

- Em todas as suas respostas defina e apresente, com clareza, a **terminologia** (acontecimentos e variáveis aleatórias), a **metodologia** e as **hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise**. Nos testes de hipóteses que realizar deve apresentar também o **valor de prova**.
- Responda aos problemas **1, 2 e 3** num conjunto de folhas e aos problemas **4 e 5** noutro conjunto.

*Apresentam-se a seguir a cada alínea o valor numérico da solução e um ou outro comentário mais importante na resolução. A obtenção da cotação máxima em cada alínea requer também a apresentação da **terminologia**, da **metodologia**, das **hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise**. Nos testes de hipóteses que realizar deve apresentar também o **valor de prova** e a decisão a tomar no contexto do problema.*

- (4 VALORES) Uma instituição de solidariedade social pretende construir uma casa de acolhimento para famílias carenciadas. A casa foi orçamentada em 102 500€. Para recolher donativos para esta causa, a instituição lançou duas linhas de apoio. Na linha de apoio destinada a receber transferências diretas, os donativos seguem uma distribuição normal com valor esperado 26€ e desvio padrão 5€. Na outra linha de apoio os donativos correspondem a 1% do valor das compras realizadas num determinado estabelecimento comercial. Estes últimos donativos seguem uma distribuição uniforme entre 15€ e 35€. Durante o período de angariação de fundos, a instituição prevê receber 1 500 donativos por transferência direta e 2 550 donativos por intermédio de compras realizadas no estabelecimento comercial.
  - Um dos donativos que a instituição recebeu tinha um valor superior a 27€. Admitindo que cerca de 63% dos donativos resultam das compras no estabelecimento comercial, calcule a probabilidade de esse donativo ter sido efetuado por intermédio de uma compra no estabelecimento parceiro.

*Solução: 61.8%*

- Calcule o valor esperado e o desvio do padrão do total de donativos durante o período de angariação.

*Solução:  $E( Total ) = 102750$ ,  $Var( Total ) = 350^2$*

- Calcule quantos donativos por transferência direta são necessários receber, em média, para que haja uma probabilidade superior a 65% de obter um montante suficiente para a construção da casa.

*Solução:  $N \geq 62.75 \rightarrow N=63$*

- (4 VALORES) Um produto industrial é vendido em lotes de 20 peças. O teste para determinar se uma peça é defeituosa é caro e, portanto, o fabricante utiliza amostras em vez de inspecionar, individualmente, todas as 20 peças de cada lote. Um plano de amostragem, concebido para diminuir o número de peças defeituosas enviadas aos clientes, utiliza amostras de cinco peças de cada lote e rejeita o lote se for encontrada mais que uma peça defeituosa.
  - Se um lote contiver quatro peças defeituosas, qual a probabilidade de ser rejeitado?

*Solução: 24.8%*

- b) Se um lote contiver quatro peças defeituosas, qual é a variância do número de peças defeituosas na amostra?

**Solução:** 0.6316

- c) Se a probabilidade de uma qualquer peça produzida ser defeituosa for de 0.05, calcule a probabilidade de a composição de um lote ser tal que torne impossível escolher uma amostra que implique a rejeição do lote.

**Solução:** 73.6%

3. (3 VALORES) Um fabricante de enlatados está a ensaiar um novo tipo de conservante (inócuo para a saúde) que adicionado em certas proporções permitirá prolongar o prazo de validade dos seus produtos. Numa experiência em que se ensaiaram três diferentes concentrações do referido conservante em seis diferentes tipos de enlatados, observaram-se os seguintes resultados (medidos pelo número médio de meses adicionais com validade adicional relativamente ao limite atualmente praticado):

A	2.1	7.2	3.9	0.0	1.8	3.0
B	3.9	3.2	8.0	5.1	5.0	5.8
C	1.0	2.1	0.0	3.1	0.9	3.9

$$VEG = 34.333 \quad VDG = 54.506$$

Teste ao nível de significância de 5% se o valor esperado do número médio de meses adicionais com validade é influenciado pelos níveis de concentração ensaiados e indique (justificando) qual a concentração (ou as concentrações) que adotaria.

**Solução:** B (porque melhor que C (mas não que A) e A não se distingue de C)

4. (5 valores) No ano anterior, o melhor atirador da equipa dos "Andrades" conquistava pontos em cada tiro de acordo com a seguinte função de probabilidade (admita que o aquele atirador mantém a sua performance muito estável ao longo do tempo):

Pontos	2	4	6	8	10
Probabilidade	5%	35%	35%	15%	10%

- a) Num treino recente no qual efetuou 55 tiros o tal atirador obteve o fantástico resultado de 335 pontos, isto é uma média de 6,1 pontos por tiro. Com base neste resultado, teste ao nível de significância de 5% a hipótese de o atirador ter melhorado o valor esperado da pontuação por cada tiro relativamente ao que obtinha no ano anterior.

**Solução:** Teste inconclusivo ( $H_0: \mu=5.8$ ;  $H_1: \mu>5.8$ ;  $pvalue=14.33\%$ )

- b) Imagine que, de facto, o atirador melhorou mesmo o valor esperado da pontuação por tiro para 6.1 pontos (embora mantendo a mesma variabilidade). Nesta situação qual seria a probabilidade de, no teste anterior, não se concluir que houve uma melhoria no valor esperado da pontuação por tiro relativamente ao ano anterior.

**Solução:** 71.9% (erro do tipo II)

- c) Uma das técnicas de treino utilizada pelo treinador dos "Andrades" é a seguinte: coloca um alvo de 1cm de diâmetro a 20 metros de distância dos atiradores e cada um faz uma série de 100 tiros. No primeiro dia do recente período de treino o tal atirador acertou 35 vezes no alvo na sua série de 100 tiros. Determine, com 95% de confiança, o valor mínimo da proporção de tiros no alvo que, nessa altura, o nosso atirador obterá.

**Solução:** 0.272 (limite inferior do IC unilateral à esquerda)

5. (4 VALORES) Um construtor automóvel testa os seus motores numa banca de ensaios. Os motores ensaiados são seleccionados aleatoriamente no final da linha de produção. Durante os ensaios, muito exigentes e exaustivos, registam-se todas as deficiências que ocorrem em cada motor. O responsável pelo controlo de qualidade da empresa estima que o número deficiências em cada motor ensaiado segue, muito aproximadamente, uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda = 0.5$ . Os resultados observados nos últimos 200 motores ensaiados foram os seguintes:

Número de motores ensaiados	107	61	21	8	2	1
Número de deficiências observadas	0	1	2	3	4	5

- a) Admitindo que o número de deficiências em cada motor ensaiado segue a distribuição reclamada pelo responsável pelo controlo da qualidade, teste, ao nível de significância de 5%, se o valor esperado do número de deficiências em cada motor ensaiado é superior ao conjecturado.

<i>Solução: Rejeitar <math>H_0</math> (pvalue=0.04%)</i>
----------------------------------------------------------

- b) Verifique se a distribuição do número de deficiências em cada motor ensaiado segue a distribuição de Poisson que melhor se ajusta aos resultados amostrais obtidos (nível de significância 5%).

<i>Solução: Teste inconclusivo (pvalue&gt;5%)</i>
---------------------------------------------------