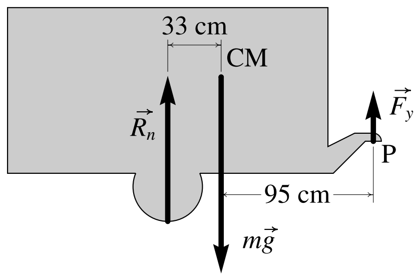
Problemas

1. (*a*) Este problema é muito semelhante ao exemplo 4.1 resolvido no livro. O diagrama seguinte mostra as 3 forças externas que actuam sobre o reboque:



As duas equações que permitem calcular os módulos da reacção normal, R_n, e da força em P, F_y, são a soma das forças verticais e a soma dos momentos; ambas devem ser nulas, por não existir nem aceleração linear nem aceleração angular.

$$0.33\,R_n - 0.95\,F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_n = \frac{95}{33}F_y$$

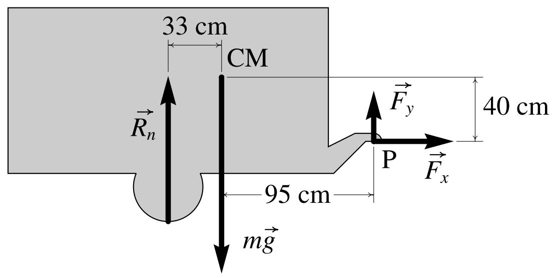
$$R_n + F_y - 750\times 9.8 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_y = \frac{750\times 9.8}{1+\frac{95}{33}} = 1895\text{ N} \quad R_n = 5455\text{ N}$$

Repare que os momentos foram calculados em relação ao centro de massa. Outra forma mais simples de resolver o problema é a seguinte: como o sistema está em equilíbrio, podemos calcular momentos em relação aos pontos P e a ponto de contacto do pneu, obtendo duas equações que permitem calcular F_y e R_n directamente:

$$1.28\,R_n - 0.95\times 750\times 9.8 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_n = 5455\text{ N}$$

$$1.28\,F_y - 0.33\times 750\times 9.8 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_y = 1895\text{ N}$$

(*b*) Este problema é muito semelhante ao exemplo 4.2 resolvido no livro. O diagrama seguinte mostra as 4 forças externas que actuam sobre o reboque:



Como a aceleração é na direcção x (horizontal) e o reboque não roda, a soma das componentes x das forças deve ser igual a $m\,a$, a soma das componentes y (verticais) deve ser nula e a soma dos momentos em relação ao centro de massa deverá ser nula:

$$F_x = 750\,a$$

$$R_n + F_y - 750\times 9.8 = 0$$

$$0.33\,R_n - 0.95\,F_y - 0.4\,F_x = 0$$

Essas 3 equações, com quatro variáveis, permitem calcular R_n, F_x e F_y em função de a.

2. Este problema é muito semelhante aos exemplos 7.1 e 7.2, que foram resolvidos no livro usando o Maxima. Os problemas no fim do capítulo também proponham problemas semelhantes para serem resolvidos com e sem o Maxima. Mostraremos aqui a resolução sem usar o Maxima.

(a) Nos pontos de equilíbrio, as duas componentes da velocidade de fase deverão ser nulas:

$$\begin{aligned} &y^2+3y-10=0 \qquad \Rightarrow \qquad (y+5)(y-2)=0 \\ &xy+x+12=0 \end{aligned}$$

A primeira equação tem duas soluções: $y=-5$ e $y=2$. Substituindo $y=-5$ na segunda equação obtém-se $x=3$ e substituindo $y=2$ obtém-se $x=-4$. Consequentemente, existem unicamente dois pontos de equilíbrio:

$$\mathrm{P}_1=(3,-5) \qquad \mathrm{P}_2=(-4,2)$$

(b) A matriz jacobiana do sistema é:

$$J=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial(y^2+3y-10)}{\partial x} & \dfrac{\partial(y^2+3y-10)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial(xy+x+12)}{\partial x} & \dfrac{\partial(xy+x+12)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2y+3 \\ y+1 & x \end{bmatrix}$$

(c) Substituindo as coordenadas de P_1 na matriz jacobiana obtemos:

$$J=\begin{bmatrix} 0 & -7 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Assim, a soma e o produto dos valores próprios nesse ponto são:

$$\lambda_1+\lambda_2=0+3=3 \qquad \lambda_1\lambda_2=0\times 3-(-7)\times(-4)=-28$$

portanto, os valores próprios em P_1 são 7 e -4.
Substituindo as coordenadas de P_2 na matriz jacobiana obtemos:

$$J=\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

Assim, a soma e o produto dos valores próprios nesse ponto são:

$$\lambda_1+\lambda_2=0-4=-4 \qquad \lambda_1\lambda_2=0\times(-4)-7\times 3=-21$$

portanto, os valores próprios em P_2 são 3 e -7.
(d) Como nos dois pontos de equilíbrio os valores próprios são reais e com sinais opostos, os dois pontos são pontos de sela.

Perguntas

3. B
4. D
5. D
6. D
7. A
8. B
9. D
10. A
11. E
12. B
13. A
14. C ou E
15. C
16. E
17. C