

## ESTIMAÇÃO POR INTERVALO (INTERVALOS DE CONFIANÇA)

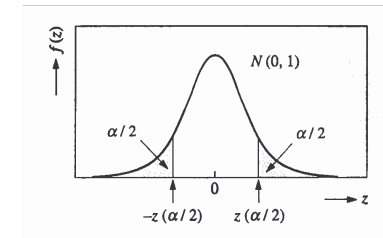
Cada um dos métodos de estimação pontual permite associar a cada parâmetro populacional um estimador. Ora a cada estimador estão associadas tantas estimativas diferentes quantas as amostras utilizadas para o seu cálculo. De um modo geral nenhuma destas estimativas irá coincidir com o valor do parâmetro da população e não é possível obter qualquer informação relativa ao seu rigor. Esta impossibilidade de associar a uma dada estimativa o respectivo grau de confiança, constitui a grande limitação dos métodos de estimação pontual. Este problema é ultrapassado recorrendo à estimação por intervalo.

Admita-se então que temos uma população  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  e que é seleccionada uma amostra aleatória de dimensão  $n$ . Para essa amostra é calculada a respectiva média amostral cujo valor é  $\bar{x}$ . **O objectivo é definir um intervalo que com uma dada probabilidade  $1 - \alpha$  (p.ex: 95%, 99%), inclua o verdadeiro valor do parâmetro  $\mu$  da população.**

Sabemos que:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

defina-se agora  $z(\alpha/2)$  como o valor da v.a.  $Z$  que verifica  $P[Z > z(\alpha/2)] = \alpha/2$ . Então  $P[Z < -z(\alpha/2)] = \alpha/2$  e portanto  $P[-z(\alpha/2) < Z < z(\alpha/2)] = 1 - \alpha$ .



Então:

$$P\left[-z(\alpha/2) < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z(\alpha/2)\right] = 1 - \alpha$$

que se pode escrever como:

$$P\left[\mu - z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu + z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

ou como:

$$P\left[\bar{X} - z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

De acordo com a expressão anterior o intervalo:

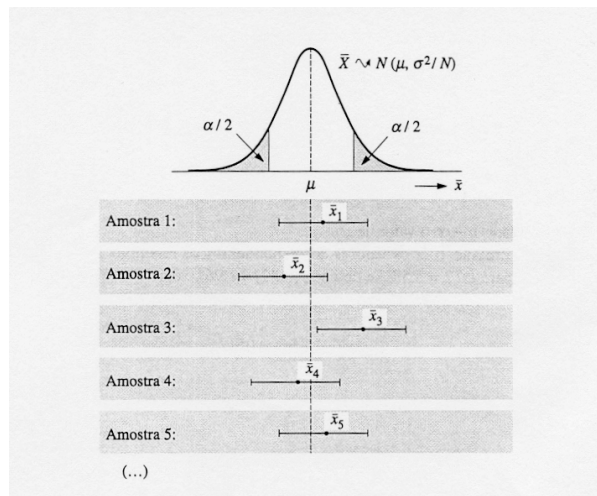
$$\left[\bar{X} - z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

incluirá o valor de  $\mu$  com probabilidade  $1 - \alpha$ .

Este intervalo designa-se por **intervalo de confiança para o valor esperado a  $(1 - \alpha).100\%$** . Os extremos deste intervalo são os **limites de confiança a  $(1 - \alpha).100\%$** . O valor de  $z(\alpha/2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , que representa a **semiamplitude do intervalo de confiança**, corresponde ao erro máximo que, com a confiança especificada, se pode cometer na estimativa de  $\mu$ .

**NOTA:**

- O valor de  $\alpha$  representa, em média, a proporção de vezes em que o intervalo de confiança não contém o parâmetro que se pretende estimar.



- Outro aspecto a salientar prende-se com a simetria do intervalo de confiança relativamente ao valor do estimador pontual  $\bar{X}$ .

Para quaisquer valores  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  não simétricos que satisfaçam:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$$

os intervalos

$$\left[ \bar{X} - z(\alpha_1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z(\alpha_2) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

são todos eles intervalos de confiança de  $\mu$  a  $(1 - \alpha).100\%$ , porém com amplitudes diferentes.

