Questão 3

Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contínua. Se f é derivável em (a, b), então existe um ponto $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

1. Seja $f(x) = sen(x)$. Pelo Teorema do Valor Médio, $|sen(b) - sen(a)| \leq |b - a|$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.
2. $f(x) = sen(x)$ é limitada: $|sen(x)| \leq 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Assinale a opção correta:

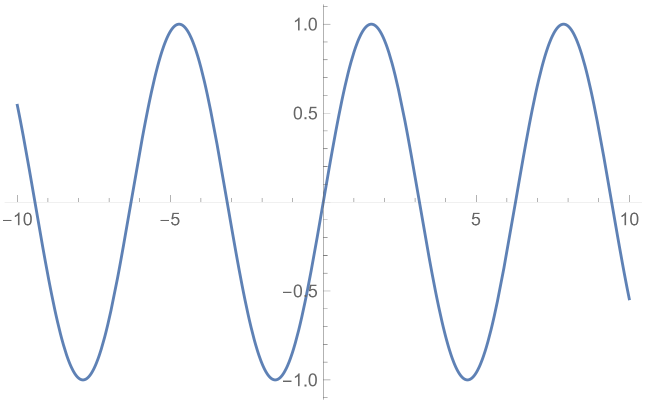
1. 1 e 2 são verdadeiras, e 2 é justificativa de 1
2. 1 e 2 são verdadeiras mas 2 não é justificativa de 1
3. 1 é verdadeira e 2 é falsa
4. 1 é falsa e 2 é verdadeira
5. 1 e 2 são falsas

$|f(b) - f(a)| \leq |b - a|$. A diferença na imagem é menor ou igual à diferença no domínio. Só ocorrerá se $|f(x)| < |x|$, $\forall x \in \mathbb{R}$, ou se $|b - a|$ e $|f(b) - f(a)|$ forem infinitesimais.

Teorema do Valor Médio: Suponha f contínua em $[a, b]$ e diferenciável em (a, b). Então, existe um elemento c entre a e b cuja derivada $f'(c)$ é igual à razão entre as diferenças na imagem e no domínio de f entre a e b; ou o slope entre a e b; ou $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ entre a e b; ou $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Porém, 1) não advém do Teorema do Valor Médio; advém do fato de ser contínua. Falso.

2) é verdade.



Resposta:

"A alternativa correta é *B*. Aqui é verdade com uso do Teorema do Valor Médio, sem ele não conseguirmos provar que ela é verdade. E o fato de $f(x) = sen(x)$ ser contínua é a hipótese do teorema, ou seja, $f(x) = sen(x)$ é contínua e então pelo Teorema do Valor Médio a desigualdade é verdadeira.

Como $f(x) = sen(x)$ é contínua então existe c, tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = \dfrac{sen(b) - sen(a)}{b - a}$.

Então, $f'(c) = cos(c)$ e $|cos(c)| \leq 1$ e $\dfrac{sen(b) - sen(a)}{b - a} = cos(c)$. Aplicando o módulo em ambos os lados sai a desigualdade."