



## 10 Notação polonesa inversa



(++)

Usualmente uma expressão aritmética  $e$  é escrita com os operadores binários entre os respectivos operandos e, por isso, essa notação é chamada de *infixa*.

Por exemplo:

$$e = (2 + 4 \cdot (6 - 1) / 2)$$

ou, equivalentemente:

$$e = \left( 2 + 4 \cdot \frac{(6 - 1)}{2} \right)$$

Uma forma alternativa de escrever  $e$  é utilizando-se da *Notação Polonesa Inversa* (ou *Notação Posfixa*). Essa notação foi inventada pelo filósofo e cientista da computação australiano Charles Leonard Hamblin (1922-1985) em meados dos anos 1950, com base na *Notação Polonesa*, introduzida em 1920 pelo matemático polonês Jan Lukasiewicz (1878-1956).

A tabela a seguir mostra alguns exemplos de operações e suas notações:

EXPRESSÃO	NOTAÇÃO INFIXA	NOTAÇÃO POL. INVERSA
$a + b$	$a + b$	$ab+$
$a - b$	$a - b$	$ab-$
$a \cdot b$	$a \cdot b$	$ab*$
$a^b$	$a^b$	$ab^{\wedge}$
$\frac{a}{b}$	$a/b$	$ab/$
$\frac{a+b}{c}$	$(a + b) / c$	$ab + c /$
$\frac{a \cdot b - c \cdot d}{e \cdot f}$	$((a * b) - (c * d)) / (e * f)$	$ab * cd * - ef /$

Note que a ordem dos operandos é a mesma nas notações infix e posfixa. Além disso, a notação posfixa dispensa o uso de parênteses.

### Tarefa

A sua tarefa é construir um programa de computador para *traduzir* expressões escritas com a notação infix para a notação posfixa.

As expressões são formadas por constantes numéricas, variáveis e operadores aritméticos. Para simplificar, considere que na expressão infixa são usadas apenas as operações aritméticas de soma, subtração, divisão, multiplicação e exponenciação (+, −, /, \* e ^).

Considere também que nomes de variáveis são formados por apenas uma única letra maiúscula (A, B, C, ..., Z), as constantes numéricas são formadas por apenas um dígito (1, 2, ..., 9) e há um único espaço em branco, antes e após, um operador aritmético.

Se para cada símbolo de “abre parêntese” em uma expressão na notação infixa há um correspondente símbolo de “fecha parêntese”, diremos que a expressão está *bem-formada*. Do contrário ela é considerada *mal-formada*.

## Entrada

Os dados de entrada são compostos por vários casos de teste, sendo que a primeira linha contém um único número natural  $t$  que indica o número de casos de teste, com  $1 \leq t \leq 10$ .

Cada caso de teste está numa linha da entrada e contém uma expressão aritmética escrita na notação infixa, com  $n$  operadores, sabe-se que  $0 \leq n \leq 100$ . Cada símbolo (numeral, variável, abre parêntese, fecha parêntese ou operador) é sempre precedido e sucedido por um único espaço em branco, exceto quando ele é o primeiro ou o último da expressão.

## Saída

A saída, de cada caso de teste fornecido, deve ser apresentada numa linha e consiste da correspondente expressão aritmética escrita na notação posfixa ou, alternativamente, a mensagem “mal-formada”, caso a expressão na notação infixa seja *mal-formada*.

Da mesma forma que as entradas, cada linha da saída possui cada um dos seus símbolos (numeral, variável ou operador) precedido e sucedido por um único espaço em branco, exceto quando ele é o primeiro ou o último da expressão.

## Exemplos

ENTRADA	SAÍDA
4	0 4 /
0 / 4	E 5 / 8 U ^+ 4 + 7 9 ^2 * +
( E / 5 + ( 8 ) ^U + 4 ) + 7 ^ ( 9 ) * 2	mal-formada
5 * 4 / ( M + 8 + T − B * 8 ^T ^T	mal-formada
Q * H * S / 2 * ( Q / ( J ) ^Y * C	

ENTRADA	SAÍDA
4	6 4 + 2 *
( 6 + 4 ) * 2	6 2 ^2 2 ^- 7 *
( 6 ^2 - 2 ^2 ) * 7	4 2 + 5 4 - * 2 ^
(( 4 + 2 ) * ( 5 - 4 )) ^2	7 6 * 5 4 * +
7 * 6 + 5 * 4	

**Atenção:** Nas tabelas apresentadas anteriormente pode não parecer que há um ÚNICO ESPAÇO EM BRANCO entre cada um dos símbolos impressos, mas considere que HÁ.