**Sempre que a estatística a partir da qual se definem os intervalos de confiança, apresentar uma distribuição unimodal simétrica, o intervalo simétrico em relação à estatística ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$ ) é o de menor amplitude e portanto aquele que deve ser calculado.**

**As exceções a esta regra são situações em que o objectivo é definir intervalos de confiança unilaterais (ilimitados superiormente ou ilimitados inferiormente).**

## ESPECIFICAÇÃO DE INTERVALOS DE CONFIANÇA

A especificação de um intervalo de confiança para um parâmetro implica conhecer:

- Um estimador do parâmetro em causa
- A distribuição desse estimador
- Uma estimativa pontual do parâmetro

## INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA O VALOR ESPERADO ( $\mu$ )

### I) Amostra de grande dimensão. População qualquer.

De acordo com o teorema do limite central temos que, neste caso:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Em geral o desvio padrão da população,  $\sigma$ , é desconhecido, sendo estimado através do desvio padrão amostral,  $S$ :

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

(  $S$ : estimador desvio padrão amostral;  $s$ : estimativas)

Uma vez que se admitiu que a amostra é de elevada dimensão, o erro de estimação é desprezável e podemos admitir que:

$$S \approx \sigma \quad (\text{constante})$$

e portanto:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \approx \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Então o intervalo de confiança para o valor esperado  $\mu$  a  $(1-\alpha).100\%$  é dado por:

$$\left[ \bar{X} - z(\alpha/2) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z(\alpha/2) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

### II) Amostra de pequena dimensão. População Normal.

Neste caso já não é válido considerar que:

$$S \approx \sigma \quad (\text{constante})$$

e portanto também já não é válido admitir que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \approx \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Então, para definir o intervalo de confiança é necessário determinar a distribuição da v.a. :

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

Notemos que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{S/\sigma} \sim \frac{N(0,1)}{\sqrt{\frac{\chi_{n-1}^2}{n-1}}}$$

e como  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  e  $S/\sigma$  são v.a. independentes, resulta da definição da distribuição t de Student que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

sendo portanto o intervalo de confiança para o valor esperado  $\mu$  a  $(1-\alpha).100\%$  dado por:

$$\left[ \bar{X} - t_{n-1}(\alpha/2) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1}(\alpha/2) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

## INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA A PROPORÇÃO BINOMIAL ( $P = \frac{Y}{n}$ )

Vimos já anteriormente que  $P = \frac{Y}{n}$  era um estimador para a proporção binomial p e que, sob determinadas condições, a distribuição de  $P = \frac{Y}{n}$  é dada por:

$$P = \frac{Y}{n} \sim N\left(p, \frac{p \cdot (1-p)}{n}\right)$$

e portanto os limites do intervalo de confiança para  $P = \frac{Y}{n}$  são dados por:

$$\frac{Y}{n} \pm z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = \frac{Y}{n} \pm z(\alpha/2) \cdot \sigma$$

Uma vez que o valor de  $\sigma$  depende do parâmetro desconhecido p, poderá para amostras de elevada dimensão, ser substituído por um qualquer valor do seu estimador  $P = \frac{Y}{n}$  resultando em:

$$\sigma = \sqrt{\frac{Y/n \cdot (1 - Y/n)}{n}} = \sqrt{\frac{Y \cdot (n - Y)}{n^3}}$$

e portanto:

$$\frac{\frac{Y}{n} - p}{\sqrt{\frac{Y \cdot (n - Y)}{n^3}}} \sim N(0,1)$$

sendo o intervalo de confiança para a proporção binomial  $p$  a  $(1-\alpha).100\%$  dado por:

$$\left[ \frac{Y}{n} - z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{Y \cdot (n - Y)}{n^3}}, \frac{Y}{n} + z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{Y \cdot (n - Y)}{n^3}} \right]$$

### INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA A VARIÂNCIA DE UMA POPULAÇÃO NORMAL ( $\sigma^2$ )

Vimos já que se de uma população Normal,  $N(\mu, \sigma^2)$ , forem seleccionadas amostras aleatórias de dimensão  $n$  com variância amostral  $S^2$ , então a v.a. :

$$(n-1) \cdot \frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

Consideremos agora dois valores  $(\chi_{n-1}^2)_A$  e  $(\chi_{n-1}^2)_B$  tais que:

$$P\left[(\chi_{n-1}^2)_A < \chi_{n-1}^2 < (\chi_{n-1}^2)_B\right] = 1 - \alpha$$

