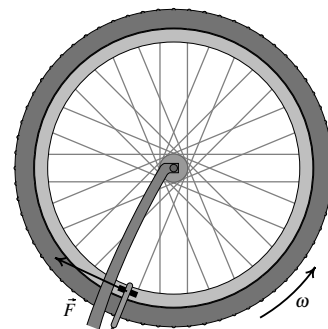


Prova com consulta de formulário e uso de computador. Duração 2 horas.

Nome do estudante: \_\_\_\_\_

Pode consultar unicamente um formulário (uma folha A4) e utilizar calculadora ou PC. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata. Use  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  para a aceleração da gravidade.

1. (4 valores) Para testar os travões, uma bicicleta foi colocada com as rodas para o ar e a roda foi posta a rodar livremente, como mostra a figura. Foi medido o tempo que a roda demorou a dar 10 voltas, obtendo-se o valor de 8.2 s (admita que nesse intervalo a velocidade angular  $\omega$  permanece constante). Imediatamente a seguir, aplicaram-se os travões e a roda demorou 2.9 s até parar completamente. A figura mostra a força de atrito  $\vec{F}$  entre os calços e o aro, que é tangente ao aro e aplicada a uma distância de 27.1 cm do eixo da roda. (a) Admitindo que a força  $\vec{F}$  é constante, a aceleração angular que ela produz também será constante; calcule essa aceleração angular. (b) Calcule o número de voltas efetuadas pela roda durante o tempo em que os travões atuaram. (c) Sabendo que o momento de inércia da roda, em relação ao seu centro, é igual a  $0.135 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , calcule o módulo da força  $\vec{F}$ .



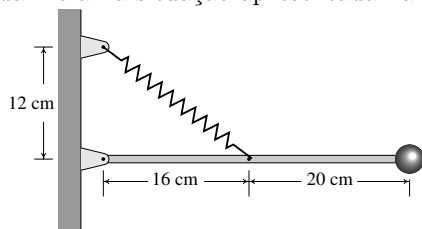
2. (4 valores) Um objeto de massa  $m = 0.3 \text{ kg}$  desloca-se no eixo dos  $x$ . Se  $x$  e  $v$  representam a posição e velocidade do centro de massa, a expressão para a energia mecânica total do objeto é:  $H = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$  (unidades SI)

As equações de evolução podem ser obtidas aplicando as equações de Hamilton:  $\dot{x} = \frac{1}{m} \frac{\partial H}{\partial v}$   $\dot{v} = -\frac{1}{m} \frac{\partial H}{\partial x}$

(a) Escreva as equações de evolução do sistema. (b) Encontre os pontos de equilíbrio no espaço de fase. (c) Calcule a matriz jacobiana do sistema. (d) Demonstre que este sistema tem ciclos e calcule a frequência de oscilação  $f$  desses ciclos.

**PERGUNTAS.** Respostas certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco, 0.

3. Na figura, a mola elástica é usada para manter a barra na posição horizontal. Sabendo que a constante elástica da mola é igual a  $600 \text{ N/m}$  e o seu comprimento, quando não está comprida nem esticada, é  $15 \text{ cm}$ , calcule a energia elástica da mola na situação apresentada na figura.



- (A) 270 mJ (C) 1080 mJ (E) 750 mJ  
(B) 480 mJ (D) 1470 mJ

Resposta:

4. Qual das seguintes equações poderia ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

- (A)  $\dot{y} = 6y - y^2$  (D)  $\dot{y} = 2y - 5y^2$   
(B)  $\dot{y} = 2y^2 - 3y$  (E)  $\dot{y} = 6y + xy$   
(C)  $\dot{y} = x + xy^2$

Resposta:

5. Sabendo que a distância média entre a Terra e a Lua é  $3.84 \times 10^8 \text{ m}$ , e que a Lua demora 27.3 dias a completar a sua órbita à volta da Terra, calcule o módulo da aceleração da Lua, em  $\text{m/s}^2$ , admitindo que a sua órbita seja circular.

- (A)  $1.38 \times 10^{-10}$  (D)  $3.53 \times 10^4$   
(B) 1.57 (E)  $2.72 \times 10^{-3}$   
(C)  $2.03 \times 10^7$

Resposta:

6. Se o ponto de equilíbrio de um sistema linear é um foco atrativo, qual das afirmações seguintes, acerca da matriz do sistema, é verdadeira?

- (A) o determinante é nulo  
(B) o traço é negativo  
(C) o determinante é negativo  
(D) o traço é positivo  
(E) o traço é nulo.

Resposta:

7. A velocidade de um avião em relação ao ar é 800 km/h, na direção norte. Nesse instante, a velocidade do vento é de 70 km/h, em direção este. Calcule a velocidade do avião em relação à terra.

(A) 716 km/h (C) 730 km/h (E) 870 km/h  
(B) 884 km/h (D) 803 km/h

Resposta:

8. Um objecto desloca-se ao longo do eixo dos  $x$ . Em qualquer ponto com coordenada  $x$ , a aceleração do objecto é dada pela expressão  $a = 4x^3$  (unidades SI). Se o objecto parte do repouso no ponto  $x = 1$  m, com que velocidade chegará ao ponto  $x = 2$  m?

