

## ESTATÍSTICA I

## 2.º TESTE DE AVALIAÇÃO (2010.12.17)

Duração: 1h 50m / Com consulta

Responda às diferentes questões em folhas separadas. Em todas as suas respostas defina, com clareza, a terminologia que adoptar e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise.

- No fabrico de um determinado componente electrónico, pode ocorrer um defeito  $D$ , raro mas causador de elevados prejuízos. A probabilidade de um componente ter o referido defeito é 0.05.
  - Os componentes são embalados em grupos de 80 unidades. Determine a probabilidade de, numa embalagem qualquer seleccionada ao acaso, dois componentes apresentarem o defeito  $D$ . (2.5 VALORES)
  - A venda dos componentes a clientes industriais efectua-se em caixas de 10 embalagens. O lucro  $L$  associado à venda de cada caixa é função de vários factores, entre os quais o número de componentes que apresentam o defeito  $D$ . Com o objectivo de simplificar os cálculos considere constante o efeito de todos os outros factores sobre  $L$ , sendo este lucro (expresso em centenas de euros) dado pela relação  $L = 55 - Y$ , onde  $Y$  é o número de componentes com o defeito  $D$  presentes em cada caixa. Calcule a probabilidade de a venda de uma caixa qualquer dar origem a prejuízo. (2.5 VALORES)
- Seja  $X_1, X_2, \dots, X_N$  uma amostra aleatória de dimensão  $N$  extraída de uma população Normal com valor esperado  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Considere os seguintes estimadores de  $\mu$ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N+1} \quad \hat{\theta}_2 = \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N}$$

Sabe-se que, para populações normais,  $\hat{\theta}_2 = \bar{X}$  é o estimador eficiente de  $\mu$ . Determine a eficiência de  $\hat{\theta}_1$  relativamente a  $\hat{\theta}_2$ , quando  $N = 3$ . Interprete o resultado obtido. (2.5 VALORES)

- No processo de controlo de qualidade de uma fábrica de pneus, foram analisados 4 lotes de 80 pneus, tendo-se observado em cada um dos lotes 2, 3, 4 e 5 pneus defeituosos. Admitindo que o número de pneus defeituosos por lote segue uma distribuição Binomial ( $N=80$ ,  $p$ ), calcule, com base na amostra constituída pelos 4 lotes, a estimativa de máxima verosimilhança da proporção  $p$ . (2.5 VALORES)

- Para estudar a fiabilidade dos relógios de alta precisão CRONOS, procedeu-se à recolha de uma amostra aleatória de 60 dos relógios produzidos ao longo de um mês. Ao fim de duas semanas de utilização dos 60 relógios em condições normais, registaram-se os desvios dos tempos neles assinalados relativamente a um relógio padrão (tais desvios serão designados simplesmente por «erros»), tendo-se obtido uma média amostral de tais erros de 0.3 centésimas de segundo e um desvio padrão amostral de 3.5 centésimas de segundo.

- Construa um intervalo de confiança a 95% para o valor esperado dos erros dos relógios. (2.5 VALORES)
- A empresa fabricante dos relógios CRONOS encontra-se actualmente a ponderar a possibilidade de mudar um dos seus principais fornecedores de matéria-prima, de forma a reduzir os custos de produção. Antes de tomarem a decisão final, os responsáveis da empresa pretendem estudar o impacto desta mudança de fornecedor na fiabilidade dos relógios. Para tal foram produzidos dois lotes de 2000 relógios, um utilizando matéria-prima do fornecedor antigo e outro matéria-prima do fornecedor novo. De cada lote seleccionaram-se aleatoriamente 10 relógios e, ao fim de uma semana de funcionamento em condições extremas de humidade e temperatura, registaram-se os respectivos erros. Quando expressos em centésimas de segundo, os desvios padrões obtidos para os erros foram os seguintes:

Fornecedor Antigo:  $s_A = 2.06$

Fornecedor Novo:  $s_N = 8.03$

Admitindo que as amostras provêm de populações Normais, construa um intervalo de confiança a 95% para a razão entre variâncias  $\sigma_N^2/\sigma_A^2$ . Interprete o resultado obtido. (2.5 VALORES)

- Num trabalho realizado há alguns anos, concluiu-se que 65% dos passageiros que entravam na estação FiNatal do metro de uma cidade tinham como destino a estação Centro (com acesso mais directo ao centro da cidade). Esse valor tem vindo a ser utilizado em diferentes estudos realizados deste então. Um engenheiro ligado ao planeamento dos transportes da cidade começou a ter dúvidas sobre a representatividade daquele valor, acreditando que aquela proporção tem vindo a diminuir, acompanhando o declínio da actividade no centro da cidade. Para validar a sua suspeita, resolveu realizar um inquérito na estação FiNatal, envolvendo 240 passageiros. Destes, 130 indicaram a estação Centro como destino.

- Com base neste resultado, construa um intervalo de confiança a 95% para a percentagem de passageiros entrados em FiNatal e que se dirigem para a estação Centro. Comente a pertinência da suspeita do engenheiro acima referido. (2.5 VALORES)
- Quantos passageiros deveriam ser inquiridos no caso de se pretender estimar aquela percentagem com um grau de confiança de pelo menos 95% e uma margem de erro não superior a 2%? (2.5 VALORES)