Substituindo na equação anterior  $(\chi_{n-1}^2)$  por  $(n-1) \cdot \frac{S^2}{\sigma^2}$  obtém-se:

$$P\left[(\chi_{n-1}^2)_A < (n-1) \cdot \frac{S^2}{\sigma^2} < (\chi_{n-1}^2)_B\right] = 1 - \alpha$$

ou:

$$P\left[\frac{1}{(\chi_{n-1}^2)_A} > \frac{\sigma^2}{(n-1) \cdot S^2} > \frac{1}{(\chi_{n-1}^2)_B}\right] = 1 - \alpha$$

a que podemos ainda dar outro aspecto:

$$P\left[\frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi_{n-1}^2)_A} > \sigma^2 > \frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi_{n-1}^2)_B}\right] = 1 - \alpha$$

ou finalmente:

$$P\left[\frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi_{n-1}^2)_B} < \sigma^2 < \frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi_{n-1}^2)_A}\right] = 1 - \alpha$$

O intervalo de confiança para a variância  $\sigma^2$  a  $(1-\alpha).100\%$  é dado por:

$$\left[ \frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi^2_{n-1})_B}, \frac{(n-1) \cdot S^2}{(\chi^2_{n-1})_A} \right]$$

Neste caso a distribuição não é simétrica existindo portanto a dificuldade de definir os valores  $(\chi^2_{n-1})_A$  e  $(\chi^2_{n-1})_B$  que conduzem ao intervalo de confiança de menor amplitude. Por razões de simplicidade é habitual escolher:

$$(\chi^2_{n-1})_B = \chi^2_{n-1}(\alpha/2)$$

$$(\chi^2_{n-1})_A = \chi^2_{n-1}(1-\alpha/2)$$

e assim a expressão final para o intervalo de confiança é:

$$\left[ \frac{(n-1) \cdot S^2}{\chi^2_{n-1}(\alpha/2)}, \frac{(n-1) \cdot S^2}{\chi^2_{n-1}(1-\alpha/2)} \right]$$

## INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA A RAZÃO ENTRE VARIÂNCIAS DE POPULAÇÕES NORMAIS

Admita-se que  $\sigma_A^2$  e  $\sigma_B^2$  correspondem às variâncias de duas populações Normais A e B. Considere-se também que, com base em amostras independentes de dimensão  $n_A$  e  $n_B$  respectivamente, se obtêm os estimadores para aquelas variâncias, isto é  $S_A^2$  e  $S_B^2$ . Então:

$$(n_A - 1) \cdot \frac{S_A^2}{\sigma_A^2} \sim \chi^2_{n_A - 1}$$

e

$$(n_B - 1) \cdot \frac{S_B^2}{\sigma_B^2} \sim \chi^2_{n_B - 1}$$

resultando que:

$$\frac{S_A^2 / \sigma_A^2}{S_B^2 / \sigma_B^2} \sim \frac{\chi^2_{n_A - 1} / (n_A - 1)}{\chi^2_{n_B - 1} / (n_B - 1)}$$

Atendendo à definição da distribuição F temos então que:

$$\frac{S_A^2 / \sigma_A^2}{S_B^2 / \sigma_B^2} \sim F_{n_A - 1, n_B - 1}$$

uma vez que se admite que as variáveis  $S_A^2$  e  $S_B^2$  são independentes (pois são obtidas a partir de amostras independentes).

Considerem-se agora dois valores desta distribuição  $F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)$  e  $F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2)$  tais que:

$$P[F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2) < F_{n_A-1, n_B-1} < F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)] = 1 - \alpha$$

e portanto:

$$P\left[F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2) < \frac{S_A^2/\sigma_A^2}{S_B^2/\sigma_B^2} < F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)\right] = 1 - \alpha$$

ou ainda:

$$P\left[\frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2)} > \frac{\sigma_A^2/\sigma_B^2}{S_A^2/S_B^2} > \frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)}\right] = 1 - \alpha$$

ou de outro modo:

$$P\left[\frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2} > \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} > \frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2}\right] = 1 - \alpha$$

e finalmente:

$$P\left[\frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2} < \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} < \frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2}\right] = 1 - \alpha$$