(A) 4.15 m/s (C) 2.83 m/s (E) 5.48 m/s  
(B) 8.00 m/s (D) 6.74 m/s

Resposta:

9. Um bloco de massa 5 kg desce deslizando sobre a superfície de um plano inclinado com base  $x = 2$  m e altura  $y = 7$  m. Calcule o módulo da reação normal do plano sobre o bloco.

(A) 94.23 N (C) 6.73 N (E) 13.46 N  
(B) 49.0 N (D) 7.0 N

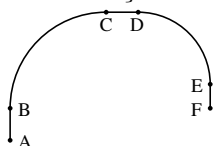
Resposta:

10. O vetor velocidade de um objeto, em função do tempo, é:  $\vec{v} = 3e^{-t}\vec{e}_x + 4t^2\vec{e}_y$  (unidades SI). Calcule o vetor deslocamento entre  $t = 1$  e  $t = 2$ .

(A)  $2.6\vec{e}_x + 11.0\vec{e}_y$  (D)  $-0.41\vec{e}_x + 11.0\vec{e}_y$   
(B)  $-1.1\vec{e}_x + 1.3\vec{e}_y$  (E)  $1.9\vec{e}_x + 1.3\vec{e}_y$   
(C)  $0.7\vec{e}_x + 9.3\vec{e}_y$

Resposta:

11. Uma partícula segue a trajetória que mostra a figura. A partícula parte do repouso em A, acelerando com aceleração constante até o ponto B; desde B até E mantém a sua velocidade constante e a partir de E começa a abrandar, com aceleração constante, até parar no ponto F. A distância AB é 20 cm, CD é 20 cm, EF é 15 cm; o raio do arco BC é 60 cm e o raio do arco DE é 45 cm. Em qual dos segmentos na lista o módulo da aceleração foi maior?



(A) EF (C) BC (E) AB  
(B) DE (D) CD

Resposta:

12. A velocidade de uma partícula que se desloca em uma dimensão é dada pela expressão  $2/s$  onde  $s$  é a posição. Encontre a expressão para a aceleração tangencial em função de  $s$ .

(A)  $-4/s^3$  (D)  $2 \log s$   
(B)  $-2/s^2$  (E)  $2/(st)$   
(C)  $2/s^2$

Resposta:

13. O comando

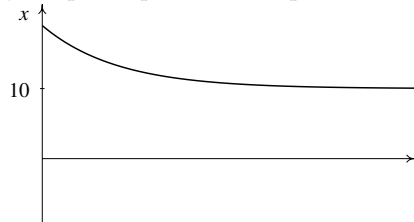
$a:rk([-x,y],[y,x],[0,1],[t,1,3,0.1])$

do Maxima foi usado para resolver numericamente um sistema dinâmico. Qual dos comandos na lista poderá ser usado para obter o valor da variável  $y$  no instante  $t = 1.2$ ?

(A)  $a[2][2]$  (C)  $a[1][2]$  (E)  $a[3][1]$   
(B)  $a[3][2]$  (D)  $a[2][3]$

Resposta:

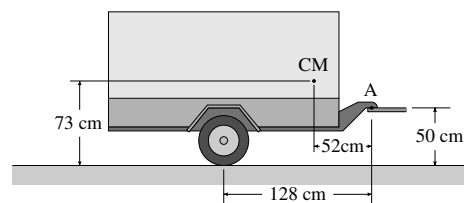
14. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado  $x$  e  $y$  tem um ponto de equilíbrio no ponto  $x = 10$ ,  $y = 5$ . O gráfico mostra a evolução da variável  $x$  em função de tempo. Que tipo de ponto é esse ponto de equilíbrio?



(A) nó atrativo (D) centro  
(B) foco repulsivo (E) nó repulsivo  
(C) foco atrativo

Resposta:

15. O reboque na figura, com peso total  $P$ , está ligado no ponto A por uma trela que sai da parte posterior de um automóvel. Se o reboque estiver em repouso, e se  $F$  for o módulo da força de contacto entre o carro e o reboque, no ponto A, qual das seguintes afirmações é verdadeira?



(A)  $P/2 < F < P$  (D)  $0 < F < P/2$   
(B)  $F = 0$  (E)  $F = P/2$   
(C)  $F = P$

Resposta:

16. Na lista seguinte, qual pode ser o conjunto limite negativo de uma trajectória no espaço de fase?

(A) ciclo limite atrativo (D) ponto de sela  
(B) centro (E) nó atrativo  
(C) foco atrativo

Resposta:

17. Num sistema que se desloca no eixo dos  $x$ , a força resultante é  $x^2 + x - 2$ . Na lista seguinte, qual dos valores corresponde à posição  $x$  dum ponto de equilíbrio estável?

(A) -2 (C) 3 (E) 2  
(B) 1 (D) -1

Resposta:

## Perguntas

3. E	6. B	9. E	12. A	15. A
4. E	7. D	10. C	13. B	16. D
5. E	8. E	11. A	14. A	17. A