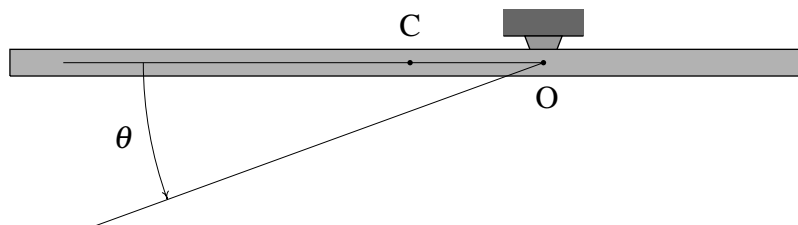


Prova com consulta de formulário e uso de computador. Duração 2 horas.

Nome do estudante: \_\_\_\_\_

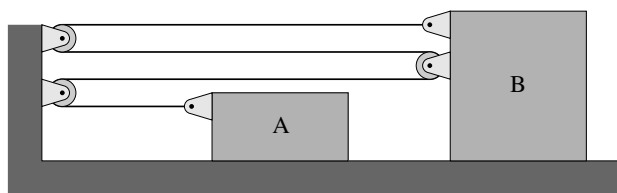
Pode consultar unicamente um formulário (uma folha A4) e utilizar calculadora ou PC. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata. Use  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  para a aceleração da gravidade.

- (4 valores)** Uma partícula desloca-se no plano  $xy$ . A componente  $y$  da posição é dada pela expressão  $y = 4 - 3t^2$  (unidades SI), em que  $t$  é o tempo, e a componente  $x$  da velocidade verifica a expressão  $v_x = 3 - 1.2x$  (unidades SI). Sabendo que no instante  $t = 0$  a componente  $x$  da posição da partícula é igual a zero, calcule o valor de  $t$  e os vetores velocidade e aceleração quando a partícula passe pelo eixo dos  $x$  (isto é, quando  $y = 0$ ).
- (4 valores)** A barra uniforme na figura tem massa de 40 gramas e comprimento igual a 50 cm. O ponto C é o seu centro de massa (no ponto central da barra) e no ponto O há um prego fixo a um suporte, que permite que a barra rode livremente. (a) Sabendo que o momento de inércia de uma barra uniforme e comprida, em relação ao centro de massa, é dado pela expressão  $mL^2/12$ , em que  $m$  é a massa e  $L$  o comprimento, e que a distância entre os pontos O e C é de 8 cm, calcule o momento de inércia da barra em relação ao prego em O. (b) O movimento da barra pode ser descrito com um único grau de liberdade, o ângulo  $\theta$  medido a partir da posição horizontal e no sentido indicado na figura; escreva as equações de evolução da barra, ignorando o atrito no prego e qualquer outra força dissipativa (se não resolveu a alínea a, faça de conta que o momento de inércia é 1). (c) Diga, justificando, quais são os pontos de equilíbrio da barra e que tipo de pontos são.



**PERGUNTAS.** Respostas certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco, 0.

- Se o bloco B se deslocar para a direita com velocidade  $v$ , qual será a velocidade do bloco A?
- A matriz de um sistema dinâmico linear é:



- (A)  $v/2$  (C)  $3v$  (E)  $v$   
(B)  $2v$  (D)  $v/3$

Resposta:

- Em 1610 Galileu Galilei descobriu 4 luas à volta de Júpiter. Uma delas, Calisto, tem um movimento orbital aproximadamente circular uniforme, com raio de  $1882.7 \times 10^3 \text{ km}$  e período de 16.69 dias. Calcule o módulo da aceleração de Calisto.
- Um camião com massa total de 1400 kg acelera desde o repouso até uma velocidade de 30 km/h numa distância de 140 m, ao longo de uma rampa com declive constante de 20% (em cada 10 metros na horizontal, a rampa sobe 2 metros). Calcule o trabalho realizado pelas forças de atrito.

- (A)  $0.111 \text{ m/s}^2$  (D)  $0.712 \text{ m/s}^2$   
(B)  $0.0357 \text{ m/s}^2$  (E)  $0.983 \text{ m/s}^2$   
(C)  $0.282 \text{ m/s}^2$

Resposta:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

Se A for a trajetória que passa pelo ponto (0,1) no espaço de fase e B for a trajetória que passa pelo ponto (1,0), podemos afirmar que a origem é:

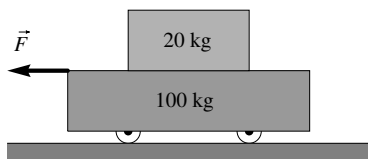
- (A) Conjunto limite negativo de A e de B.  
(B) Conjunto limite positivo e negativo de A.  
(C) Conjunto limite negativo de A e limite positivo de B.  
(D) Conjunto limite positivo de A e de B.  
(E) Conjunto limite positivo de A e limite negativo de B.

Resposta:

- (A) -328.1 kJ (C) -48.6 kJ (E) 328.1 kJ  
(B) 425.3 kJ (D) 376.7 kJ

Resposta:

7. A força  $\vec{F}$ , com módulo de 54 N, faz acelerar os dois blocos na figura, sobre uma mesa horizontal, sem que o bloco de cima deslize em relação ao outro bloco. As forças de atrito nas rodas podem ser desprezadas. Calcule o módulo da força de atrito entre os dois blocos.



