# RESOLUÇÃO ASSISTIDA DE PROBLEMAS

# <u>CAPÍTULO 7 – CARACTERIZAÇÃO DE ALGUMAS DISTRIBUIÇÕES</u> <u>CONTÍNUAS UNIVARIADAS</u>

## PROBLEMA 7.1

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

26.4%.

## Apoio 2 (sugestão)

A variável aleatória "tempo entre avarias consecutivas",  $\Delta_t$ , segue uma distribuição Exponencial Negativa. Note que a probabilidade de não ocorrer qualquer avaria antes do instante t = 6 horas é equivalente à probabilidade de o tempo entre avarias consecutivas,  $\Delta_t$ , ser superior a 6 horas. Na secção 7.2 veja qual a expressão da função de distribuição de uma variável aleatória com estas características.

#### Apoio 3 (resolução completa)

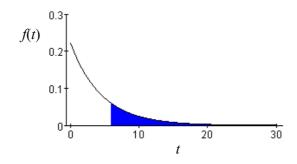
A variável aleatória "tempo entre avarias consecutivas", t, segue uma distribuição Exponencial Negativa  $EN(\mu = 1/\lambda = 4.5 \text{ horas})$ , onde  $\lambda$  representa a taxa (média) de avarias por hora. A função distribuição F(t), que corresponde à probabilidade de ocorrer pelo menos uma avaria no intervalo [0, t], é dada por

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{1}{4.5} \cdot t}$$
, com  $t > 0$ .

Assim, a probabilidade pretendida vem

$$P(t \ge 6) = 1 - F(6) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{6}{4.5}}\right) = e^{-\frac{6}{4.5}} = e^{-1.333} = 0.264$$
.

Na figura seguinte representa-se esta função densidade de probabilidade de t para  $\lambda = 1/4.5$ , bem como a área que corresponde a  $P(t \ge 6)$ .



## Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

**6.41%. ■** 

#### Apoio 2 (sugestão)

A probabilidade pretendida é condicional (ver definição na secção 7.1, expressão 7.10).

## Apoio 3 (resolução completa)

Pretende-se calcular a probabilidade condicional

$$P(t \ge 6 \mid t \ge 4) = \frac{P(t \ge 6 \land t \ge 4)}{P(t \ge 4)} = \frac{P(t \ge 6)}{P(t \ge 4)}.$$

Ora

$$P(t \ge 6) = 1 - F(6) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{6}{4.5}}\right) = e^{-\frac{6}{4.5}} = e^{-1.333} = 0.264$$

e

$$P(t \ge 4) = 1 - F(4) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{4}{4.5}}\right) = e^{-\frac{4}{4.5}} = e^{-0.889} = 0.411.$$

Substituindo,

$$P(t \ge 6 \mid t \ge 4) = \frac{0.264}{0.411} = 0.641$$
.

Note-se que, uma vez que t segue uma distribuição Exponencial Negativa, resulta que  $P(t \ge 6 \mid t \ge 4) = P(t \ge 2)$ . De facto,

$$P(t \ge 2) = 1 - F(2) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{2}{4.5}}\right) = e^{-\frac{2}{4.5}} = e^{-0.444} = 0.641.$$

#### Alínea (iii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

23.4%.

#### Apoio 2 (sugestão)

Note que, a variável aleatória "número de avarias por unidade de tempo" segue uma distribuição de Poisson. Na secção 6.3 veja qual a expressão da função de probabilidade de uma variável aleatória seguindo uma distribuição de Poisson. ■

## Apoio 3 (resolução completa)

Seja Y a variável aleatória que denota o número de avarias por período de 6 horas. Sabe-se que o número médio de avarias por hora é de  $\lambda = 1/4.5$ . Dado que a probabilidade de se registar uma avaria num intervalo qualquer de dimensão t é praticamente proporcional à dimensão do intervalo, vem que

$$\lambda_t = \lambda \cdot t = \frac{1}{4.5} \cdot 6 = 1.333$$
 [avarias / 6 horas].

Nestas condições, Y segue uma distribuição de Poisson ( $\lambda$  =1.333). Recorrendo à expressão da função de probabilidade de Y vem

$$P(Y=2) = e^{-1.333} \cdot \frac{1.333^2}{2!} = 0.234$$
.

## PROBLEMA 7.2

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

1.08%.

