

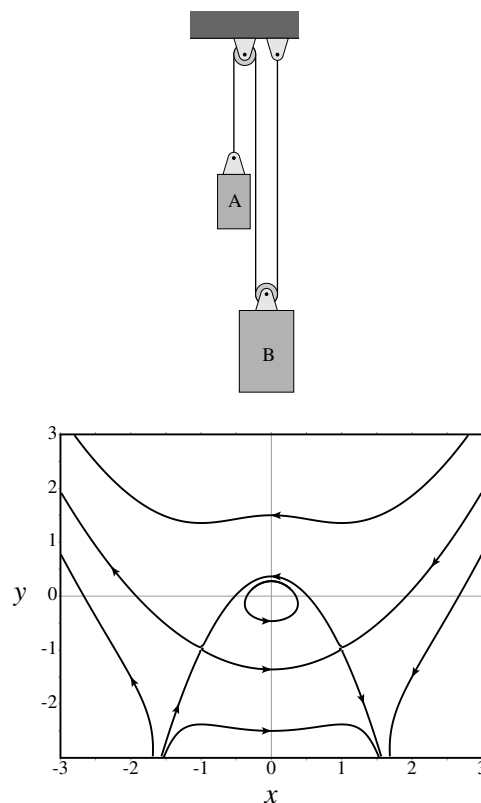
Nome: _____

Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros!

- (4 valores). O sistema representado na figura, com 2 roldanas e 2 blocos ligados por um fio de comprimento constante, tem um único grau de liberdade. As massas dos blocos são $m_A = 0.3 \text{ kg}$ e $m_B = 0.7 \text{ kg}$. As duas roldanas podem ser consideradas discos homogêneos (momento de inércia $I_{cm} = m R^2/2$), cada uma com massa de 0.06 kg . (a) Encontre as expressões para o valor da velocidade do bloco B e das velocidades angulares de cada uma das roldanas, em função do valor da velocidade v_A do bloco A e do raio R das roldanas (admita que as roldanas rodam sem que o fio deslize sobre elas). (b) Determine a expressão da energia mecânica total do sistema, em função de v_A e da distância vertical y_A desde o teto até o centro de massa do bloco A (despreze a massa do fio). (c) Desprezando o trabalho das forças não conservativas, encontre a equação de movimento do sistema e calcule as acelerações dos dois blocos.
- (4 valores). A figura mostra o retrato de fase do sistema dinâmico com equações de evolução:

$$\dot{x} = -y - x^2 \quad \dot{y} = x - x^3$$

- (a) Determine os conjuntos limite positivo e negativo das duas curvas de evolução que passam pelos pontos $(x, y) = (0, -2)$ e $(x, y) = (0, -0.5)$. (b) Calcule a divergência da velocidade de fase e diga que pode concluir-se a partir do critério de Bendixson. (c) Indique se o sistema tem algum ciclo, órbita homoclínica ou órbita heteroclínica. (d) Comente a seguinte afirmação, argumentando claramente os seus comentários: “O retrato de fase inclui duas curvas de evolução parabólicas que se cruzam em dois pontos”.



PERGUNTAS. Respostas certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco, 0.

- Um corpo escorrega, com movimento uniforme, do topo de um plano inclinado, fixo no solo, até à sua base. Para este percurso:

- (A) A energia cinética do corpo diminui.
(B) A energia mecânica do corpo mantém-se constante.
(C) O trabalho realizado pela resultante das forças sobre o corpo é positivo.
(D) A energia potencial do corpo diminui.
(E) O trabalho realizado pela força gravítica é negativo.

Resposta: ☐

- As equações de evolução de um sistema linear são:

$$\dot{x} = x + 2y \quad \dot{y} = x + y$$

Que tipo de ponto de equilíbrio é a origem?

- (A) Foco repulsivo. (D) Centro.
(B) Foco atrativo. (E) Ponto de sela.
(C) Nó repulsivo.

Resposta: ☐

- O sistema dinâmico não linear:

$$\dot{x} = xy - 4x + y - 4 \quad \dot{y} = xy + x - 3y - 3$$

tem um ponto de equilíbrio em $x = 3$, $y = 4$. Qual é

o sistema linear que aproxima o sistema não linear na vizinhança desse ponto de equilíbrio?

- (A) $\dot{x} = 5y \quad \dot{y} = 4x$ (D) $\dot{x} = -5y \quad \dot{y} = -4x$
(B) $\dot{x} = -4y \quad \dot{y} = 5x$ (E) $\dot{x} = 4y \quad \dot{y} = 5x$
(C) $\dot{x} = 5y \quad \dot{y} = -4x$

Resposta: ☐

- A energia mecânica de um sistema conservativo com dois graus de liberdade, x e θ , é dada pela expressão $E_m = 5\dot{x}^2 + 7\dot{\theta}^2 - 3x\theta$. Encontre a expressão para a aceleração $\ddot{\theta}$.

- (A) $3x\theta/14$ (C) $3x/14$ (E) $3x\theta/5$
(B) $3\theta/14$ (D) $3x/5$

Resposta: ☐

- Um projétil é lançado desde uma janela a 2.5 m de altura, com velocidade de 16 m/s, inclinada 30° por cima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, calcule a altura máxima que o projétil atingirá.

