

NOME: _____ LOG-IN FEUP: _____

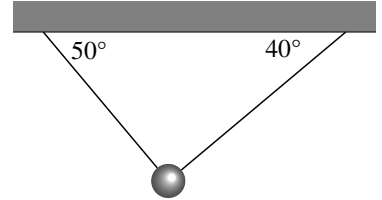
Exame de recurso

Ponto 1

22 de Julho de 2010

Duração: Duas horas. Com consulta de formulário e utilização de meios de cálculo. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ para a aceleração da gravidade.

1. (4 valores). Uma esfera de 0.6 kg encontra-se inicialmente em repouso, pendurada por dois fios (ver figura). Admita que a massa dos fios é desprezável. O fio da esquerda é cortado subitamente. Desenhe o diagrama das forças que actuam sobre a esfera, após o fio ter sido cortado. Calcule a tensão no fio do lado direito e a aceleração da esfera no instante em que o fio acabou de ser cortado.



2. (4 valores). Uma partícula com massa igual a 1 kg desloca-se ao longo do eixo dos x , sob a acção de uma única força conservativa. Em qualquer ponto com coordenada x , a energia potencial da partícula é dada pela expressão $U = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ (unidades SI). (a) Determine a expressão para a força conservativa, em função de x . (b) Encontre os pontos de equilíbrio da partícula, no plano de fase (x, v) , onde v é a velocidade. (c) Diga, justificando, quais dos pontos de equilíbrio são estáveis e quais instáveis. (d) Desenhe o retrato de fase do sistema. tipo de ponto é cada um dos pontos de equilíbrio.

PERGUNTAS. Cotação: Respostas certas, 0.8, erradas, -0.2, em branco, 0. Cada pergunta tem uma única resposta. Serão avaliadas apenas as respostas que apareçam na caixa de **Resposta** (e não na folha de exame ou de rascunho).

3. Qual dos seguintes sistemas não pode ser caótico?

- (A) Um sistema de 4 espécies.
 (B) Um sistema autónomo com 3 variáveis de estado.
 (C) Um pêndulo duplo (dois pêndulos, um pendurado do outro).
 (D) Um sistema linear com 4 variáveis de estado.
 (E) Um sistema autónomo com 4 variáveis de estado.

Resposta: ☐

4. Qual das seguintes equações poderia ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

- (A) $\dot{y} = 2y^2 - 3y$ (D) $\dot{y} = 6y + xy$
 (B) $\dot{y} = 2y - 5y^2$ (E) $\dot{y} = 6y - y^2$
 (C) $\dot{y} = x + xy^2$

Resposta: ☐

5. O comando

`a:rk([f,g],[y,z],[0,1],[x,0,1.5,0.1])`

do Maxima foi usado para resolver numericamente um sistema de equações. Qual será o resultado do comando `length(a)`?

- (A) 2 (C) 15 (E) 16
 (B) 3 (D) 1

Resposta: ☐

6. Um carro avariado está a ser rebocado por um camião. Através da barra rígida que liga o carro ao camião, o camião exerce uma força \vec{F}_1 sobre o carro e o carro exerce uma força \vec{F}_2 sobre o camião. O camião começa por acelerar desde A até B, mantém velocidade constante entre B e C, e trava entre C e D. Qual das seguintes afirmações é correcta?

- (A) O módulo de \vec{F}_1 é sempre maior que o módulo de \vec{F}_2
 (B) Os sentidos de \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são iguais entre C e D.
 (C) Os sentidos de \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são iguais entre B e C.
 (D) Os módulos de \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são iguais entre A e B.
 (E) O módulo de \vec{F}_1 é maior que o módulo de \vec{F}_2 entre A e B.

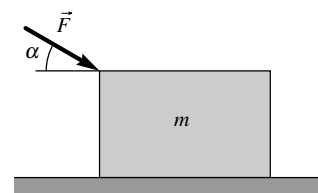
Resposta: ☐

7. Qual dos sistemas na lista é equivalente à equação diferencial $\ddot{x}x^2 - 2x^2\dot{x} + 2x^3 = 0$?

- (A) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y - 2$
 (B) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = xy - 2x^2$
 (C) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y - 2x$
 (D) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y + x$
 (E) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 4xy - 2x$

Resposta: ☐

8. Um bloco com massa $m = 5 \text{ kg}$ encontra-se sobre a superfície de uma mesa horizontal. Sobre o bloco actua uma força externa \vec{F} , com módulo de 90 N e direcção que faz um ângulo $\alpha = 40^\circ$ com a horizontal, tal como mostra a figura. Calcule o módulo da reacção normal entre o bloco e a mesa.



- (A) 79.78 N (C) 106.85 N (E) 18.22 N
 (B) 49.00 N (D) 8.85 N

Resposta: ☐

9. Um bloco de massa 1 kg desce deslizando sobre a superfície de um plano inclinado, partindo do ponto A com valor da velocidade igual a 5 m/s e parando completamente no ponto B. As alturas dos pontos A e B, medidas na vertical desde a base horizontal do plano, são: $h_B = 10$ cm e $h_A = 70$ cm. Calcule o trabalho realizado pela força de atrito, desde A até B.