- (A) 7 N (C) 8 N (E) 5 N  
(B) 9 N (D) 6 N

Resposta:

8. Um piloto de corridas de aviões, com 80 kg, executa um loop vertical de 600 m de raio, com velocidade constante em módulo. Sabendo que a força exercida no piloto pela base do assento do avião é igual a 1960 N, no ponto mais baixo do loop, calcule a mesma força no ponto mais alto do loop.

- (A) 196 N (C) 392 N (E) 784 N  
(B) 1960 N (D) 1176 N

Resposta:

9. A força resultante sobre uma partícula que se desloca no eixo dos  $x$  é  $F = (x + 1)(x - 1)(3 - x)$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira, em relação aos pontos de equilíbrio da partícula?

- (A)  $x = 1$  é estável e  $x = 3$  é instável.  
(B)  $x = -1$  e  $x = 1$  são instáveis.  
(C)  $x = 1$  é instável e  $x = 3$  é estável.  
(D)  $x = -1$  é instável e  $x = 3$  é estável.  
(E)  $x = -1$  é estável e  $x = 3$  é instável.

Resposta:

10. Se o ponto de equilíbrio de um sistema linear for um ponto de sela, o que podemos concluir acerca do traço,  $T$ , ou o determinante,  $D$ , da matriz do sistema?

- (A)  $T > 0$  (C)  $D = 0$  (E)  $D < 0$   
(B)  $T = 0$  (D)  $T < 0$

Resposta:

11. Qual das matrizes na lista é a matriz jacobiana do sistema dinâmico equivalente à seguinte equação diferencial?

$$\ddot{x}x - 2x\dot{x} + 2x = 0$$

- (A)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$   
(B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ y - 4x & x \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4y - 2 & 4x \end{bmatrix}$   
(C)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Resposta:

12. O espaço de fase de uma partícula que se desloca no plano  $xy$  é  $(x, y, v_x, v_y)$  e o vetor aceleração é dado pela expressão  $\vec{a} = 4\vec{r} - 7\vec{v}$ , onde  $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$  é o vetor posição e  $\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y$  é o vetor velocidade. Calcule a terceira linha da matriz jacobiana.

- (A) (4, -7, 4, -7) (D) (4, 0, -7, 0)  
(B) (-7, -7, 4, 4) (E) (0, 4, 0, -7)  
(C) (4, 4, -7, -7)

Resposta:

13. As equações de um sistema dinâmico com variáveis de estado  $(x, y)$  foram transformadas para coordenadas polares  $(r, \theta)$ , obtendo-se as equações:  $\dot{\theta} = -2$   $\dot{r} = 3r - r^2$ . Assim, conclui-se que o sistema tem um ciclo limite:

- (A) atrativo com  $r = 0$  (D) repulsivo com  $r = 3$   
(B) atrativo com  $r = 2$  (E) repulsivo com  $r = 2$   
(C) atrativo com  $r = 3$

Resposta:

14. Se  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$ , qual dos seguintes sistemas poderá ser um sistema de duas espécies, com cooperação?

- (A)  $\dot{x} = y^2 - xy$   $\dot{y} = x^2 - xy$   
(B)  $\dot{x} = x^2 + xy$   $\dot{y} = y^2 + xy$   
(C)  $\dot{x} = y^2 - xy$   $\dot{y} = x^2 + xy$   
(D)  $\dot{x} = y^2 + xy$   $\dot{y} = x^2 + xy$   
(E)  $\dot{x} = xy - x^2$   $\dot{y} = y^2 - x^2$

Resposta:

15. A posição de um objeto ao longo de um percurso, em função do tempo, é dada por  $s = 126t - 9t^2$  (SI). Calcule a distância percorrida pelo objeto entre  $t = 0$  e  $t = 10.5$  s.

- (A) 551.25 m (C) 110.25 m (E) 113.25 m  
(B) 441 m (D) 771.75 m

Resposta:

16. Um condutor viajou a 70 km/h durante 45 minutos, parou durante 15 minutos e continuou a 80 km/h durante meia hora. Calcule a velocidade média do percurso total.

- (A) 74.0 km/h (C) 61.7 km/h (E) 80 km/h  
(B) 75 km/h (D) 70 km/h

Resposta:

17. De acordo com o critério de Bendixson, qual dos seguintes sistemas dinâmicos não pode ter nenhuma órbita fechada (ciclo, órbita homoclínica ou órbita heteroclínica)?

- (A)  $\dot{x} = 3x^2 + y^2$   $\dot{y} = x^2 - y^2$   
(B)  $\dot{x} = 3x^3 + y^2$   $\dot{y} = x^2y - y$   
(C)  $\dot{x} = 3x + y^2$   $\dot{y} = x^2 + y^2$   
(D)  $\dot{x} = 3x + y^2$   $\dot{y} = x^3y - y$   
(E)  $\dot{x} = 3x^3 + y^2$   $\dot{y} = y - yx^2$

Resposta:

**Método 3.** Como não era pedida nenhuma demonstração matemática, basta justificar que a barra pode ser mantida em repouso, durante muito tempo, nas posições  $\theta = \pi/2$  e  $\theta = 3\pi/2$ . No primeiro caso, é um equilíbrio estável porque a barra terá uma tendência a regressar para esse ponto; no segundo caso é um ponto de equilíbrio instável, porque um pequeno impulso faz descer a barra, afastando-se do ponto de equilíbrio.

## Perguntas

- |      |      |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. C | 6. B | 9. C  | 12. D | 15. A |
| 4. B | 7. B | 10. E | 13. C | 16. C |
| 5. D | 8. C | 11. C | 14. B | 17. E |