

## ESTATÍSTICA I

ÉPOCA DE RECURSO (2012.02.03)

Duração: 1h 50m / Com consulta

Em todas as suas respostas defina, com clareza, a terminologia que adoptar e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise.

## PARTE I

1. Uma empresa de manufatura dispõe de uma tela transportadora para alimentar os 2 postos de trabalho da secção de montagem final. A tela é utilizada no transporte do componente XPTO em caixas de 10 unidades, tendo capacidade para 4 caixas em simultâneo. Quando é atingida a capacidade da tela transportadora, as caixas que saem do fabrico de componentes são colocadas no chão próximo do início da tela. Logo que haja lugar na tela transportadora, um operário de um dos postos de montagem final retira as caixas entretanto armazenadas no chão e coloca-as na tela transportadora. Admita que não há limite no número de caixas que é possível colocar no chão. O componente XPTO é crítico na operação de montagem final já que os restantes componentes estão disponíveis em quantidades suficientes junto dos postos de trabalho. O número total de caixas com o componente XPTO ( $X$ ), as colocadas na tela e as colocadas no chão, segue a seguinte distribuição de probabilidades:

$X$	0	1	2	3	4	5	6	$\geq 7$
Prob.	0.050	0.075	0.125	0.350	0.200	0.150	0.050	0.000

Registos históricos mostram que em condições normais (número de caixas na tela entre 2 e 4) o número de caixas com produtos finais ( $Y$ ), i.e., à saída da secção de montagem final, segue aproximadamente uma distribuição de *Poisson*, com valor esperado igual a 8.5 caixas de produtos finais por hora. Os mesmos registos históricos mostram também que o número total de caixas com o componente XPTO ( $X$ ) e o número de caixas com produtos finais ( $Y$ ) estão correlacionados, admitindo-se que o coeficiente de correlação é igual a  $\rho_{XY} = 0.75$ .

- Calcule o valor esperado e o desvio padrão do:
  - número total de caixas com o componente XPTO ( $X$ ). (1.5 VALORES)
  - número de caixas com o componente XPTO colocadas no chão. (1.5 VALORES)
- Como medida de eficiência da operação de montagem final ( $Z$ ), os responsáveis da empresa utilizam a seguinte relação:  $Z = 1 - 0.05 \cdot (X - 3)^2 / Y$ . Calcule, mesmo que aproximadamente, o valor esperado e a variância da eficiência da operação de montagem final ( $Z$ ). (2.5 VALORES)

- Com base no censo de 1990 realizado nos Estados Unidos, o número de horas diário que um adulto despende a ver televisão segue uma distribuição aproximadamente Normal com valor esperado 3.5 horas e desvio padrão 1.1 horas.
  - Calcule o número de horas que é excedido por 80% dos adultos a ver televisão. (2.5 VALORES)
  - Calcule a probabilidade de um adulto passar mais de 28 horas a ver televisão durante uma semana. (2.5 VALORES)
  - O mesmo censo indicou que o número de horas diário que uma criança despende a ver televisão segue também uma distribuição aproximadamente Normal com valor esperado 5 horas e desvio padrão 1.3 horas. Calcule a probabilidade de a média semanal de horas despendidas por um adulto a ver televisão seja superior à média semanal de uma criança. (2.5 VALORES)

3. Uma ideia existente em muitas empresas de estudos de mercado é que uma das principais razões que influenciam o número de respostas recebidas em inquéritos realizados por correio é a aparência da página de capa do inquérito. Em algumas destas empresas estima-se mesmo que inquéritos com capas apelativas originem proporções de respostas recebidas superiores em 5%. De forma a verificar esta teoria, um investigador decidiu realizar uma experiência em que, para o mesmo inquérito, eram utilizadas duas capas diferentes, uma capa só com o título e outra com o título e uma imagem atraente. Os resultados obtidos foram os seguintes:

- para o inquérito sem imagem na capa foram enviados 207 inquéritos e receberam-se 104 respostas;
- enquanto que para o inquérito com imagem na capa foram enviados 213 inquéritos e obtiveram-se 109 respostas.

Construa um intervalo de confiança a 90% para a diferença de proporções de respostas recebidas. Comente o resultado obtido. (2.5 VALORES)

4. O diretor de operações de uma determinada unidade industrial pretende comparar a eficácia de dois métodos de treino de operários industriais na realização de uma determinada operação de montagem. Para tal, pretende dividir operários em dois grupos de igual número e utilizar o método de treino A num dos grupos e o método de treino B no outro grupo. Cada um dos operários realizará a operação de montagem e será registado o respetivo tempo de execução. Espera-se que as medições tenham, em cada um dos grupos, uma amplitude de 8 minutos, sendo que o desvio padrão do tempo de execução poderá ser aproximado como sendo 1/4 da amplitude. Pretende-se obter, com um nível de confiança de 95%, uma estimativa da diferença entre valores esperados dos tempos de execução de cada um dos grupos com um erro máximo inferior a 0.9 minuto. Qual deverá ser o número de operários a incluir em cada um dos grupos? Comente o resultado obtido. (2.5 valores)

5. Suponha que  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  são estimadores do parâmetro populacional  $\theta$ . Sabe-se que:

$$\begin{aligned}\mu_{\hat{\theta}_1} &= E(\hat{\theta}_1) = \theta & \sigma_{\hat{\theta}_1}^2 &= \text{Var}(\hat{\theta}_1) = 9 \\ \mu_{\hat{\theta}_2} &= E(\hat{\theta}_2) = \theta/3 & \sigma_{\hat{\theta}_2}^2 &= \text{Var}(\hat{\theta}_2) = 3\end{aligned}$$

Diga, justificando, qual destes estimadores é melhor estimador de  $\theta$ . (2.0 VALORES)