O intervalo de confiança a  $(1-\alpha).100\%$  para a razão entre as variâncias das duas populações normais  $\sigma_A^2/\sigma_B^2$  é então:

$$\left[ \frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2}, \frac{1}{F_{n_A-1, n_B-1}(1-\alpha/2)} \cdot \frac{S_A^2}{S_B^2} \right]$$

### INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA A DIFERENÇA ENTRE OS VALORES ESPERADOS DE DUAS POPULAÇÕES ( $\mu_A - \mu_B$ )

#### I) Amostras independentes de grandes dimensões, populações quaisquer

Sejam  $\mu_A$  e  $\mu_B$  os valores esperados das populações A e B e  $\sigma_A^2$  e  $\sigma_B^2$  as suas variâncias. Considere que a partir destas populações se obtêm amostras independentes de dimensão  $N_A$  e  $N_B$  com base nas quais se determinam os estimadores dos valores esperados,  $\bar{X}_A$  e  $\bar{X}_B$ , e das variâncias,  $S_A^2$  e  $S_B^2$ .

Uma vez que estamos a tratar com amostras de elevada dimensão, podemos considerar que:

$$S_A^2 \approx \sigma_A^2 \quad \text{e} \quad S_B^2 \approx \sigma_B^2$$

por outro lado, o teorema do limite central permite-nos afirmar que, quaisquer que sejam as formas das distribuições de A e B teremos:

$$\bar{X}_A \sim N\left(\mu_A, \frac{\sigma_A^2}{n_A}\right) \approx N\left(\mu_A, \frac{S_A^2}{n_A}\right)$$

e

$$\bar{X}_B \sim N\left(\mu_B, \frac{\sigma_B^2}{n_B}\right) \approx N\left(\mu_B, \frac{S_B^2}{n_B}\right)$$

Uma vez que se admitiu que as amostras são independentes, a diferença  $\bar{X}_A - \bar{X}_B$  é também uma v.a. com distribuição Normal e portanto:

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}\right) \approx N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}\right)$$

isto é:

$$Z = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}} \sim N(0,1)$$

Então o intervalo de confiança a  $(1-\alpha).100\%$  para a diferença dos valores esperados  $\mu_A - \mu_B$  é dado por:

$$\left[ (\bar{X}_A - \bar{X}_B) - z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}, (\bar{X}_A - \bar{X}_B) + z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}} \right]$$

**Se se admitir que as variâncias das duas populações são iguais:**

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$$

então:

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \left(\frac{\sigma^2}{n_A} + \frac{\sigma^2}{n_B}\right)\right) = N\left(\mu_A - \mu_B, \sigma^2 \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)\right)$$

neste caso é possível refinar a expressão obtida para o intervalo de confiança, estimando a variância comum  $\sigma^2$ , das duas populações A e B, a partir de:

$$S^2 = \frac{(n_A - 1) \cdot S_A^2 + (n_B - 1) \cdot S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

e substituindo nessa expressão  $S_A^2$  e  $S_B^2$  por  $S^2$ . Então se as variâncias das populações forem iguais a expressão para o intervalo de confiança é:

$$\left[ (\bar{X}_A - \bar{X}_B) - z(\alpha/2) \cdot S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}, (\bar{X}_A - \bar{X}_B) + z(\alpha/2) \cdot S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \right]$$



### I) Amostras independentes de pequenas dimensões, populações quaisquer

Uma vez que agora **já não é válido** considerar:

$$S_A^2 \approx \sigma_A^2 \quad \text{e} \quad S_B^2 \approx \sigma_B^2$$

também deixa de ser válido admitir que tem distribuição  $N(0,1)$  a v.a.:

$$\frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}}$$

Seguindo um procedimento análogo ao já utilizado no caso de se trabalhar apenas com uma amostra, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}} &= \frac{\frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\sigma_A^2/n_A + \sigma_B^2/n_B}}}{\frac{\sqrt{S_A^2/n_A + S_B^2/n_B}}{\sqrt{\sigma_A^2/n_A + \sigma_B^2/n_B}}} \\ &= \frac{N(0,1)}{\sqrt{\chi_{gl}^2/gl}} \sim t_{gl} \end{aligned}$$

isto é, aquela variável segue uma distribuição t de Student com gl graus de liberdade.

