Desempenho médio de algoritmos com integrais

Aluno: Pedro Sobota

Na computação, temos o conceito de tempo de execução de um algoritmo. O tempo corresponde a quanto tempo o algoritmo leva para executar suas instruções sobre um conjunto de entradas e retornar um resultado.

Uma forma de medir o desempenho de um algoritmo é estipular sua performance em função do tamanho do conjunto de entradas, ou seja, quantos elementos há em um vetor que o algoritmo deve percorrer, por exemplo.

Vamos verificar dois exemplos de algoritmos que percorrem um vetor.

```
(*
Algoritmo 1.
 calcula a média de valores da lista.
  para cada item na lista:
      soma o valor do item à média.
*)
```

```
(*
Algoritmo 2.
 para cada item na lista:
      calcula a média de valores da lista.
        soma o valor do item à média.
*)
```

O primeiro algoritmo calcula a média uma vez apenas, no início do procedimento.
O segundo algoritmo calcula a média novamente todas as vezes que encontra um novo elemento para analisar.

Como calcular a média implica percorrer todos os elementos, o algoritmo 1 terá um desempenho **linear** pois ele percorre o vetor uma vez para calcular a média e uma vez mais para somar cada valor de elementos.

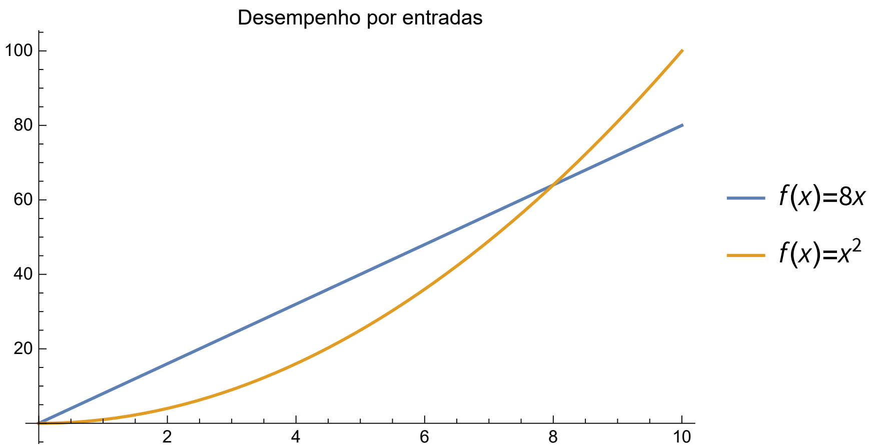
A quantidade de vezes que irá percorrer o vetor será $1 + n$, sendo n a quantidade de elementos.

Já o algoritmo 2 terá um desempenho **exponencial** pois ele percorre o vetor duas vezes a cada elemento, uma para calcular a média, outra para somar o valor do elemento.

A quantidade de vezes que irá percorrer o vetor será $n^2 + n$, sendo n a quantidade de elementos.

Com estas características estipuladas, podemos considerar funções de desempenho do algoritmo e obter os gráficos. Vamos tomar como exemplo dois algoritmos fictícios, um de desempenho quadrático e um linear em $8\,x$:

Out[ ]=



Em cada ponto da abscissa, podemos obter um valor da ordenada para o desempenho daquele algoritmo para aquele n.

Porém, vamos supor que não temos uma previsão exata de quantos elementos de entrada o vetor possuirá. Para comparar o desempenho dos algoritmos neste cenário, podemos buscar uma "média" do desempenho do algoritmo em uma *faixa de valores* de n e comparar as médias. Isto significaria que o algoritmo tem um desempenho melhor ou pior *em média* dentro do intervalo.

Para obter a média, podemos tomar a integral:

$$\int 8\,x = 8 \int x = 8\,\frac{x^2}{2} = 4\,x^2 \text{ e}$$

$$\int x^2 = \frac{x^3}{3}.$$

Obtendo assim as integrais indefinidas das funções desempenho. Com as integrais indefinidas, podemos estipular o intervalo de n e obter as integrais definidas:

$$n = 10$$

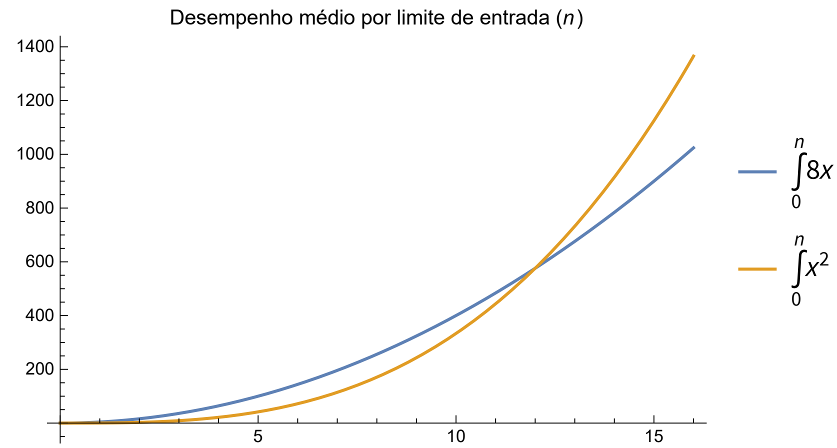
$$\int_0^n 8\,x = 4 \cdot 10^2 - 4 \cdot 0^2 = 400 \text{ e}$$

$$\int_0^n x^2 = \frac{10^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 333,\overline{3}.$$

Agora, apenas comparando os valores das integrais definidas, podemos observar qual algoritmo tem desempenho médio superior (o algoritmo quadrático, com $\overline{x} = 333.\overline{3}$), dado um intervalo específico de possibilidades de tamanhos de entrada.

Finalmente, para obter uma avaliação da variação da média ao longo de diferentes intervalos, podemos comparar a média, ou seja, a integral definida, em função dos limites superiores dos intervalos.

Out[99]=



Enquanto o primeiro gráfico fornece um resultado para valores de entrada específicos, o segundo gráfico pode nos fornecer a comparação quando temos incerteza quanto ao limite inferior das entradas, mas podemos estimar um limite superior.

Neste, vemos que o algoritmo quadrático tem performance média superior para qualquer tamanho de entrada até aproximadamente 12, quando o algoritmo linear passa a ser vantajoso.