

Em todas as suas respostas defina, com clareza, a terminologia que adoptar e as hipóteses subjacentes aos diferentes passos da sua análise.

1. (3 VALORES) Numa grande Universidade há vinte Faculdades que ministram a disciplina de Estatística com a seguinte distribuição do número de alunos por turma (cada Faculdade só tem uma turma).

Dimensão da Turma	Frequência Relativa
10	0.50
20	0.30
90	0.20
Total	1.00

O Jornal da Associação de Estudantes da Universidade afirmou que em média um aluno de Estatística tem mais de 50 colegas na turma que frequenta. Alarmado, o reitor da Universidade pediu aos 20 professores de Estatística que calculassem a dimensão média das turmas que eles tinham de leccionar, ao que estes responderam "menos de 30 alunos".

Determine quem está a falar verdade indicando todos os cálculos que efectuar.

2. (3 VALORES) O inspector responsável por uma investigação criminal tem 60% de certeza da culpabilidade de um determinado suspeito. Durante o desenrolar das investigações surgem novas provas que mostram que o criminoso é canhoto. Enquanto aguarda para saber se o suspeito é realmente canhoto, o inspector obteve a informação de que 18% da população é canhota. Sabendo que o suspeito é canhoto, calcule a probabilidade de ele ser culpado.

3. (5 VALORES) No início de uma semana de trabalho, uma máquina está numa de duas condições: excelente ou parcialmente danificada. A receita semanal obtida por uma máquina depende da sua condição, sendo igual a 100 € caso a condição seja excelente e 30 € caso seja danificada. A condição de funcionamento da máquina deteriora-se ao longo tempo de acordo com as probabilidades indicadas na seguinte tabela:

		Condição no início da próxima semana	
		excelente	parcial. danificada
Condição no início da semana actual	excelente	0.7	0.3
	parcial. danificada	0	1

Nota: admita que a condição da máquina apenas se altera uma vez por semana (logo no início da semana ou no seu final) de acordo com as probabilidades da tabela anterior, mantendo-se se constante durante o decorrer da mesma.

- a) Considere que a condição inicial da máquina é excelente e que nunca é substituída. Calcule:
- a probabilidade de a condição da máquina após 3 semanas de funcionamento ser excelente.
 - a probabilidade de a condição da máquina após 5 semanas de funcionamento ser excelente, sabendo que após 2 semanas a máquina está numa condição excelente.

- b) Após 5 semanas de funcionamento a máquina, qualquer que seja a sua condição, é levada para manutenção e substituída por uma outra com condição excelente.
- Obtenha a função de probabilidade da receita obtida ao fim das 5 semanas.
 - Calcule o valor esperado e o desvio padrão da receita obtida ao fim das 5 semanas.
- c) Considere que existe um parque de máquinas suficiente para manter sempre em funcionamento 55 máquinas. Calcule a probabilidade de a receita média ao fim de 5 semanas, obtida com as 55 máquinas, ser inferior a 280 €.

4. (4 VALORES) O tempo de vida, expresso em horas, de um certo tipo de componente electrónico é uma variável aleatória com uma função densidade de probabilidade dada por:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 100 \\ \frac{100}{t^2}, & t > 100 \end{cases}$$

- a) Determina a mediana do tempo de vida do componente electrónico.
- b) Considere um aparelho que necessita de 5 desses componentes. Calcule a probabilidade de pelo menos dois desses cinco componentes do aparelho terem de ser substituídos durante as primeiras 150 horas de funcionamento.

Nota: assuma que os componentes funcionam de forma independente uns dos outros.

5. (5 VALORES) O correcto balanceamento de uma linha de produção industrial é fundamental para que se possa retirar total partido dos recursos, quer humanos quer em equipamentos, alocados aos vários postos de trabalho ao longo da linha. Pretende-se obter tempos de ciclo (tempo necessário para a produção de uma peça) que sejam simultaneamente curtos, de forma a aumentar o número de peças produzidas, e pouco susceptíveis a variações, já que estas podem levar a atrasos na produção e à acumulação de stock de produtos em fabrico entre postos de trabalho. O responsável pela linha de produção está perante duas alternativas de balanceamento, designadas A e B, e pretende escolher uma delas. Para estudar qual das alternativas é a mais adequada mediram-se os tempos de ciclo, expressos em minutos, para cada uma das alternativas, tendo-se obtido os seguintes resultados:

Alternativa	N	\bar{x}	s^2
A	26	5.3	16
B	21	2.9	49

- a) Construa um intervalo de confiança a 95% para a razão entre variâncias dos tempos de ciclo.
- b) Construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença de valores esperados dos tempos de ciclo.
- c) Que alternativa aconselharia que fosse utilizada na linha de produção? Justifique.