massa, nos dois lados da figura, obtêm-se as seguintes equações:

$$R = m\,a_{\text{cm}}$$
$$N_1 + N_2 - m\,g = 0$$
$$8.2 N_1 - 5.1 N_2 - 1.6 R = 0$$

Como a força R permanece constante, a primeira equação implica que a aceleração do centro de massa também será constante e pode integrar-se a equação de movimento:

$$a_{\text{cm}} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \quad\Longrightarrow\quad a_{\text{cm}}\int_0^{580}\mathrm{d}x = \int_{210/3.6}^{70/3.6} v\,\mathrm{d}v \quad\Longrightarrow\quad 580\,a_{\text{cm}} = \frac{1}{2\times 3.6^2}\left(70^2 - 210^2\right) \quad\Longrightarrow\quad a_{\text{cm}} = -2.61\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

O sinal negativo indica que é no sentido oposto à velocidade. Consequentemente:

$$R = 1.1\times 10^5 \times 2.61 = 287\times 10^3\ \text{N}$$

Substituindo esse valor na equação da soma dos momentos, pode resolver-se o sistema de duas equações para N_1 e N_2. Outra forma mais direta de calcular N_1 consiste em comparar momentos em relação ao ponto B, nos dois lados da figura acima:

$$13.3 N_1 - 5.1\times 1.1\times 10^5\times 9.8 + 1.4\times 287\times 10^3 = 3\times 1.1\times 10^5\times 2.61 \quad\Longrightarrow\quad N_1 = 448\times 10^3\ \text{N}$$

2. (*a*) As equações de evolução são:

$$\dot{x} = v$$
$$\dot{v} = x^3 - 2x^2 - 3x - v$$

(*b*) Nos pontos de equilíbrio os dois lados direitos das equações de evolução anulam-se. Assim, $v = 0$ e:

$$x\left(x^2 - 2x - 3\right) = 0 \quad\Longrightarrow\quad x = 0 \quad\vee\quad x = 3 \quad\vee\quad x = -1$$

(*c*) A matriz jacobiana do sistema é:

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial v} \\ \dfrac{\partial\left(x^3 - 2x^2 - 3x - v\right)}{\partial x} & \dfrac{\partial\left(x^3 - 2x^2 - 3x - v\right)}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3x^2 - 4x - 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(d) No ponto $(x,v) = (0,0)$:

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

O traço é -1 e o determinante é 3. A equação caraterística é:

$$\lambda^2 + \lambda + 3 = 0$$

com raízes $\lambda = -0.5 \pm \sqrt{-2.75}$, nomeadamente, complexas com parte real negativa. O ponto $(0,0)$ é foco atrativo.

No ponto $(x,v) = (3,0)$:

$$J_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 12 & -1 \end{bmatrix}$$

Como o determinante dessa matriz é negativo, o ponto é ponto de sela.

No ponto $(x,v) = (-1,0)$:

$$J_{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & -1 \end{bmatrix}$$

Como o determinante da matriz é negativo, esse ponto também é ponto de sela.

(e) O traço da matriz jacobiana é igual a -1 em todos os pontos do espaço de fase. Portanto, o critério de Bedixson implica que o sistema não pode ter nenhum ciclo, nem órbita homoclínica, nem órbita heteroclínica.

Perguntas

3. B
4. E
5. B
6. B
7. D
8. D
9. C
10. A
11. B
12. B
13. E
14. E
15. D
16. B
17. B