

**Início** segunda, 25 de janeiro de 2021 às 11:30**Estado** Prova submetida**Data de  
submissão:** segunda, 25 de janeiro de 2021 às 13:00**Tempo gasto** 1 hora 30 minutos**Nota** 10,25 de um máximo de 20,00 (51%)

## Pergunta 1

Respondida

Pontuou 2,500 de 2,500

Considere a relação de recorrência  $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 2$ , com a condição inicial  $a_0 = 6$ . Qual o termo geral da sequência  $a_n$ ? Apresente os passos principais da sua resolução.

Solução particular:  $p_n = b$

$$b = (1/2) * b + 2$$

$$b = 4$$

Solução homogénea: A equação característica fica  $x - (1/2) = 0$  que é equivalente a  $x = 1/2$ .

Que corresponde uma solução da forma  $a_n = c*(1/2)^n$ .

Solução geral = solução particular + homogénea:  $a_n = c*(1/2)^n + 4$

Substituindo n por 0 ficaremos com  $c = 2$ .

$$\text{Assim, } a_n = 2*(1/2)^n + 4$$

Comentário:

## Pergunta 2

Respondida

Pontuou 0,000 de 2,500

Define-se uma cadeia de dígitos decimais como válida se contiver um número par de 0. Seja  $a_n$  o número de cadeias válidas de comprimento  $n$ . Exprima  $a_n$  como uma relação de recorrência e respectivas condições iniciais. Justifique.



Comentário:

## Informação

Duas escolas secundárias no Porto - Rodrigues de Freitas e Carolina Michaelis - organizaram-se para propôr ao Governo um ensino à distância para os seus alunos de 10º, 11º e 12º anos. As seguintes 4 áreas foram identificadas: Ciências, Literatura, Filosofia e Artes. Qualquer aluno podia inscrever-se em uma ou mais destas áreas.

Decorrido o período de inscrições, constatou-se que:

Do 11º ano, inscreveram-se em Artes mais alunos do Carolina Michaelis do que do Rodrigues de Freitas. Nem todos os alunos do 10º ano do Carolina Michaelis se inscreveram em Filosofia. Em Literatura, inscreveram-se todos os alunos do 12º ano do Rodrigues de Freitas e apenas eles. Dos alunos inscritos em Literatura ou Artes, nenhum se inscreveu em Ciências.

Considere os seguintes conjuntos (e apenas estes) **todos eles não-vazios**:

$M = \{x \mid x \text{ é aluno do Carolina Michaelis}\}$

$R = \{x \mid x \text{ é aluno do Rodrigues de Freitas}\}$

$D = \{x \mid x \text{ é aluno do 10º ano}\}$

$P = \{x \mid x \text{ é aluno do 11º ano}\}$

$S = \{x \mid x \text{ é aluno do 12º ano}\}$

$C = \{x \mid x \text{ é aluno inscrito em Ciências}\}$

$L = \{x \mid x \text{ é aluno inscrito em Literatura}\}$

$F = \{x \mid x \text{ é aluno inscrito em Filosofia}\}$

$A = \{x \mid x \text{ é aluno inscrito em Artes}\}$

Mediante a descrição acima, avalie o valor de verdade para cada uma das seguintes afirmações.

### Pergunta 3

Correta

Pontuou 1,000 de 1,000

$$(D \cap M) \setminus F \neq \emptyset$$

Selecione uma opção de resposta:

- ☐ a. Falso
- ☒ b. Verdadeiro



A sua resposta está correta.

A resposta correta é: Verdadeiro

### Pergunta 4

Correta

Pontuou 1,000 de 1,000

$$(L \cup A) \setminus C = C$$

Selecione uma opção de resposta:

- ☐ a. Verdadeiro
- ☒ b. Falso



A sua resposta está correta.

A resposta correta é: Falso

### Pergunta 5

Correta

Pontuou 1,000 de 1,000

$$(R \cap S) \not\subseteq L$$

Selecione uma opção de resposta:

- ☐ a. Verdadeiro
- ☒ b. Falso



A sua resposta está correta.

A resposta correta é: Falso

### Pergunta 6

Correta

Pontuou 1,000 de 1,000

$$|P \cap M \cap A| < |P \cap R \cap A|$$

Selecione uma opção de resposta:

- ☐ a. Verdadeiro
- ☒ b. Falso



A sua resposta está correta.

A resposta correta é: Falso

## Pergunta 7

Incorreta

Pontuou 0,000 de 2,000

Para os alunos inscritos em Literatura, foram feitas duas recomendações de leitura: "O retrato de Dorian Gray" de Oscar Wilde, e "Anna Karenina" de Leo Tolstoy.

