

[Painel do utilizador](#)[As minhas unidades curriculares](#)[Matemática Discreta](#)[Teste 3 \(2020-12-19\)](#)[Teste 3 2020](#)**Início** sábado, 19 de dezembro de 2020 às 08:30**Estado** Prova submetida**Data de  
submissão:** sábado, 19 de dezembro de 2020 às 10:00**Tempo gasto** 1 hora 30 minutos**Nota** 2,1 de um máximo de 20,0 (11%)

## Pergunta 1

Respondida

Pontuou 0,000 de 3,500

Seja  $p$  um primo e  $a$  e  $b$  naturais tais que  $0 < a, b < 2p$ . Considere a seguinte equação

$$ax \equiv b \pmod{2p}.$$

Sabendo que a equação tem 3 soluções, encontre essas soluções, assim como o valor de  $a$ ,  $b$  e  $p$ . Justifique cada passo.

Consideremos que  $q$  é o número respetivo ao quociente entre  $ax$  e  $2p$ :

$$ax = 2pq + b$$

Comentário:

## Pergunta 2

Respondida

Pontuou 0,000 de 3,500

Prove ou dê um contraexemplo relativamente às seguintes afirmações.

A)  $a^b \equiv (a \pmod{n})^b \pmod{n}$

B)  $a^b \equiv a^{b \pmod{n}} \pmod{n}$



Comentário:

### Pergunta 3

Parcialmente correta Pontuou 0,389 de 3,500

Considere um sistema que representa os números inteiros positivos pelos restos da sua divisão inteira por 21, 67 e 113, respetivamente. Nesse sistema, que usa uma representação em binário, um determinado número X é representado respetivamente pelo conjunto (10010; 1000001; 110000).

a) Indique o número máximo de bits necessários para representar um número nesse sistema?

Para representar números no sistema são necessários  bits.

b) Calcule o número X em base10

$$X \equiv (-(\text{[5]}) ([67]) (18) + ([16]) (21) (65) ) \bmod (21 \cdot 67)$$

$$X \equiv [15810] \bmod (1407)$$

$$X \equiv [333] \bmod (1407) \text{ Ps: Nesta operação é aplicado o módulo}$$

$$X \equiv (-(\text{[31]}) (1407) ([48]) + ([386]) (113) (333) ) \bmod (1407 \cdot [113])$$

$$X \equiv [12431178] \bmod ([158991])$$

$$X \equiv [29880] \bmod ([158991]) \text{ Ps: Nesta operação é aplicado o módulo}$$

$$X = [29880]$$

c) Indique a representação de X+4 neste sistema (atenção à representação do sistema)

O número X + 4 é representado por (  ;  ;  )

A sua resposta está parcialmente correta.

Selecionou 2 respostas corretas.

Resposta correta:

Considere um sistema que representa os números inteiros positivos pelos restos da sua divisão inteira por 21, 67 e 113, respetivamente.

Nesse sistema, que usa uma representação em binário, um determinado número X é representado respetivamente pelo conjunto (10010; 1000001; 110000).

a) Indique o número máximo de bits necessários para representar um número nesse sistema?

Para representar números no sistema são necessários [21] bits.

b) Calcule o número X em base10

$$X \equiv (-(\text{[5]}) ([67]) (18) + ([16]) (21) (65) ) \bmod (21 \cdot 67)$$

$$X \equiv [15810] \bmod (1407)$$

$$X \equiv [333] \bmod (1407) \text{ Ps: Nesta operação é aplicado o módulo}$$

$$X \equiv (-(\text{[31]}) (1407) ([48]) + ([386]) (113) (333) ) \bmod (1407 \cdot [113])$$

$$X \equiv [12431178] \bmod ([158991])$$

$$X \equiv [29880] \bmod ([158991]) \text{ Ps: Nesta operação é aplicado o módulo}$$

$$X = [29880]$$

c) Indique a representação de X+4 neste sistema (atenção à representação do sistema)

O número  $X + 4$  é representado por  $([1]; [10]; [110110])$



## Pergunta 4

Respondida

Pontuou 0,250 de 3,500

Resolva o seguinte sistema de congruências.

$$\begin{cases} 37x + 3y + z \equiv 38 \\ 2x + 5y + 2z \equiv 47 \\ 6x + 8y + 3z \equiv 31 \end{cases} \pmod{53}$$

Nota: Indique os cálculos intermédios. Não é considerada uma resolução por tentativas.

$$(37x+2x+6x) + (3y+5y+8y) + (z+2z+3z) \equiv (38+47+31) \pmod{53}$$

$$45x + 16y + 6z \equiv 116 \pmod{53}$$

Comentário:

## Pergunta 5

Respondida

Pontuou 1,500 de 3,000

Prove por indução matemática que:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Afirmção Q(n):  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1/4) * n^2 * (n+1)^2$

Passo base:  $n=1$ ,  $1^3 = 1$  que é igual a  $(1/4)*1^2 * (1+1)^2 = (1/4) * 4 = 1$

Passo Indutivo Q(n+1):

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = (1/4) * n^2 * (n+1)^2 + (n+1)^3 \quad \text{(pela hipótese de indução)}$$
$$=$$

Comentário:

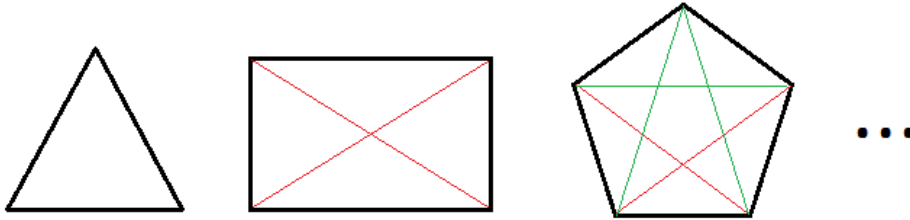
## Pergunta 6

Respondida

Pontuou 0,000 de 3,000

Considere a família de polígonos convexos. Um polígono convexo tem todos os seus ângulos (internos) menores do que 180 graus. Designam-se por diagonais do polígono todos os segmentos de recta que unem quaisquer dois dos vértices do polígono e não são arestas do polígono.

O polígono convexo com menor número de arestas é o triângulo; tem três lados e zero diagonais. Segue-se o rectângulo com quatro lados e duas diagonais, e logo depois o pentágono com cinco lados e cinco diagonais.



Prove por indução matemática que o número de diagonais de um polígono convexo de  $n$  lados,  $f(n)$ , é dado pela fórmula:

$$f(n) = \frac{n(n-3)}{2}$$

Afirmção  $Q(n)$ :  $f(n) = (n(n-3))/2$

Passo base:  $n=3$ ,  $f(3) = (3(3-3))/2 = (0)/2 = 0$

Passo Indutivo  $Q(n+1)$ :

$$f(n+1) = ((n+1)(n+1-3))/2 = ((n+1)(n-2))/2$$

Comentário: O caso base e a hipótese indutiva estavam escritas no enunciado. A transcrição não vale pontos.

◀ 71exemploInducao

Ir para...

NotasMDIS2020-2021T3 ►