#### Apoio 2 (sugestão)

Considere que as alturas, X, dos cidadãos são medidas com uma precisão de  $\pm$  0.005 m ( $\pm$  0.5 cm). Comece por padronizar a variável X (na secção 7.3 veja como se efectua esta transformação). Seguidamente recorra à Tabela 3, do Anexo «Tabelas», para determinar a probabilidade pretendida.

Apoio 3 (resolução completa)

Denote-se por X a variável aleatória que representa a altura dos cidadãos adultos de um determinado país. Admita-se que as alturas dos cidadãos são medidas com uma precisão de  $\pm$  0.005 m ( $\pm$  0.5 cm). Ora, X segue uma distribuição Normal  $N(\mu_x = 1.7, \sigma_x = 0.05)$ . Padronize-se a variável X:

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$
 (note-se que Z é uma Normal N(0, 1)).

Assim,

$$P(1.795 \le X \le 1.805) = P\left(\frac{1.795 - 1.700}{0.05} \le Z = \frac{X - 1.700}{0.05} \le \frac{1.805 - 1.700}{0.05}\right)$$
$$= P(1.9 \le Z \le 2.1) = P(Z \ge 1.9) - P(Z \ge 2.1)$$
$$= 0.0287 - 0.0179 = 0.0108 \text{ (ver Tabela 3, do Anexo «Tabelas»).} \blacksquare$$

#### Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

1.79%. ■

## Apoio 2 (sugestão)

Comece por padronizar a variável X (na secção 7.3 veja como se efectua esta transformação). Seguidamente recorra à Tabela 3, do Anexo «Tabelas», para determinar a probabilidade pretendida.

#### Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que representa a altura dos cidadãos adultos de um determinado país, segue uma distribuição Normal  $N(\mu_x = 1.7, \sigma_x = 0.05)$ . Padronizando a variável X vem

$$P(X \ge 1.805) = P\left(Z = \frac{X - 1.700}{0.05} \ge \frac{1.805 - 1.700}{0.05}\right)$$
$$= P(Z \ge 2.1) = 0.0179. \blacksquare$$

#### Alínea (iii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

1.32%. ■

#### Apoio 2 (sugestão)

A probabilidade pretendida é condicional (ver definição na secção 3.1, expressão 3.10).

### Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que representa a altura dos cidadãos adultos de um determinado país, segue uma distribuição Normal  $N(\mu_x = 1.700, \sigma_x = 0.05)$ . A probabilidade condicional pretendida é:

$$P(X \ge 1.805 \mid X \ge 1.755) = \frac{P(X \ge 1.805 \land X \ge 1.755)}{P(\Delta t \ge 1.755)} = \frac{P(X \ge 1.805)}{P(X \ge 1.755)}.$$

Ora.

$$P(X \ge 1.805) = 0.0179$$

e

$$P(X \ge 1.755) = P\left(Z = \frac{X - 1.700}{0.05} \ge \frac{1.755 - 1.700}{0.05}\right)$$
$$= P(Z \ge 1.1) = 0.1357.$$

Finalmente,

$$P(X \ge 1.805 \mid X \ge 1.755) = \frac{0.0179}{0.1357} = 0.132$$
.

### Alínea (iv)

Apoio 1 (apenas o resultado)

96.42%.

#### Apoio 2 (sugestão)

Comece por padronizar a variável X (na secção 7.3 veja como se efectua esta transformação). Seguidamente recorra à Tabela 3, do Anexo «Tabelas», para determinar a probabilidade pretendida.

#### Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que representa a altura dos cidadãos adultos de um determinado país, segue uma distribuição Normal  $N(\mu_x = 1.7, \sigma_x = 0.05)$ . Assim

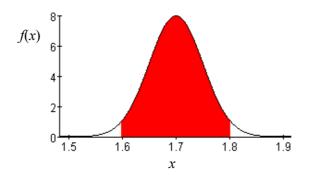
$$P(1.595 \le X \le 1.805) = P\left(\frac{1.595 - 1.700}{0.05} \le Z = \frac{X - 1.700}{0.05} \le \frac{1.805 - 1.700}{0.05}\right)$$

$$= P(-2.1 \le Z \le 2.1)$$

$$= P(Z \ge -2.1) - P(Z \ge 2.1) = 1 - P(Z \ge 2.1) - P(Z \ge 2.1)$$

$$= 1 - 2 \cdot P(Z \ge 2.1) = 1 - 2 \cdot 0.0179 = 0.9642.$$

Na figura seguinte representa-se a função densidade de probabilidade de X e a área correspondente à probabilidade pretendida.



