

ESTATÍSTICA I

ÉPOCA DE RECURSO (2013.01.30)

Duração: 2h 00m / Com consulta

Em todas as suas respostas defina, com clareza, a terminologia que adotar e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise.

1. A proliferação de mensagens não solicitadas de correio electrónico (*spam*) é um problema crescente, combatido a vários níveis pela utilização de filtros e de listas proibidas. Estes mecanismos existem com diferentes configurações quer em servidores de envio e de recepção de *email* quer nos próprios leitores de *email*.

A probabilidade de um *email* não ser aceite para envio por um servidor de envio, por ser considerado *spam*, é de 0.10. No caso de o *email* ser enviado, a probabilidade de não ser aceite pelo servidor de destino, por ser considerado *spam*, é de 0.02. E, finalmente, admitindo que o *email* foi recebido pelo servidor de destino, a probabilidade de não ser recebida na *inbox* do destinatário, por o leitor de *email* o considerar *spam* (i.e, enviada para a pasta de *spam*), é de 0.15.

Calcule a probabilidade de ter sido o servidor de envio de *emails* a não ter enviado uma mensagem electrónica por a considerar *spam*, dado que não chegou à *inbox* do seu destinatário. (2 VALORES)

2. O número de táxis que, por hora, recolhe passageiros na zona das chegadas de uma pequena estação de comboios segue uma distribuição de *Poisson* com valor esperado igual a 30. Por sua vez, o número de passageiros em cada táxi (Y) segue a distribuição que se apresenta na tabela seguinte:

y	1	2	3	4
$P_Y(y)$	0.50	0.25	0.15	0.10

- a) Calcule a probabilidade de, num período de 3 minutos, o número de táxis que recolhem passageiros na estação de comboios ser superior a dois. (1.5 VALORES)
- b) Calcule a probabilidade de o número de passageiros recolhidos por 75 táxis que, sucessivamente, abandonam a zona de chegadas do aeroporto, ser superior a 140. (1.5 VALORES)
- c) Considere dois táxis que abandonam, um atrás do outro, a zona de chegadas do aeroporto. Calcule a probabilidade de o número de passageiros do primeiro exceder em pelo menos duas unidades o número de passageiros do segundo. (2 VALORES)
3. Os contratos de uma empresa com os seus dois principais fornecedores (A e B) estipulam que, após a colocação de uma encomenda, cada fornecedor deverá entregar a mercadoria num prazo entre 16 e 28 dias. Dados históricos mostram que, nos dois casos, os prazos de entrega podem ser aproximados por distribuições Normais, com valor esperado de 21.5 dias e desvio padrão de 3.5 dias para o fornecedor A e valor esperado de 25 dias e desvio padrão de 2.5 dias para o

fornecedor B. Dado o interesse em satisfazer os pedidos dos seus clientes sem atrasos excessivos, os responsáveis pela empresa acordaram com os fornecedores que se a mercadoria demorar mais de 28 dias a ser entregue terá de ser paga, pelos fornecedores, uma multa definida de acordo com as seguintes regras: se a mercadoria demorar 29 ou 30 dias a multa é de € 300, se ultrapassar 30 dias a multa é de € 550 e se ultrapassar 35 dias paga ainda mais € 200 (ou seja, um total de € 750). Existe também o pagamento de uma multa, no valor de € 200, caso a mercadoria seja entregue antes de passarem 16 dias da data em que foi encomendada.

Nota: os prazos de entrega são sempre calculados como valores inteiros (i.e., 0 dias, 1 dia, 2 dias, ..., 17 dias, 18 dias, ...).

- a) Calcule a probabilidade de o fornecedor A ter de pagar uma multa. (1.5 VALORES)
- b) Calcule o valor esperado e o desvio padrão do valor da multa, associada à entrega de mercadorias, a ser paga pelo fornecedor A. (1.5 VALORES)
- c) A empresa efetua encomendas mensais aos dois fornecedores. Calcule a probabilidade de, num ano, o tempo de entrega médio do fornecedor A ser superior ao tempo de entrega médio do fornecedor B. (2 VALORES)

4. Pretende-se comparar a resistência eléctrica média de dois tipos de condutores, A e B. Na tabela seguinte apresentam-se os resultados de testes realizados sobre duas amostras independentes de condutores de cada tipo.

Resistência de condutores do tipo A (Ω)		Resistência de condutores do tipo B (Ω)	
0.143	0.143	0.131	0.144
0.142	0.140	0.143	0.142
0.143	0.145	0.135	0.147
0.145	0.144	0.134	0.133
0.140	0.142		

$$N_A = 10$$

$$\bar{X}_A = 0.1427 \Omega$$

$$s_A^2 = 0.001767 \Omega^2$$

$$N_B = 8$$

$$\bar{X}_B = 0.1386 \Omega$$

$$s_B^2 = 0.006022 \Omega^2$$

Construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença entre as resistências médias dos dois tipos de condutores. Será possível concluir que, em média, a resistência dos condutores do tipo A é superior à dos condutores do tipo B? (4 VALORES)

5. Num processo que, no passado, era adoptado no fabrico de determinado componente de uma máquina, a proporção de componentes defeituosos era de 5%. Um novo processo, mais barato e mais rápido que o anterior, encontra-se em fase final de desenvolvimento. Num ensaio preliminar analisou-se uma amostra aleatória com 70 componentes, tendo-se detectado 9 componentes defeituosos. Construa um intervalo de confiança bilateral a 95% para a proporção de componentes defeituosos obtidos pelo novo processo de fabrico. (2 VALORES)

6. O tempo de resposta de um determinado equipamento é dado pela seguinte expressão

$$f_X(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, \quad x \geq 0; \theta > 0$$

Onde o parâmetro θ é um valor limite desconhecido (i.e., um valor “threshold”).

Determine o estimador de máxima verosimilhança do parâmetro θ com base numa amostra aleatória de dimensão N . (2 VALORES)