Problemas

1. (*a*) Medindo as posições y_A e y_B dos blocos na vertical, com origem no teto e sentido positivo para baixo,

$$y_\text{A} + 2\,y_\text{B} = k \quad\Longrightarrow\quad v_\text{B} = -\frac{v_\text{A}}{2}$$

onde k é uma constante. Se ω_1 for a velocidade angular da roldana do lado esquerdo, ω_2 a velocidade angular da roldana do lado direito e arbitrando sentido positivo no sentido antihorário,

$$\omega_1 = \frac{v_\text{A}}{R} \qquad\qquad \omega_2 = \frac{v_\text{B}}{R} = \frac{v_\text{A}}{2R}$$

(*b*) Se m for a massa das roldanas,

$$E_\text{c} = \frac{1}{2}\left(m_\text{A} v_\text{A}^2 + m_\text{B} v_\text{B}^2 + m\,v_\text{B}^2 + \frac{m R^2}{2}\,\omega_1^2 + \frac{m R^2}{2}\,\omega_2^2\right) = \frac{v_\text{A}^2}{2}\left(m_\text{A} + \frac{m_\text{B}}{4} + \frac{m}{4} + \frac{m}{2} + \frac{m}{8}\right)$$
$$= \frac{v_\text{A}^2}{2}\left(m_\text{A} + \frac{m_\text{B}}{4} + \frac{7\,m}{8}\right) = 0.26375\,v_\text{A}^2$$
$$U = -m_\text{A}\,g\,y_\text{A} - (m_\text{B} + m)\,g\,y_\text{B} = -m_\text{A}\,g\,y_\text{A} - \frac{(m_\text{B} + m)\,g}{2}(k - y_\text{A}) = 0.748\,y_\text{A} - 3.724\,k$$
$$E_\text{m} = 0.26375\,v_\text{A}^2 + 0.748\,y_\text{A} - 3.724\,k$$

(*c*) A equação de Lagrange para a coordenada y_A e a velocidade v_A é:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_\text{c}}{\partial v_\text{A}}\right) - \frac{\partial E_\text{c}}{\partial y_\text{A}} + \frac{\partial U}{\partial_\text{A}} = 0$$

que conduz à equação de movimento

$$0.5275\,a_\text{A} + 0.784 = 0 \quad\Longrightarrow\quad a_\text{A} = -\frac{0.784}{0.5275} = -1.486\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

o sinal negativo indica que o bloco A sobe. A aceleração do bloco B é,

$$a_\text{B} = -\frac{a_\text{A}}{2} = 0.743\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

o sinal pisitivo indica que o bloco B desce.

2. (a) O sistema tem unicamente os 3 pontos de equilíbrio representados na figura: um centro na origem e dois pontos de sela em (1, −1) e (−1, −1). Os conjuntos limite negativo e positivo da curva que passa por (0, −2) não existem. Os conjuntos limite negativo e positivo da curva que passa por (0, −0.5) é um ciclo à volta da origem.

(*b*) A divergência da velocidade de fase é:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{u} = \frac{\partial\left(-y - x^2\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(x - x^3\right)}{\partial y} = -2\,x$$

O critério de Bendixson implica que podem existir ciclos o órbitas, mas deverão incluir sempre pelo menos um ponto do eixo dos y (onde x é zero).

(*c*) O sistema tem uma órbita heteroclínica que une os dois pontos de sela (1, −1) e (−1, −1), e no interior dessa órbita todas as curvas de evolução são ciclos.

(*d*) A afirmação é falsa. As duas curvas aparentemente parabólicas são realmente 6 curvas de evolução separadas, que se aproximam assimptoticamente dos dois pontos de sela, sem tocá-los. As curvas de evolução nunca podem cruzar-se entre si.

Perguntas

3. D

4. E

5. E

6. C

7. E

8. C

9. A

10. D

11. E

12. E

13. A

14. D

15. B

16. B

17. E