## PROBLEMA 7.3

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

46.81%. **■** 

#### Apoio 2 (sugestão)

Recorra à transformação logarítmica da variável "rendimento mensal de um agricultor". De acordo com a definição de distribuição Lognormal, a variável transformada, V, seguirá uma distribuição Normal. Veja na Secção 7.52, as expressões dos parâmetros da variável transformada V.

#### Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que representa o rendimento mensal (milhares de euros) dos agricultores numa determinada região, é Lognornal  $LN(\mu_X = 3.25, \sigma_X^2 = 0.25)$ . Assim

$$V = \ln X \sim N(\mu_V, \sigma_V^2).$$

com

$$\mu_V = \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{\mu_X^4}{\sigma_X^2 + \mu_X^2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{3.25^4}{0.25 + 3.25^2} \right) = 1.167$$

e

$$\sigma_V^2 = \ln\left(\frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} + 1\right) = \ln\left(\frac{0.25}{3.25^2} + 1\right) = 0.153^2.$$

Nestas condições,

$$P(X > 3.25) = P(V = \ln X > \ln 3.25) = P(V > 1.179)$$

$$= P\left(Z = \frac{V - 1.167}{0.153} > \frac{1.179 - 1.167}{0.153}\right) = 0.08$$

$$= 0.4681. \blacksquare$$

### Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

3.21.

## Apoio 2 (sugestão)

Na secção 7.5.2 apresenta-se a expressão para a mediana de uma distribuição Lognormal, que é função do valor esperado da variável transformada V.

### Apoio 3 (resolução completa)

A mediana de X é dada por

$$\eta_{V} = e^{\mu_{V}} = e^{1.167} = 3.21$$

Note que, ao contrário da distribuição Normal, a distribuição Lognormal é assimétrica à direita.

### Alínea (iii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

≈ 0. ■

#### Apoio 2 (sugestão)

Recorra à padronização da variável transformada V, consultando posteriormente a tabela da distribuição Normal padronizada (Tabela 3 do Anexo «Tabelas»).

#### Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que rendimento mensal (milhares de euros) dos agricultores numa determinada região é Lognornal  $LN(\mu_X = 3.25, \sigma_X^2 = 0.25)$ . A variável transformada  $V = \ln X$  segue uma distribuição Normal  $N(\mu_V, \sigma_V^2)$ . Nestas condições,

$$P(X < 0.9) = P(V < \ln 0.9) = P(V < -0.105)$$

$$= P\left(Z = \frac{V - 1.167}{0.153} < \frac{-0.105 - 1.167}{0.153} = -8.32\right)$$
$$= P(Z < -8.32) \approx 0. \blacksquare$$

## **PROBLEMA 7.4**

APOIOS À RESOLUÇÃO

Apoio 1 (apenas o resultado)

22.84%.

### Apoio 2 (sugestão)

Note que a variável aleatória "número de peças com grau de qualidade A incluídas na amostra" segue uma distribuição Hipergeométrica. Procure aproximar esta distribuição por uma distribuição Normal cujos parâmetros valor esperado e desvio padrão são os mesmos da distribuição Hipergeométrica.

## Apoio 3 (resolução completa)

A variável aleatória X, que denota número de peças com grau de qualidade A incluídas na amostra, segue uma distribuição Hipergeométrica  $H(7000 \cdot p, 7000 \cdot q, 300)$ . O parâmetro p = 5000/7000 = 5/7 corresponde à proporção de peças com grau de qualidade A e q = 1 - p = 2/7 à proporção de peças com grau de qualidade B. Assim

$$X \sim H(5000, 2000, 300),$$

com

$$\mu_X = N \cdot p = 300 \cdot \frac{5}{7} = 214.3$$
 [peças]

$$\sigma_X^2 = N \cdot p \cdot q \cdot \frac{M - N}{M - 1} = 300 \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{7000 - 300}{7000 - 1} = 58.6 \text{ [peças}^2]$$

e

$$\sigma_x = \sqrt{58.6} = 7.66$$
 [peças].

