

Problemas

1. (a) A matriz jacobiana do sistema é:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial(-x+4y-y^3)}{\partial x} & \frac{\partial(-x+4y-y^3)}{\partial y} \\ \frac{\partial(-y+4x-x^3)}{\partial x} & \frac{\partial(-y+4x-x^3)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4-3y^2 \\ 4-3x^2 & -1 \end{bmatrix}$$

Substituindo as coordenadas de P_1 na matriz jacobiana obtemos:

$$J_1 = \begin{bmatrix} -1 & -11 \\ -11 & -1 \end{bmatrix}$$

O determinante é $1 - 121 = -120$ e, por ser negativo, conclui-se que o ponto P_1 é ponto de sela.

Substituindo as coordenadas de P_2 na matriz jacobiana obtemos:

$$J_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2-3\sqrt{3} \\ -2+3\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$$

Assim, a equação característica nesse ponto é:

$$\lambda^2 + 2\lambda + 24 = 0 \Rightarrow \lambda = -1 \pm \sqrt{1-24}$$

portanto, os valores próprios em P_2 são números complexos com parte real negativa. O ponto P_2 é um foco atrativo.

(b) Para deslocar a origem para o ponto de equilíbrio P_1 , introduzimos duas novas coordenadas:

$$u = x + \sqrt{5} \quad v = y - \sqrt{5}$$

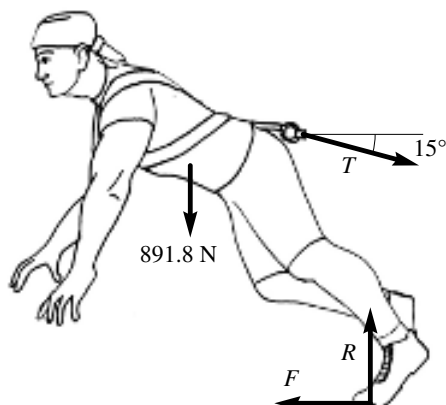
em função dessas coordenadas, o sistema pode ser aproximado para um sistema linear se os valores de u e v estiverem próximos de zero. A matriz desse sistema será a matriz jacobiana no ponto P_1 que já foi calculada na alínea anterior; assim, o sistema linear é:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -11 \\ -11 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

escritas em forma explícita, as duas equações de evolução são:

$$\dot{u} = -u - 11v \quad \dot{v} = -11u - v$$

2. (a) As forças externas sobre o atleta são o seu peso, de 891.8 N, a tensão na corda, \vec{T} , a reação normal do chão, \vec{R} , e a força de atrito estático no chão, \vec{F} ;



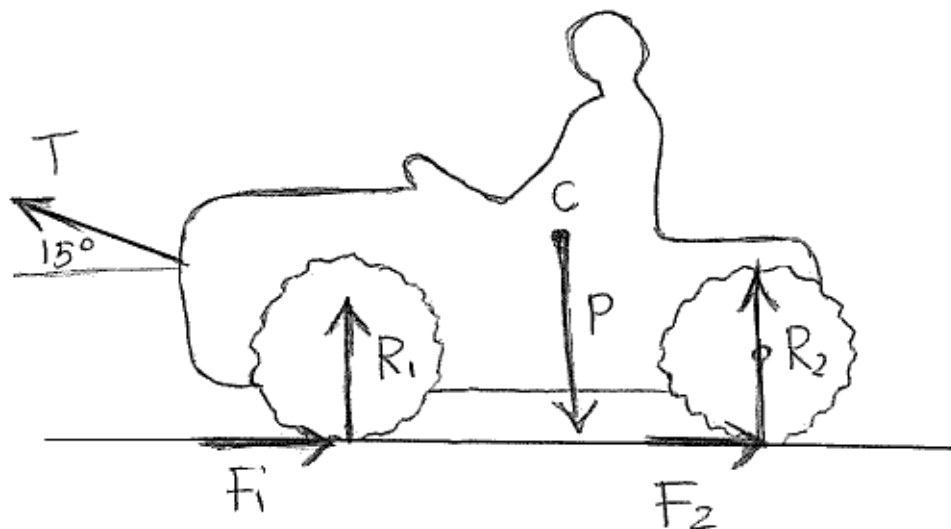
A soma dos momentos em relação a qualquer ponto deverá ser nula. Se usarmos como referência o ponto A, as forças \vec{R} e \vec{F} não produzirão nenhum momento, e a soma dos momentos em relação a A será:

$$0.52 \times 891.8 + 0.19T \sin(15^\circ) - 0.91T \cos(15^\circ) = 0$$

e, portanto, a tensão na corda é:

$$T = \frac{0.52 \times 891.8}{0.91 \cos(15^\circ) - 0.19 T \sin(15^\circ)} = 559 \text{ N}$$

(b) As forças sobre o caminhão são a tensão na corda, o peso total do caminhão e da sua carga e as reações normais e forças de atrito nos pneus. A direção e sentido dessas forças está indicado no diagrama seguinte:



O atrito é estático e aponta na direção oposta ao movimento, porque nenhuma das rodas tem tração. A força da resistência do ar for desprezada, porque a velocidade deverá ser muito baixa, mas se fosse considerada teria a mesma direção e sentido das forças de atrito.

Perguntas

- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. A | 6. C | 9. B | 12. A | 15. E |
| 4. E | 7. E | 10. A | 13. E | 16. E |
| 5. A | 8. B | 11. D | 14. E | 17. B |