Para definir o valor de gl temos duas situações possíveis, que correspondem a podermos ou não admitir como válido que as variâncias das duas populações são iguais:

$$gl = n_A + n_B - 2 \quad \text{se} \quad \sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$$

$$gl = \frac{\left( \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B} \right)^2}{\frac{(S_A^2/n_A)^2}{n_A - 1} + \frac{(S_B^2/n_B)^2}{n_B - 1}} \quad \text{se} \quad \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

No primeiro caso o número de graus de liberdade corresponde ao número de graus de liberdade com que a variância comum das duas populações é estimada.

No segundo caso se o valor de gl não der um inteiro, deve-se utilizar o inteiro imediatamente inferior já que conduz à definição de um intervalo com uma confiança maior do que a especificada inicialmente.

Se as variâncias das populações forem iguais podemos também aqui estimar a variância comum pela fórmula usada anteriormente, isto é:

$$S^2 = \frac{(n_A - 1) \cdot S_A^2 + (n_B - 1) \cdot S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

Então o intervalo de confiança a  $(1-\alpha).100\%$  para a diferença dos valores esperados das duas populações,  $\mu_A - \mu_B$ , é dado por:

$$\underline{\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2}$$

$$(\mu_A - \mu_B) \in \left[ (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm t(\alpha/2) \cdot S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \right]$$

$$\underline{\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2}$$

$$(\mu_A - \mu_B) \in \left[ (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm t(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}} \right]$$

### INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA A DIFERENÇA ENTRE PROPORÇÕES BINOMIAIS $p_A - p_B$ (AMOSTRAS INDEPENDENTES DE GRANDES DIMENSÕES)

Sejam duas populações A e B constituídas por elementos de dois tipos. Seja  $p_A$  a proporção de elementos de um dos dois tipos na população A e  $p_B$  o valor correspondente para a população B. Seleccionadas independentemente duas

amostras, seja  $\frac{Y_A}{n_A}$  um estimador de  $p_A$  baseado numa amostra de dimensão  $n_A$  e  $\frac{Y_B}{n_B}$  o estimador de  $p_B$  baseado numa amostra de dimensão  $n_B$ .

Estando satisfeitas as condições para aproximarmos as distribuições de  $\frac{Y_A}{n_A}$  e  $\frac{Y_B}{n_B}$  por distribuições Normais (populações infinitas ou amostragem com reposição verificando-se ainda que  $n \geq 20$  e  $n.p > 7$ ; no caso de amostragem sem reposição é também necessário garantir que a dimensão da população é grande face à dimensão da amostra) e uma vez que as amostras são independentes temos que:

$$\frac{Y_A}{n_A} - \frac{Y_B}{n_B} \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{p_A \cdot (1-p_A)}{n_A} + \frac{p_B \cdot (1-p_B)}{n_B}\right)$$

Então seguindo um procedimento idêntico ao utilizado anteriormente temos que o intervalo de confiança a  $(1-\alpha).100\%$  para a diferença entre as proporções binomiais,  $p_A - p_B$ , é dado por:

$$(p_A - p_B) \in$$

$$\in \left( \frac{Y_A}{n_A} - \frac{Y_B}{n_B} \right) \pm z(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{Y_A \cdot (n_A - Y_A)}{n_A^3} + \frac{Y_B \cdot (n_B - Y_B)}{n_B^3}}$$

## DIMENSIONAMENTO DE AMOSTRAS

Até agora admitimos que a dimensão das amostras utilizadas para o cálculo das estimativas pontuais estava já especificada previamente.

Contudo o problema de dimensionamento das amostras é muito importante já que:

- Se a amostra for excessivamente grande face aos objectivos que se pretendem atingir, estaremos a desperdiçar recursos na recolha e tratamento da informação.
- Se a dimensão da amostra não for suficiente para a partir dela se extraírem conclusões válidas, estaremos a cometer um erro.

A dimensão das amostras a considerar aumentará à medida que aumentem os seguintes “parâmetros” (isoladamente ou em simultâneo):

- a precisão do intervalo de confiança (que varia na razão inversa da respectiva amplitude).
- o grau de confiança do intervalo, isto é, a probabilidade de este vir a incluir o verdadeiro valor do parâmetro populacional.