Uma vez que  $M \ge 10 \cdot N$ , esta distribuição Hipergeométrica pode ser aproximada por uma distribuição Binomial. Por sua vez, dado que  $N \ge 20$  e  $N \cdot p > 7$ , a distribuição Binomial pode ser aproximada por uma distribuição Normal. Assim, admite-se que X segue aproximadamente uma distribuição Normal  $N(\mu = 214.3, \sigma^2 = 58.6)$ , vindo

$$P(X > 220) = P\left(Z = \frac{X - 214.3}{7.66} > \frac{220 - 214.3}{7.66}\right)$$

$$= P(Z > 0.744).$$

Ora

$$P(Z > 0.74) = 0.2296$$
  
 $P(Z > 0.75) = 0.2266$  ver Tabela 3, do Anexo «Tabelas»

Efectuando uma interpolação linear obtém-se

$$P(Z > 0.744) = 0.2296 - \frac{0.2296 - 0.2266}{0.75 - 0.74} \cdot (0.744 - 0.74) = 0.2296 - \frac{4}{10} \cdot 0.0030$$
$$= 0.2284. \blacksquare$$

## PROBLEMA 7.5

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

10.12. **■** 

Apoio 2 (sugestão)

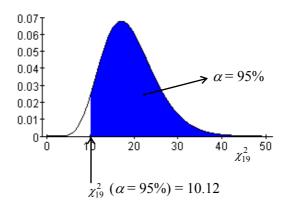
O valor pretendido pode ser obtido directamente da Tabela 4 no Anexo «Tabelas».

Apoio 3 (resolução completa)

A variável X segue uma distribuição  $\chi_{19}^2$ . Na Tabela 4 do Anexo «Tabelas» registam-se os

valores críticos de distribuições 
$$\chi^2_{GL}(\alpha)$$
, tais que  $\alpha = \int_{\chi^2_{GL}(\alpha)}^{\infty} f(u) \cdot du$ .

Ora, o valor de  $x_0$  que satisfaz a condição  $P(X < x_0) = 5\%$  satisfaz também  $P(X > x_0) = 95\%$ . Consultando a tabela obtém-se directamente  $x_0 = 10.12$ . Na figura seguinte representa-se a função densidade de probabilidade da distribuição  $\chi_{19}^2$  e o valor correspondente à probabilidade pretendida.



Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

72.5%. **■** 

Apoio 2 (sugestão)

O valor pretendido pode ser obtido directamente da Tabela 4 no Anexo «Tabelas».

Apoio 3 (resolução completa)

Note que na Tabela 4 do Anexo «Tabelas» se registam os valores críticos de distribuições  $\chi^2_{GL}(\alpha)$  e não as probabilidades associadas às caudas (tal como na distribuição Normal). Estes valores podem ser obtidos directamente desta tabela:

$$P(8.91 < X < 22.72) = P(X < 8.91) - P(X > 22.72)$$
  
= 0.975 - 0.250  
= 0.725.

# PROBLEMA 7.6

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

2.998.

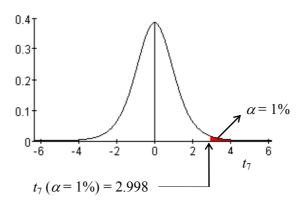
## Apoio 2 (sugestão)

O valor pretendido pode ser obtido directamente da Tabela 5 no Anexo «Tabelas».

#### Apoio 3 (resolução completa)

A variável V segue uma distribuição  $t_7$ . Na Tabela 5 do Anexo «Tabelas» registam-se as probabilidades associadas à cauda direita de distribuições  $t_{GL}(\alpha)$ , tais que  $\alpha = \int_{t_{GL}(\alpha)}^{\infty} f(u) \cdot du$ .

Consultando a tabela obtém-se directamente o valor de  $v_0$  que satisfaz a condição  $P(V > v_0) = 1\%$ . Tal valor é  $v_0 = 2.998$ . Na figura seguinte representa-se a função densidade de probabilidade da distribuição  $t_7$  e o valor correspondente à probabilidade pretendida.



#### Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

84.0%. **■** 

## Apoio 2 (sugestão)

A probabilidade pretendida pode ser calculada com base nos valores que se apresentam na Tabela 5 do Anexo «Tabelas».

