

## ESTATÍSTICA I

## 2.º TESTE DE AVALIAÇÃO (2009.10.21)

Duração: 1h 50 / Com consulta

(As diferentes questões deverão ser respondidas em folhas separadas)

1. Um jovem estudante universitário, originário de uma cidade do interior, tem um emprego em *part-time* como distribuidor de *pizzas*, à noite. Este emprego tem como objectivo ajudá-lo a suportar as despesas inerentes a estudar numa grande cidade. Como pretende ter bastante tempo disponível para se dedicar aos estudos, optou por um contrato no âmbito do qual vai recebendo em função do número de entregas de *pizzas* realizadas. O valor líquido que recebe por cada entrega realizada é de 3 €. A este valor há ainda que acrescentar o de eventuais gorjetas, que venha a receber.

Com base em dados históricos, sabe-se que as probabilidades associadas aos números de entregas de *pizzas* numa noite são as seguintes:

N.º de entregas	1	2	3	4
Probabilidade de ocorrência	0.10	0.20	0.50	0.20

Estima-se que, independentemente do número de entregas registadas, o valor da gorjeta recebido em cada noite segue a seguinte distribuição de probabilidades:

Valor da gorjeta (€)	0	1
Probabilidade de ocorrência	0.25	0.75

- (a) Qual o valor esperado e o desvio padrão do número de entregas numa noite? (1.5 VALORES)
- (b) Defina a função de probabilidade para o valor total recebido numa noite, considerando tanto o valor pago pela empresa de *pizzas* como o das gorjetas. (1.5 VALORES)
- (c) Em condições normais, o aluno prevê dedicar três noites por semana à entrega de *pizzas*. Nestas condições, calcule o valor esperado e o desvio padrão do valor total recebido por semana. (1.5 VALORES)
- (d) Na próxima semana o aluno só poderá dedicar uma noite à entrega de *pizzas*, já que terá de finalizar um trabalho e de se preparar para mini-testes. Calcule a probabilidade de, naquela semana, receber um total de, pelo menos, 5 €. (1.5 VALORES)
2. A protecção ambiental e o combate à poluição são temas cada vez mais importantes para a imagem da generalidade das empresas. Adicionalmente existem imposições legais, cada vez mais estritas, que é necessário cumprir. Num recente estudo às empresas industriais portuguesas, verificou-se que as proporções dos orçamentos anuais dedicadas à protecção ambiental e ao combate à poluição se distribuem de acordo com a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 5 \cdot (1-x)^4, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{para outros valores de } x \end{cases}$$

- (a) Verifique se a função anterior reúne as condições para ser uma função densidade de probabilidade. (1.5 VALORES)
- (b) Defina a função de distribuição da variável proporção de orçamento anual dedicada à protecção ambiental e ao combate à poluição. Verifique o resultado. (1.5 VALORES)
- (c) Calcule o valor esperado e o desvio padrão da proporção dos orçamentos anuais dedicada à protecção ambiental e ao combate à poluição. (1.5 VALORES)
- (d) Em breve entrará em vigor nova legislação que imporá às empresas industriais nacionais um mínimo de 5% para a proporção do orçamento anual que é dedicada à protecção ambiental e ao combate à poluição. Qual é a percentagem de empresas que terão de reforçar a parcela do seu orçamento anual dedicada a estes temas? (1.5 VALORES)

3. Uma determinada empresa comercial que opera num aeroporto internacional tem duas lojas situadas em dois terminais. Sejam  $N_1$  e  $N_2$  duas variáveis que representam, num momento escolhido aleatoriamente ao longo de qualquer dia, o número de balcões abertos nas lojas dos Terminais 1 e 2, respectivamente. A função de probabilidade conjunta de  $N_1$  e  $N_2$  é dada na tabela seguinte.

$N_1$	$N_2$	
	0	2
0	0.22	0.06
1	0.06	0.25
2	0.00	0.08

- (a) Calcule a probabilidade de haver pelo menos um balcão aberto na loja do Terminal 1. (1.5 VALORES)
- (b) Calcule a probabilidade de existir um maior número de balcões abertos na loja do Terminal 2 do que na do Terminal 1. (1.5 VALORES)
- (c) Verifique se as variáveis  $N_1$  e  $N_2$  são independentes. Interprete o resultado. (1.5 VALORES)
- (d) Calcule o valor esperado do número total de balcões abertos. Verifique o valor calculado, recorrendo a dois processos de cálculo distintos. (2.0 VALORES)

Dados históricos mostram que, quando estão abertos  $N_1$  e  $N_2$  balcões, o lucro ( $L$ ) por hora, obtido pela empresa nas duas lojas é dado pela seguinte expressão:

$$L = 2.5 \cdot (1 + N_1^2) \cdot (1 + N_2). \text{ [euros]}$$

- (e) Estime, de forma aproximada, o valor esperado do lucro por hora. (1.5 VALORES)