

ESTATÍSTICA I

3.º TESTE DE AVALIAÇÃO (2009.11.25)

Duração: 1h 50 / Com consulta

(As diferentes questões deverão ser respondidas em folhas separadas)

1. Admita que:

- i. Um fabricante que entrega remessas de 300 unidades de um determinado produto a uma empresa sua cliente garante que apenas 5% dos produtos que fabrica se encontram fora das especificações;
- ii. A empresa cliente controla os produtos que lhe são entregues de acordo com o seguinte critério de inspecção: a remessa será rejeitada se, numa amostra constituída por 30 unidades do produto em causa, houver pelo menos duas unidades que estejam fora das especificações.

Calcule a probabilidade de a remessa ser aceita quando o fabricante estiver a produzir uma proporção dupla daquela que garante não ser ultrapassada pelas unidades fora das especificações (ou seja, 10%=2*5%). Verifique o resultado que obteve, recorrendo a mais do que um processos de cálculo. (5 VALORES)

2. O recurso a fitas magnéticas ainda é uma das principais opções no armazenamento de grandes quantidades de dados. Os dispositivos actuais de leitura e gravação de dados em fitas recorrem a sofisticadas técnicas de codificação da informação, de forma a que seja possível a detecção e correcção de erros. Os erros de leitura numa fita seguem uma distribuição de Poisson, com média de 0.2 erros por metro.

- (a) Calcule a probabilidade de existirem pelo menos 3 erros nos primeiros 20 metros de fita. (1 VALOR)
- (b) Calcule a probabilidade de não existirem erros em 10 metros consecutivos de fita. A sua resposta alterar-se-ia se os 10 metros não forem consecutivos? Justifique a resposta. (2 VALORES)
- (c) Que comprimento de fita será necessário inspeccionar para que a probabilidade de encontrar pelo menos um erro seja de 90%? (1 VALOR)
- (d) Imagine-se na situação de estar a medir as distâncias sucessivas entre erros de leitura numa fita magnética. Qual a probabilidade de a quinta destas distâncias ser a primeira que excede 8 metros? (1 VALOR)

3. Considere-se a evolução do preço de um activo cotado em bolsa em dias sucessivos. Para cada dia i , pode definir-se a valorização relativa do activo, X_i , como sendo o quociente entre os preços iniciais cotados nos dias i e $i+1$. Neste caso, a valorização relativa de um activo após 3 dias consecutivos é dada pelo produto das valorizações relativas nos diferentes períodos ($X = X_1 * X_2 * X_3$). Sob certas condições, as sucessivas variáveis X_i podem ser modeladas como independentes, seguindo uma distribuição Lognormal comum. Admita-se que tal distribuição é, de acordo com a notação $V = \ln X_i$, a seguinte:

$$V \sim \mathcal{N}(\mu V = 0.00991, \sigma V^2 = 0.009922).$$

- (a) Calcule a probabilidade de, no primeiro dos 3 dias em causa, a valorização do activo ser positiva (isto é, a probabilidade de X_1 ser superior a 1.00). (2.5 VALORES)
 - (b) Calcule a probabilidade de, no período de 3 dias em causa, a valorização relativa do activo ser superior a 5% (isto é, a probabilidade de X ser superior a 1.05). (2.5 VALORES)
4. Um fabricante produz pacotes de açúcar com a indicação de 10 g na embalagem. Sabe-se que o peso do conteúdo de um pacote segue uma distribuição triangular com valor esperado igual a 10.17 g e desvio padrão igual a 0.3118 g. As funções de densidade e de distribuição do peso de um pacote são dadas pelas seguintes expressões:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ para } x < 9.5 \text{ ou } x > 11 \\ \frac{2}{0.75} \cdot (x - 9.5) & , \text{ para } 9.5 \leq x \leq 10 \\ \frac{2}{1.5} \cdot (11 - x) & , \text{ para } 10 < x \leq 11 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ para } x < 9.5 \\ \frac{(x - 9.5)^2}{0.75} & , \text{ para } 9.5 \leq x \leq 10 \\ 1 - \frac{(11 - x)^2}{1.5} & , \text{ para } 10 < x \leq 11 \\ 1 & , \text{ para } x > 11 \end{cases}$$

Admita que os pesos dos pacotes de açúcar são independentes entre si. Calcule ou indique como poderia calcular:

- (a) A probabilidade de um lote de 500 pacotes pesar mais do que 5075 g. (2.5 VALORES)
- (b) A probabilidade de os pesos de dois pacotes seleccionados ao acaso diferirem em mais de 0.6 gramas. (2.5 VALORES)