#### Apoio 3 (resolução completa)

Pretende-se calcular  $P(-1.12 \le V \le 2.99)$ . Ora,

$$P(-1.12 < V < 2.99) = P(V < 2.99) - P(V < -1.12) = 1 - [P(V > 2.99) + P(V > -1.12)].$$

Recorrendo à Tabela 5 do Anexo «Tabelas» é fácil determinar estas probabilidades:

$$1 - [P(V > 2.99) + P(V > -1.12)] = 1 - [0.010 + 0.150] = 0.840.$$

## **PROBLEMA 7.7**

APOIOS À RESOLUÇÃO

Alínea (i)

Apoio 1 (apenas o resultado)

1.89. ■

Apoio 2 (sugestão)

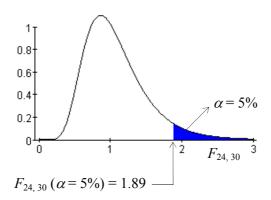
O valor pretendido pode ser obtido directamente da Tabela 6 no Anexo «Tabelas».

Apoio 3 (resolução completa)

A variável U segue uma distribuição  $F_{24, 30}$ . Na Tabela 6 do Anexo «Tabelas» registam-se

os valores  $F_{GL_1, GL_2}(\alpha)$ , tais que  $\alpha = \int_{F_{GL_1, GL_2}(\alpha)}^{\infty} f(u) \cdot du$ .

Consultando a tabela obtém-se directamente o valor de  $u_0$  que satisfaz a condição  $P(U>u_0)=5\%$ . Tal valor é  $u_0=1.89$ . Na figura seguinte representa-se a função densidade de probabilidade da distribuição  $F_{24,30}$  e o valor correspondente à probabilidade pretendida.



Alínea (ii)

Apoio 1 (apenas o resultado)

0.388

Apoio 2 (sugestão)

Para determinar o valor pretendido recorra à seguinte relação

$$F_{GL_1, GL_2}(1-\alpha) = \frac{1}{F_{GL_2, GL_1}(\alpha)}$$
.

## Apoio 3 (resolução completa)

Seja  $\alpha$  a probabilidade associada à cauda direita da distribuição  $F_{GL_1,GL_2}(\alpha)$ , ou seja,

$$\alpha = \int\limits_{F_{GL_1,GL_2}(\alpha)}^{\infty} f(u) \cdot du$$
. Para se obterem os valores  $F_{GL_1,GL_2}(1-\alpha)$  correspondentes a áreas de

valor  $\alpha$  situadas na cauda esquerda da distribuição  $F_{GL_1,GL_2}$ , recorre-se á seguinte expressão;

$$F_{GL_1, GL_2}(1-\alpha) = \frac{1}{F_{GL_2, GL_1}(\alpha)}.$$

O valor de  $u_1$  que satisfaz a condição  $P(U = F_{24, 30} < u_1) = 1\%$  corresponde ao valor da distribuição  $F_{24, 30}$  cuja área à sua direita é de 99%. Assim

$$F_{24,30}(0.99) = \frac{1}{F_{30,24}(0.01)}$$
.

Recorrendo à Tabela 6 verifica-se que  $P(F_{30, 24} > 2.58) = 1\%$ , donde

$$F_{24,30}(0.99) = \frac{1}{2.58}$$
  $\Rightarrow$   $u_1 = \frac{1}{2.58} = 0.388$ .

## PROBLEMA 7.8

APOIOS À RESOLUÇÃO

Apoio 1 (apenas o resultado)

15.15%. **■** 

#### Apoio 2 (sugestão)

Repare que a probabilidade de uma variável tomar um valor superior ao de uma outra, é equivalente a considerar-se a probabilidade de uma nova variável, que resulta da diferença entre as duas anteriores, ser superior a zero. Recorde que a combinação linear de duas variáveis normais independentes segue ainda uma distribuição Normal.

#### Apoio 3 (resolução completa)

Denote-se por  $D_T$  a longevidade de um pilha do tipo T (em horas) e por  $D_A$  a longevidade de uma pilha do tipo A. A probabilidade pretendida é:

$$P(D_T > D_A) = P(D_T - D_A > 0).$$

A variável  $(D_T - D_A)$  resulta da diferença entre duas distribuições Normais, pelo que também é Normal. Atendendo a que  $D_T$  e  $D_A$  são presumivelmente independentes, o valor esperado e a variância de  $(D_T - D_A)$  vêm dados por:

$$E(D_T - D_A) = E(D_T) - E(D_A) = 150 - 156 = -6$$

$$Var(D_T - D_A) = Var(D_T) + Var(D_A) = 25 + 9 = 34.$$

Assim,

$$P(D_T - D_A > 0) = P\left[\frac{(D_T - D_A) - (-6)}{\sqrt{34}} = Z > \frac{0+6}{\sqrt{34}}\right]$$
$$= P(Z > 1.03) = 0.1515. \blacksquare$$

# **APÊNDICE**

## Distribuições Contínuas no "Microsoft Excel"

#### Distribuição Normal

**NORMDIST:** dá o valor da função de probabilidade acumulada  $[P(X \le x_0)]$  e da função densidade de probabilidade  $f(x_0)$ .