- (A) 4.1 m (C) 9.0 m (E) 5.8 m
(B) 15.6 m (D) 12.3 m

Resposta: ☐

8. A matriz de um sistema dinâmico linear é: $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

Se A for a curva de evolução que passa pelo ponto (1,1) no espaço de fase e B for a curva de evolução que passa pelo ponto (1,-1), podemos afirmar que a origem é:

- (A) Conjunto limite positivo de A e limite negativo de B.
 (B) Conjunto limite negativo de A e de B.
 (C) Conjunto limite negativo de A e limite positivo de B.
 (D) Conjunto limite positivo de A e de B.
 (E) Centro de A e B que são ciclos.

Resposta: ☐

9. A posição de um ponto ao longo de um percurso, em função do tempo, é dada pela expressão $y = 10t - t^2$ (SI). Determine a distância percorrida pelo ponto entre $t = 0$ e $t = 7.5$ s.

- (A) 31.25 m (C) 25 m (E) 9.25 m
 (B) 43.75 m (D) 6.25 m

Resposta: ☐

10. Num sistema dinâmico contínuo no plano xy , se os conjuntos limite positivo e negativo de uma curva de evolução C são ambos o mesmo objeto L, qual das seguintes afirmações poderá ser verdadeira?

- (A) L é um ponto de equilíbrio atrativo.
 (B) L é um centro.
 (C) C é uma órbita heteroclínica.
 (D) C é um ciclo.
 (E) L é um atrator estranho.

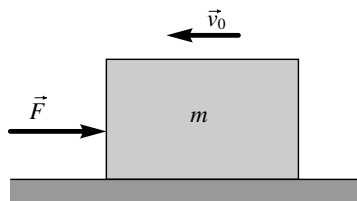
Resposta: ☐

11. O vetor posição de um ponto, em função do tempo, é dado pela expressão: $2t^4 \vec{e}_x + (t^2 + 2) \vec{e}_y$ (unidades SI). Calcule o ângulo entre a velocidade e o vetor posição, no instante $t = 1$.

- (A) 88.8° (C) 67.6° (E) 42.3°
 (B) 55.0° (D) 16.9°

Resposta: ☐

12. O bloco na figura, com massa igual a 6 kg, desloca-se para a esquerda, com velocidade inicial \vec{v}_0 , sobre uma superfície horizontal. Sobre o bloco atua uma força externa \vec{F} , horizontal e constante, com módulo igual a 30 N. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é igual a 0.25. Calcule o módulo da aceleração do bloco.



- (A) 15.3 m/s² (C) 5.0 m/s² (E) 7.45 m/s²
 (B) 44.7 m/s² (D) 2.55 m/s²

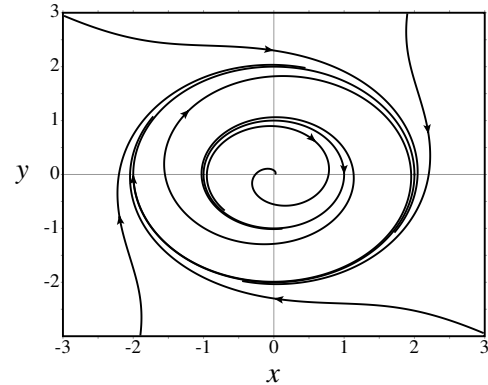
Resposta: ☐

13. As equações $\dot{x} = x(2+y)$, $\dot{y} = y(2+x)$ definem um sistema:

- (A) De duas espécies com cooperação.
 (B) Predador presa.
 (C) Linear.
 (D) Conservativo.
 (E) De duas espécies com competição.

Resposta: ☐

14. A figura mostra o retrato de fase de um sistema com duas variáveis de estado x e y . Quais são as equações de evolução do sistema em coordenadas polares?



- (A) $\dot{\theta} = 2 \quad \dot{r} = 3r^2 - 2r$
 (B) $\dot{\theta} = 2 \quad \dot{r} = r^3 - 3r^2 + 2r$
 (C) $\dot{\theta} = 2 \quad \dot{r} = 3r^2 - r^3 - 2r$
 (D) $\dot{\theta} = -2 \quad \dot{r} = 3r^2 - r^3 - 2r$
 (E) $\dot{\theta} = -2 \quad \dot{r} = r^3 - 3r^2 + 2r$

Resposta: ☐

15. Quando se liga um PC, o disco rígido demora 1.8 s, a partir do repouso, até atingir a sua velocidade normal de operação de 7200 rotações por minuto. Admitindo aceleração angular constante durante esse intervalo, determine o valor da aceleração angular

- (A) 182 rad/s² (C) 279 rad/s² (E) 838 rad/s²
 (B) 419 rad/s² (D) 209 rad/s²

Resposta: ☐

16. Duas crianças com massas de 30 kg e 35 kg estão sentadas nos dois lados de um sobe e desce. Se a criança mais pesada estiver sentada a 1.2 m do eixo do sobe e desce, a que distância do eixo deverá sentar-se a outra criança para manter o sobe e desce em equilíbrio?

- (A) 1.03 m (C) 1.63 m (E) 0.88 m
 (B) 1.4 m (D) 0.6 m

Resposta: ☐

17. Num sistema que se desloca no eixo dos x , a força resultante é $-x^2 + x + 6$. O sistema tem uma órbita homoclínica que se aproxima assintoticamente do ponto $(a, 0)$ no espaço de fase. Qual é o valor de a ?

- (A) 1 (C) 2 (E) -2
 (B) -1 (D) 3

Resposta: ☐

Perguntas

3. D	6. C	9. A	12. E	15. B
4. E	7. E	10. D	13. A	16. B
5. E	8. C	11. E	14. D	17. E