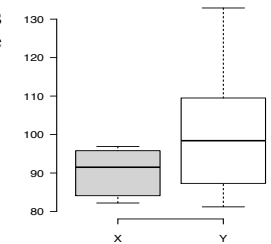


Em todas as suas respostas defina e apresente, com clareza, a terminologia (acontecimentos e variáveis aleatórias), a metodologia e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise. Nos testes de hipóteses que realizar deve apresentar também o valor de prova.

1. (3.5 VALORES) Dados históricos mostram que 80% dos clientes de uma empresa energética que fornece energia a uma grande área metropolitana pagam o valor total da factura de um mês.
  - a) Escolhidos aleatoriamente dois clientes, de entre todos os clientes da empresa, calcule a probabilidade de:
    - i. os dois clientes pagarem o valor total das respectivas facturas.
    - ii. pelo menos um dos dois clientes pagar o valor total da respectiva factura.
  - b) Uma análise mais aprofundada dos dados históricos mostra que 95% dos clientes que pagam a factura de um dado mês no seu valor total pagam também a totalidade da factura no mês seguinte. Por outro lado, apenas 10% dos que não pagam o valor total da factura num dado mês pagam a totalidade da factura no mês seguinte. Calcule a probabilidade de um cliente escolhido aleatoriamente pagar apenas o valor total da factura de um mês em dois meses consecutivos.
2. (6 VALORES) Um pequeno hotel tem 8 quartos que aluga a 55 € por noite. Cada quarto tem um custo fixo diário para o hotel de 44 €. Dada a sua localização, o hotel apenas aceita alugar quartos por reserva. Devido a esta estratégia, o hotel usa uma política de *overbooking* (aceitação de reservas acima da capacidade) para compensar clientes com reserva que acabem por não aparecer, aceitando 12 reservas por noite (nota: a realização de uma reserva não acarreta qualquer custo para quem a realiza). Se um cliente chegar ao hotel com uma reserva e não houver quarto disponível, o hotel paga ao cliente uma “multa” de valor igual ao aluguer de um quarto (55 €), como forma de compensar o incómodo causado. Dados históricos mostram que apenas 60% dos clientes com reserva acabam por aparecer. Considere que todas as noites existem 12 reservas e os clientes com reserva têm comportamentos independentes entre si.
  - a) Calcule a probabilidade de, numa noite, não haver quartos suficientes para todos os clientes com reserva que aparecem no hotel (ou seja, o número de clientes com reserva que aparecem no hotel ser superior ao número de quartos).
  - b) Obtenha a função de probabilidade do lucro diário,  $p_L(l)$ .
  - c) Calcule o valor esperado ( $\mu_L$ ) e o desvio padrão ( $\sigma_L$ ) do lucro diário.
  - d) Dada a sua localização, o hotel funciona apenas durante aproximadamente 7 meses por ano (200 dias). Calcule a probabilidade de o lucro total ao fim de um ano ser negativo (i.e, o hotel gerar prejuízo ao fim de um ano).
3. (4.5 VALORES) Uma grande empresa de assistência técnica ao domicílio está a tentar diminuir os seus custos de operação através da redução das distâncias percorridas pelos seus técnicos entre os vários serviços. Esta redução de custos não deverá, naturalmente, afectar a qualidade do serviço prestado. Com este propósito, um grupo de 9 técnicos foi alocado a um planeador que define a ordem pela qual os clientes devem ser visitados em função das distâncias entre os vários locais, em vez da habitual ordem de chegada dos pedidos. Um segundo grupo de 10 técnicos irá continuar a responder aos pedidos dos clientes segundo a ordem de chegada dos pedidos de assistência. Recolheram-se médias diárias das distâncias percorridas por cada um dos 19 técnicos, que se apresentam na tabela seguinte (expressas em km) juntamente com algumas estatísticas amostrais (respectivamente, número de observações, média, mediana, desvio padrão e

coeficientes de assimetria e de kurtose) para cada grupo de técnicos (respectivamente, *Distâncias* e *Chegada*). No gráfico ao lado apresentam-se os diagramas do tipo caixa para os dois grupos de técnicos.

Distâncias (X)				Ordem de Chegada (Y)			
82.2	83.2	84.1	89.3	81.2	85.6	87.3	94.6
91.5	92.2	95.8	95.9	97.1	99.7	105.3	109.5
96.9				123.2	132.9		
$N = 9$	$\bar{X} = 90.1$	$Med = 91.5$		$N = 10$	$\bar{Y} = 101.6$	$Med = 98.4$	
$s = 5.76$	$g_1 = -0.29$	$g_2 = -1.69$		$s = 16.57$	$g_1 = 0.76$	$g_2 = -0.11$	



- a) Admitindo que as médias diárias das distâncias percorridas seguem uma distribuição Normal, teste, ao nível de significância de 5%, se a nova estratégia de definição da ordem de visita aos clientes permite reduzir a distância percorrida pelos técnicos.
  - b) Em alternativa à alínea anterior, realize, com o mesmo nível de significância, um teste não-paramétrico (de entre os testes aplicáveis, seleccione o de maior potência).
  - c) De entre as resoluções das duas alíneas anteriores, qual será a mais adequada para esta situação? Recorra às estatísticas amostrais e aos diagramas do tipo caixa apresentados para justificar a sua resposta.
4. (3 VALORES) A uma turma de Estatística com 50 alunos foi pedido um trabalho de casa que consistia na geração de 500 números aleatórios entre 0 e 1 numa folha de cálculo e em agrupá-los em 10 classes de igual amplitude. O trabalho submetido por um aluno apresenta-se na tabela seguinte.
 

Classe	0.0 a 0.1	0.1 a 0.2	0.2 a 0.3	0.3 a 0.4	0.4 a 0.5	0.5 a 0.6	0.6 a 0.7	0.7 a 0.8	0.8 a 0.9	0.9 a 1.0
Nº de Observações	47	53	55	56	47	58	48	46	56	34

    - a) O Professor suspeita que o aluno não fez o trabalho pedido, tendo inventado os valores apresentados. Recorra a um teste de qualidade de ajuste para avaliar a suspeita do Professor (use um nível de significância de 10%) e interprete o resultado obtido.
    - b) O Professor aplicou o teste de qualidade de ajuste da alínea anterior a todos os trabalhos submetidos pelos alunos. Num dos testes obteve um valor de prova igual a 0.999, o que levantou suspeitas no Professor. Por que é que o Professor ficou com suspeitas? Será que as suspeitas do Professor continuariam a existir caso a turma tivesse 1000 alunos em vez de 50?
  5. (3 VALORES)
    - a) Numa experiência destinada a comparar a qualidade de dois revisores de textos (revisor A e revisor B) o mesmo texto foi dado a ambos os revisores. O revisor A encontrou 28 erros e o revisor B apenas 20, desconhecendo-se o número total de erros existente no texto. Sabe-se também que 15 dos 28 erros encontrados pelo revisor A foram igualmente encontrados pelo revisor B. Será que se pode concluir, a um nível de significância de 2.5%, que o revisor A é melhor revisor do que o B na detecção de erros em textos? (Sugestão: dado que o mesmo texto foi dado aos dois revisores, compare os erros detectados apenas por um dos revisores)
    - b) Considere agora a situação em que o revisor A encontra 128 erros e o revisor B encontra 120, sendo que 115 erros foram encontrados pelos dois revisores. Aplique o teste anterior a esta situação e comente os dois resultados obtidos, realçando eventuais limitações no procedimento de inferência utilizado.