Exemplo: Se X for Normal ( $\mu = 2.5$ ,  $\sigma = 1.2$ ), calcular  $P(X \le 1.6)$  [= 0.2266] e f( $x_0 = 1.6$ ) [=0.2509].

X: valor em análise: 1.6 Mean: valor esperado( $\mu$ ): 2.5 Standard\_dev: desvio padrão ( $\sigma$ ): 1.2

Cumulative: TRUE – dá o valor da função de probabilidade acumulada FALSE – dá o valor da função densidade de probabilidade

**NORMINV:** dá o valor crítico  $(x_0)$  cuja função de probabilidade acumulada é igual a um determinado valor P1. [Prob $(X \le x_0) = P1$ ].

Exemplo: Se *X* for Normal ( $\mu = 2.5$ ,  $\sigma = 1.2$ ), calcular  $x_0$  tal que  $P(X \le x_0) = 0.900$  [= 4.0379].

Probability: valor da probabilidade acumulada: 0.90

*Mean*: valor esperado ( $\mu$ ): 2.5 *Standard dev*: desvio padrão ( $\sigma$ ): 1.2

**NORMSDIST:** dá o valor da função de probabilidade acumulada  $[P(Z \le z_0)]$  da distribuição Normal padronizada.

Exemplo: Se Z for Normal ( $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ), calcular  $P(Z \le 1.645)$  [= 0.9500].

Z: valor em análise: 1.645

**NORMSINV:** dá o valor crítico ( $z_0$ ) cuja função de probabilidade acumulada da distribuição Normal padronizada é igual a um determinado valor P1 [Prob( $Z \le z_0$ ) = P1].

Exemplo: Se Z for Normal ( $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ), calcular  $z_0$  tal que  $P(Z \le z_0) = 0.025$  [= -1.9600].

Probability: valor da probabilidade acumulada: 0.025

**STANDARDIZE:** Padroniza o valor de uma variável *X* que segue uma distribuição Normal qualquer.

Exemplo: Se X for Normal ( $\mu$  = 2.5,  $\sigma$  = 1.2), obter o valor padronizado de X = 0.7 [= -1.5].

X: valor da variável a padronizar: 0.7

Mean: valor esperado ( $\mu$ ): 2.5 Standard dev: desvio padrão ( $\sigma$ ): 1.2

#### Distribuição t de Student

**TDIST:** dá, para um determinado valor positivo  $(t_0)$  da distribuição  $t_{GL}$ , a probabilidade de obter um valor superior a  $t_0$ ,  $[P(t_{GL} \ge t_0)]$ , ou a probabilidade de obter um valor mais extremo do que  $t_0$   $[P(t_{GL} \le -t_0)]$ .

Exemplo: Para a distribuição  $t_{18}$ , calcular  $P(t_{18} \ge 1.6)$  [= 0.0635] e  $P(t_{18} \ge 1.6)$  ou  $t_{18} \le -1.6$ ) [= 2×0.0635=0.1270].

X: valor em análise: 1.6

Deg freedom: Graus de liberdade da distribuição t: 18

*Tails*:  $1 - d\acute{a}$  a valor da  $P(t_{GL} \ge 1.6)$ 

2 - d'a o valor da  $P\left(t_{GL} \le -1.6 \text{ ou } t_{GL} \ge 1.6\right)$ 

**TINV:** dá o valor crítico ( $t_0$ ) cuja probabilidade de obter um valor mais extremo na distribuição  $t_{GL}$  é igual a um determinado valor P1 [ $P(t_{GL} \ge t_0 \text{ ou } t_{GL} \le -t_{\infty}) = P1$ ].

Exemplo: Para a distribuição  $t_{12}$ , calcular  $t_0$  tal que  $P(t_{12} \ge t_0 \text{ ou } t_{12} \le -t_0) = 0.05$  [= 2.1788].