(A) -21.3 J (C) -17.4 J (E) -20.3 J
(B) -19.4 J (D) -18.4 J

Resposta:

10. Um objecto desloca-se ao longo do eixo dos x . Em qualquer ponto com coordenada x , a aceleração do objecto é dada pela expressão $a = 3x^2$ (unidades SI). Se o objecto parte do repouso no ponto $x = 1$ m, com que velocidade chegará ao ponto $x = 2$ m?

(A) 4.90 m/s (C) 3.74 m/s (E) 2.45 m/s
(B) 4.32 m/s (D) 3.10 m/s

Resposta:

11. Num sistema dinâmico conservativo, a energia potencial tem um único máximo local, $U = 4$ J, em $x = 2$ m, e um único mínimo local, $U = 2$ J, em $x = 3$ m. Sabendo que o sistema tem uma órbita homoclínica, qual poderá ser o valor da energia dessa órbita?

(A) 6 J (C) 3 J (E) 0 J
(B) 4 J (D) 2 J

Resposta:

12. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado tem uma curva de evolução com conjunto limite positivo num ponto P. Em relação à lista seguinte:

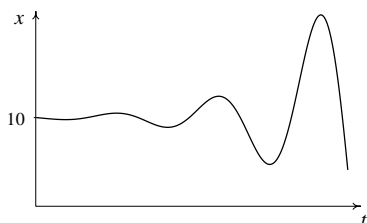
1. foco atractivo.
2. foco repulsivo.
3. nó atractivo.
4. nó repulsivo.
5. centro.

Que tipo de ponto de equilíbrio pode ser o ponto P?

(A) 2 ou 4 (C) 5 (E) 1 ou 3
(B) 1 ou 2 (D) 3 ou 4

Resposta:

13. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado x e y tem um ponto de equilíbrio no ponto $x = 10$, $y = 5$. O gráfico mostra a evolução da variável x em função de tempo. Que tipo de ponto é esse ponto de equilíbrio?



(A) nó repulsivo (D) nó atractivo
(B) centro (E) foco repulsivo
(C) foco atractivo

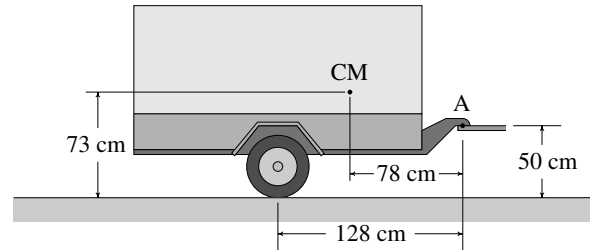
Resposta:

14. Um caixote de massa 0.5 kg é puxado simultaneamente por duas forças $7\vec{e}_x - 7\vec{e}_y$ (N) e $4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$ (N). Calcule a aceleração do caixote.

(A) $5.5\vec{e}_x - 2.5\vec{e}_y$ (m/s²) (D) $8\vec{e}_x + 4\vec{e}_y$ (m/s²)
(B) $22\vec{e}_x - 10\vec{e}_y$ (m/s²) (E) $14\vec{e}_x - 14\vec{e}_y$ (m/s²)
(C) $11\vec{e}_x - 5\vec{e}_y$ (m/s²)

Resposta:

15. O reboque na figura, com peso total P , está ligado no ponto A por uma trela que sai da parte posterior de um automóvel. Se o reboque estiver em repouso, e se F for o módulo da força de contacto entre o carro e o reboque, no ponto A, qual das seguintes afirmações é verdadeira?



(A) $P/2 < F < P$ (D) $0 < F < P/2$
(B) $F = P$ (E) $F = P/2$
(C) $F = 0$

Resposta:

16. Um sistema não linear tem um foco atractivo no ponto P. Qual das afirmações seguintes, acerca da matriz jacobiana no ponto P, é verdadeira?

(A) o traço é negativo
(B) o determinante é negativo
(C) o traço é positivo
(D) o traço é nulo.
(E) o determinante é nulo

Resposta:

17. Num pântano existem 3 espécies: crocodilos, sapos e peixes. Os crocodilos alimentam-se de sapos e de peixes e os sapos alimentam-se de peixes. O sistema é aproximado pelo sistema dinâmico:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x(2 - x + y + z) \\ \dot{y} &= y(2 - x + y - z) \\ \dot{z} &= z(2 - x + y - z)\end{aligned}$$

Qual das espécies representa cada uma das variáveis?

(A) x são sapos, y crocodilos e z peixes.
(B) x são peixes, y sapos e z crocodilos.
(C) x são sapos, y peixes e z crocodilos.
(D) x são crocodilos, y peixes e z sapos.
(E) x são crocodilos, y sapos e z peixes.

Resposta:

Perguntas

3. D	6. D	9. D	12. E	15. D
4. D	7. C	10. C	13. E	16. A
5. E	8. C	11. B	14. B	17. D