Sabe-se que: 100 alunos leram somente um dos romances e 23 leram os dois. 91 alunos leram o livro "O retrato de Dorian Gray" e 80 admitiram não ter lido o livro "Anna Karenina".

Com base nesta informação, é possível determinar o número total de alunos inscritos em Literatura? Em caso afirmativo escreva na caixa abaixo esse número, em caso negativo escreva a palavra *não*.

Resposta: 123



Resposta correta: 135

## Pergunta 8

Parcialmente correta

Pontuou 2,083 de 2,500

Seja  $P$  o conjunto dos números naturais pares inferiores ou iguais a 50. Considere ainda  $R$  uma relação em  $P$  tal que  $R = \{(p, q) \mid p \text{ é divisível por } q \text{ com resto zero}\}$ .

Assinale as propriedades de que esta relação goza.

☐ 1. Relação de equivalência

☐ 2. Função

☐ 3. Simétrica

☐ 4. Não simétrica e não antissimétrica

☒ 5. Reflexiva



☐ 6. Não Transitiva

☒ 7. Antissimétrica



☐ 8. Não reflexiva

☒ 9. Transitiva



☐ 10. Não ordem parcial

☒ 11. Não função



☐ 12. Ordem parcial

☒ 13. Não relação de equivalência



A sua resposta está parcialmente correta.

Selecionou 5 respostas corretas.

Respostas corretas:

Reflexiva,

Antissimétrica,

Transitiva,

Não função,

Ordem parcial,

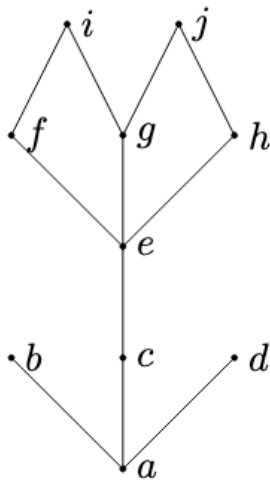
Não relação de equivalência

## Pergunta 9

Parcialmente correta

Pontuou 1,666 de 2,500

Considere o seguinte diagrama de Hasse, relativo a uma ordem parcial  $\theta$  definida sobre um conjunto A e responda a cada uma das questões:



•  $c\theta h$   ☒

•  $e\theta c$   ☒

• Máximo: Não existe ☒

• Mínimo: a ☒

• Maximais:

☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☒ i ☒ j ☐  $\emptyset$

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ b
- ☐ d
- ☐ i
- ☐ j

• Minimais:

☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐  $\emptyset$

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ a

• Majorantes de {c,e}

☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☒ g ☒ h ☒ i ☒ j ☐  $\emptyset$

Pontuou 0,830 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ e
- ☐ f
- ☐ g
- ☐ h
- ☐ i
- ☐ j

• Minorantes de {c,e}

☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐  $\emptyset$

Pontuou 0,500 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ a
- ☐ c

•  $c \wedge e$

☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ Não existe

Pontuou -0,100 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ c

•  $c \vee e$

☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☒ Não existe

Pontuou -0,100 de 1,000

A resposta correta é:

- ☐ e

• Majorantes de {b,i}

☐a ☐b ☐c ☐d ☐e ☐f ☐g ☐h ☐i ☐j ☒Ø ☒

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

◦ Ø

• Minorantes de {b,i}

☒a ☒ ☐b ☐c ☐d ☐e ☐f ☐g ☐h ☐i ☐j ☐Ø

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

◦ a

•  $b \wedge i$

☒a ☒ ☐b ☐c ☐d ☐e ☐f ☐g ☐h ☐i ☐j ☐Não existe

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

◦ a

•  $b \vee i$

☐a ☐b ☐c ☐d ☐e ☐f ☐g ☐h ☐i ☐j ☒Não existe ☒

Pontuou 1,000 de 1,000

A resposta correta é:

◦ Não existe

## Pergunta 10

Incorreta

Pontuou 0,000 de 2,000

Seja  $A=\{a,b,c\}$ . Considere o conjunto de todas as funções  $f : A \rightarrow A$ . Quantas são injetivas?

Resposta: 1  ✖

Resposta correta: 6

## Pergunta 11

Incorreta

Pontuou 0,000 de 2,000

Seja  $A=\{a,b,c\}$ . Considere o conjunto de todas as relações binárias simétricas em A. Quantas dessas relações são funções?

Resposta: 1  ✖

Resposta correta: 4