Probability: valor da probabilidade: 0.05

Deg\_freedom: graus de liberdade da distribuição t: 12

#### Distribuição F

**FDIST:** dá, para um determinado valor  $(x_0)$  da distribuição  $F_{GL1,GL2}$   $(x_0)$ , a probabilidade de obter um valor superior a  $x_0$   $[P(F_{GL1,GL2} \ge x_0)]$ .

Exemplo: Para a distribuição  $F_{6,15}$ , calcular  $P(F_{6,15} \ge 2.79)$  [= 0.0500].

X: valor em análise: 2.79

*Deg freedom1*: graus de liberdade  $GL_1$ : 6

Deg freedom2: graus de liberdade  $GL_2$ : 15

**FINV:** dá o valor crítico (x<sub>0</sub>) cuja probabilidade de obter um valor superior na distribuição  $F_{GL1,GL2}$  é igual a um determinado valor P1 [ $P(F_{GL1,GL2} \ge x_0) = P1$ ].

Exemplo: Para a distribuição  $F_{6,15}$ , calcular  $x_0$  tal que  $P(F_{6,15} \ge x_0) = 0.08$  [= 2.3916].

Probability: valor da probabilidade: 0.08

 $Deg\_freedom1$ : Graus de liberdade  $GL_1$ : 6

*Deg\_freedom2*: Graus de liberdade *GL*<sub>2</sub>: 15

## Distribuição do Qui-Quadrado

**CHIDIST:** dá, para um determinado valor  $(x_0)$  da distribuição  $\chi^2_{GL}(x_0)$ , a probabilidade de obter um valor superior a  $x_0$   $[P(\chi^2_{GL} \ge x_0)]$ .

Exemplo: Para a distribuição  $\chi_{18}^2$ , calcular  $P(\chi_{18}^2 \ge 31)$  [= 0.0288].

X: valor em análise: 31

*Deg\_freedom*: graus de liberdade da distribuição  $\chi_{18}^2$ : 18

**CHIINV:** dá o valor crítico  $(x_0)$  cuja probabilidade de obter um valor superior na distribuição  $\chi^2_{GL}$  é igual a um determinado valor P1  $[P(\chi^2_{GL} \ge x_0) = P1]$ .

Exemplo: Para a distribuição  $\chi_{30}^2$ , calcular  $x_0$  tal que  $P(\chi_{30}^2 \ge x_0) = 0.05$  [= 43.7730].

Probability: valor da probabilidade: 0.05

*Deg\_freedom*: graus de liberdade da distribuição  $\chi_{GL}^2$ : 30

#### Distribuição Exponencial Negativa

**EXPONDIST:** dá o valor da função distribuição  $[P(X \le x_0)]$  e da função densidade de probabilidade  $f(x_0)$  de distribuição Exponencial Negativa.

Exemplo: Se *X* for *EN* ( $\lambda = 3$ ), calcular  $x_0$  tal que  $P(X \le 0.25)$  [= 0.5276] e calcular f(0.25) [=1.4171].

X: valor em análise: 0.25

Lambda: número médio de ocorrências por unidade de tempo: 3 Cumulative: TRUE – dá a função de probabilidade acumulada

FALSE – dá a valor da função densidade de probabilidade

## Distribuição Lognormal

**LOGNORMDIST:** dá o valor da função de probabilidade acumulada da variável  $X[P(X \le x_0)]$ ,

onde ln(X) é um variável que segue uma distribuição Normal, com valor

esperado  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ .

Exemplo: Se *X* for uma variável Lognormal, em que ln(X) é Normal ( $\mu = 1.167$ ,  $\sigma = 0.153$ ), calcular  $P(X \le 3.25)$  [= 0.5304].

X: valor em análise: 3.25 Mean: valor esperado ( $\mu$ ): 1.167 Standard dev: desvio padrão ( $\sigma$ ): 0.153

**LOGINV:** dá o valor crítico  $(x_0)$  de uma variável Lognormal cuja função distribuição é igual a um determinado valor P1 [ $P(X \le x_0) = P1$ ].

Exemplo: Se *X* for uma variável Lognormal, em que ln(X) é Normal ( $\mu = 1.167$ ,  $\sigma = 0.153$ ), calcular  $x_0$  tal que  $P(X \le x_0) = 0.5304$  [= 3.25].

Probability: valor da probabilidade acumulada: 0.5304

Mean: valor esperado ( $\mu$ ): 1.167 Standard\_dev: desvio padrão ( $\sigma$ ): 0.153