

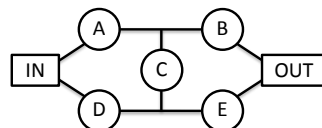
ESTATÍSTICA I

ÉPOCA NORMAL (2014.01.27)

Duração: 2h 20m / Com consulta

Em todas as suas respostas defina, com clareza, a terminologia que adoptar e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise.

1. (2.5 VALORES) A máquina mais importante de uma determinada linha de montagem possui vários níveis de redundância de forma a não provocar a paragem da linha. A redundância é assegurada por cinco componentes (A, B, C, D e E) montados de acordo com o esquema apresentado (nota: o componente C é capaz de assegurar a ligação nos dois sentidos, sendo o único com tal capacidade).



Para a máquina funcionar basta que exista ligação entre a entrada (IN) e a saída (OUT) da montagem. Por exemplo se os componentes A, C e E estiverem a funcionar a linha de produção não pára. Os cinco componentes têm um funcionamento autónomo e independente. De seguida apresentam-se as probabilidades de avaria de cada componente:

$$p(A) = 0.10 \quad p(B) = 0.15 \quad p(C) = 0.40 \quad p(D) = 0.20 \quad p(E) = 0.15$$

Calcule a probabilidade de a linha de produção ter de parar devido a uma avaria na máquina.

Sugestão: A probabilidade de a linha de produção parar pode ser determinada recorrendo aos conceitos de probabilidade condicionada e de acontecimentos mutuamente exclusivos em função do componente C avariar ou não.

2. (4.5 VALORES) Um jogador profissional de jogos de azar decidiu participar num jogo de dados em que a aposta por jogada (conjunto de 4 lançamentos) é de 50 UM. O jogador concordou em lançar um dado equilibrado quatro vezes recebendo 200 UM por cada vez que obtivesse seis nas duas primeiras jogadas e 100 UM por cada seis obtido nas duas últimas. Considere a seguinte variável aleatória:

L - Lucro no fim dos quatro lançamentos (Lucro = Prémio - Aposta)

- Obtenha a função de probabilidade do lucro $p_L(L)$.
Sugestões: comece por obter o espaço amostral; só interessa se sai a face 6 ou não.
- Calcule o valor esperado e o desvio padrão do lucro obtido.
- O jogador profissional está convencido que com a sua técnica de lançamento é capaz de influenciar a face do dado que fica para cima, estimando que o valor esperado e a variância do número de vezes em que um lançamento resulta num seis (Y) é de, respectivamente, $1/5$ e $1/25$. Como consequência, o jogador considera que o lucro que consegue obter ao fim dos quatro lançamentos é dado pela expressão:

$$Z = L \cdot \left(Y - \frac{1}{6}\right)^3$$

Calcule, mesmo que aproximadamente, o valor esperado e o desvio padrão de Z

3. (4.5 VALORES) A DOCPC é uma empresa que se dedica à reparação de computadores tendo uma capacidade instalada de reparação de 4 unidades/dia. A taxa de chegada de computadores à DOCPC para serem reparados é de 2.5 unidades/dia segundo uma distribuição de Poisson. Admita que os clientes que diariamente excedem a capacidade da empresa vão procurar serviço noutra empresa da vizinhança a MEDPC. O lucro que a empresa tem por cada reparação é de 5 UM.

- Qual é a probabilidade de num dia qualquer haver clientes que têm de recorrer aos serviços da empresa MEDPC?
- De quanto deverá ser aumentada a capacidade de reparação da empresa DOCPC, para que seja possível reparar todos os computadores que avariarem em, pelo menos, 99% dos dias?
- Determine o valor esperado do lucro diário da empresa DOCPC assim como o valor esperado do lucro perdido diariamente por falta de capacidade de resposta.
- Calcule a probabilidade de o número de computadores que chegam à DOCPC, em 2 meses (60 dias), ser superior a 75% da capacidade total da empresa nesses 2 meses.

4. (2 VALORES) A secção de controlo de qualidade da “PNEULEX” pretende verificar a sua produção de pneus de automóvel, uma vez que recebeu queixas dos clientes de que os pneus não aguentavam a pressão indicada pelo fabricante. Em consequência, recolheram-se amostras aleatórias durante 12 semanas, de 25 unidades cada, durante 12 semanas, nas quais verificou o número de pneus defeituosos, tendo chegado aos seguintes valores:

Semana de recolha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nº de pneus defeituosos	2	4	1	7	4	6	8	3	5	7	2	4

Defina o intervalo de confiança a 95% para a proporção de pneus defeituosos produzidos pela “PNEULEX”.

5. (4 VALORES) Na empresa FAZTUDO existem dois turnos de operários, A e B, que executam uma determinada tarefa. O supervisor de produção acredita que o turno A tem uma produtividade média superior em 2 unidades ao turno B, o que estes negam. Para averiguar quem fala verdade realizou-se um teste que consistiu na recolha dos dados necessários para o cálculo dos índices de produtividade alcançados por cada um dos turnos. Os dados obtidos foram recolhidos de forma independente e encontram-se resumidos na tabela seguinte:

Turno	N	\bar{x}	s^2
A	26	27.71	1.15
B	21	24.92	1.81

- Construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença entre os valores esperados das produtividades de cada turno. Interprete o resultado obtido.
- Os elementos do turno B acreditam que foram prejudicados por terem sido recolhidos mais dados amostrais do turno A. Concorda com a opinião dos elementos do turno B? Justifique a sua resposta.

6. (2.5 VALORES) Das estatísticas $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ indicadas em baixo, determine e justifique qual das duas é o melhor estimador da mediana populacional, se esta for igual a quatro quintos da média populacional.

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{3}{8}X_3 \quad \hat{\theta}_2 = \frac{2}{8}X_1 + \frac{1}{8}X_2 + \frac{5}{8}X_3$$