FEUP - MIEIC **FÍSICA 1 - EIC0010 - 2008/2009**

Exame de Recurso **Resolução**

22 de Julho de 2009 Jaime Villate

Problemas

1. No intervalo $0 \leq s \leq 0.6$ m, a equação da aceleração, em unidades SI, é:

$$a = 4800 - \frac{4800}{0.6}s = 4800\left(1 - \frac{s}{0.6}\right)$$

que pode ser substituída na equação

$$a = v\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,s}$$

para obter uma equação diferencial de variáveis separáveis:

$$4800\left(1 - \frac{s}{0.6}\right)\mathrm{d}\,s = v\,\mathrm{d}\,v \qquad \Rightarrow \qquad 4800\int_0^{0.6}\left(1 - \frac{s}{0.6}\right)\mathrm{d}\,s = \int_0^v v\,\mathrm{d}\,v$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{2} = 4800\left(0.6 - \frac{0.6^2}{2\times 0.6}\right) \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{4800\times 0.6} = 53.7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

2. (a) Define-se uma segunda variável de estado:

$$v = \dot{x}$$

e substitui-se na equação do sistema:

$$\dot{v} + v^2 + 4x^2 = 4$$

As duas equações de evolução, para as duas variáveis de estado, são:

$$\dot{x} = v \qquad\qquad \dot{v} = 4 - v^2 - 4x^2$$

(b) Para resolver esta alínea não é preciso ter resolvido a alínea anterior. Basta reparar que nos pontos de equilíbrio x permanece constante e, portanto, $\dot{x} = \ddot{x} = 0$. Substituindo na equação do sistema,

$$4x^2 = 4 \qquad \Rightarrow \qquad x = \pm 1$$

(c) Usando as equações obtidas na alínea (a),

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial v} \\ \dfrac{\partial(4 - v^2 - 4x^2)}{\partial x} & \dfrac{\partial(4 - v^2 - 4x^2)}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8x & -2v \end{bmatrix}$$

(d) Substituindo $x = 1$ e $v = 0$ na matriz jacobiana obtemos:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$$

Como o traço dessa matriz é nulo e o determinante é 8, os valores próprios serão imaginários. O ponto $x = 1$, $v = 0$ é um centro. Substituindo $x = -1$ e $v = 0$ na matriz jacobiana obtemos:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Como o traço dessa matriz é nulo e o determinante é -8, os valores próprios são reais, com sinais opostos. O ponto $x = -1$, $v = 0$ é ponto de sela.

(e) Para resolver esta alínea não é preciso ter resolvido nenhuma das alíneas anteriores. Substituindo $x_0 = 1$ e $\dot{x}_0 = 1$ na equação do sistema, obtemos:

$$\ddot{x}_0 = 4 - 4 - 1 = -1$$

assim:

$$x_1 = x_0 + \Delta t\,\dot{x}_0 = 1 + 0.1\times 1 = 1.1$$
$$\dot{x}_1 = \dot{x}_0 + \Delta t\,\ddot{x}_0 = 1 + 0.1\times(-1) = 0.9$$

Perguntas

3. B	**6.** A	**9.** B	**12.** D	**15.** E
4. C	**7.** E	**10.** A	**13.** B	**16.** C
5. C	**8.** B	**11.** B	**14.** B	**17.** C