

Construir uma caixa de comprimento de base 3 vezes maior que a largura da base. O material usado no topo e base custa $10/m^3$ e o material usado nas laterais custa $6/m^3$. A caixa deve ter volume $50 m^3$. Determine as dimensões que minimizarão o custo para construir a caixa.

A área da base é $x \cdot 3x = 3x^2$.

A altura \times base deve ser 50: $3x^2 y = 50$.

Como y é um número, temos uma parábola em x ou grau -2 em y .

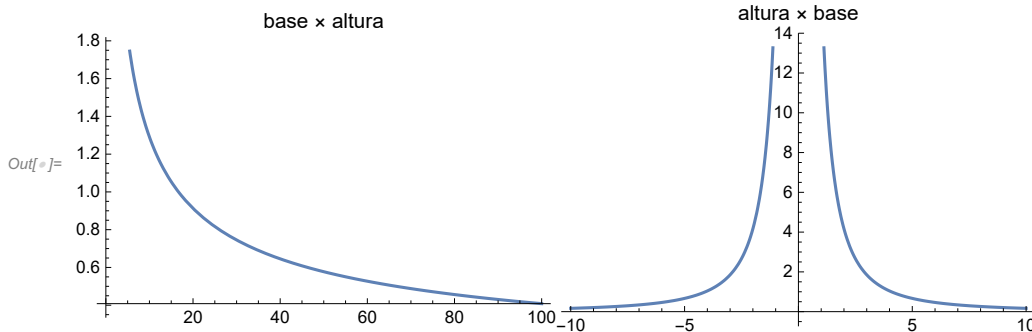
$$3x^2 = \frac{50}{y} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{50}{3y}} \text{ e}$$

$$y = \frac{50}{3x^2}.$$

```

In[ ]:= Row@{Plot[ $\sqrt{\frac{50}{3x}}$ , {x, 0, 100}, ImageSize -> 250, PlotLabel -> "base x altura"],
  Plot[ $\frac{50}{3x^2}$ , {x, -10, 10}, ImageSize -> 250, PlotLabel -> "altura x base"], Spacer@10}

```



Com o custo.

$$10x \cdot 10 \cdot 3x \cdot 6y = 50 \Rightarrow$$

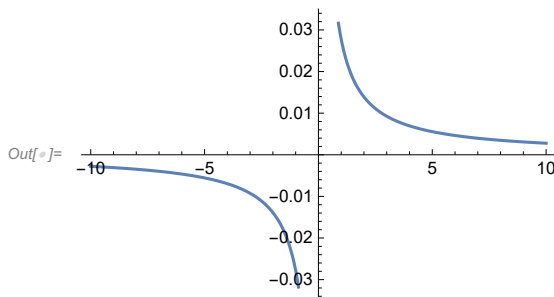
$$300x \cdot 6y = 50 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 300x = \frac{50}{6y} \Rightarrow x = \frac{50}{1800y} \\ 6y = \frac{50}{300x} \Rightarrow y = \frac{50}{1800x} \end{cases}.$$

```

In[ ]:= Plot[ $\frac{50}{1800x}$ , {x, -10, 10}, ImageSize -> 250]

```



O que gera a parábola (e faz ser um problema de cálculo) é o fato de serem *duas dimensões variáveis*.

Uma empresa fabrica latas no formato cilíndrico circular reto com a capacidade de 500 cm³ de líquido. O material para a tampa e a base custa 0,02 unidades monetárias/cm², enquanto que o material para a

lateral custa 0,01 unidades monetárias/cm². Desenvolva os seguintes itens no contexto de um processo de modelagem matemática:

- (1) Expresse o Custo em função do raio da base da lata. Estime o raio r e a altura h da lata que tem o menor custo de fabricação.
- (2) Suponha que a empresa faz a opção de que as duas partes da base e tampa são extraídas de folhas quadradas, cujos lados têm comprimento igual a $2r$ (r =raio da tampa e da base) e os retalhos são descartados. O que podemos afirmar em termos de custo sobre essa escolha da empresa? Vamos ter uma nova função custo? Se sim, qual é esta nova função custo?

Diante das condições dadas, estime o raio e altura da lata para o custo do item (2) para identificar a diferença.