

Pergunta

Aguarda-se o preparo de uma torta de maçã que necessita de 2 kg de maçãs para ser confeccionada.

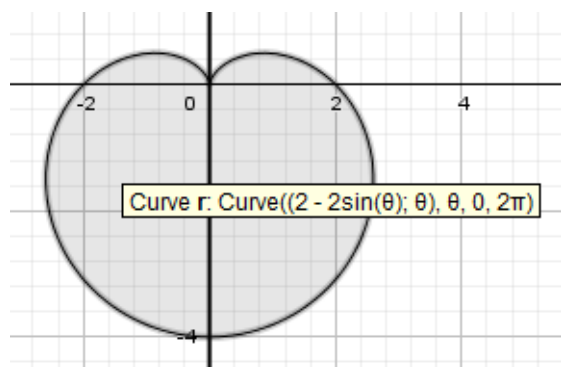
Porém, verifica-se que a balança da mercearia se encontra em manutenção.

Quantas maçãs são necessárias adquirir, sendo que:

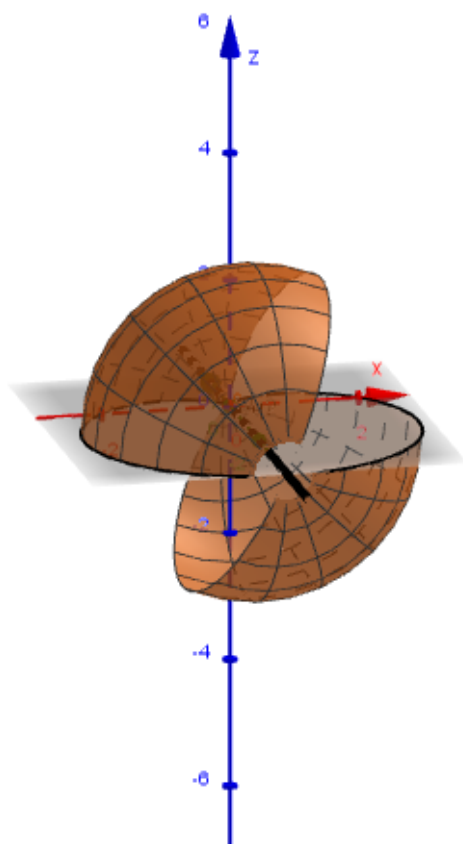
- A maçã é um sólido de revolução de uma curva cardióide descrita por $r = 2 - 2 \sin \theta$, com r em cm;
- A densidade de uma maçã é de 2 g/cm^3 .

Resolução

Obtendo a curva cardióide no **Geogebra** com a função `Curve((2 - 2sin(θ); θ), θ, 0, 2π)`:



Obtendo a superfície de revolução com a função `Surface(Curve(0.5, t, t, -3.5, 0), 2, x=0)`:



Definiremos o volume da maçã.

Realizando a integração manual:

$$A = \int_0^{\theta} \int_0^r r dr d\theta =$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2-2\sin\theta} r dr d\theta =$$

$$\int_0^{2\pi} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r=0}^{r=2-2\sin\theta} d\theta =$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{(2-2\sin\theta)^2}{2} d\theta =$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{4-2\cdot 2\cdot (2\sin\theta)+4\sin^2\theta}{2} d\theta =$$

$$\int_0^{2\pi} 2-4\sin\theta+2\sin^2\theta d\theta =$$

$$2\theta+4\cos\theta+2\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\sin 2\theta}{4}\right) \Big|_{\theta=0}^{\theta=2\pi} =$$

$$2\theta+4\cos\theta+\theta-\frac{\sin 2\theta}{2} \Big|_{\theta=0}^{\theta=2\pi} =$$

$$4\pi+4+2\pi-4=6\pi.$$

$$V = \int_{\theta_1}^{\theta_2} 6\pi d\theta =$$

$$6\pi\theta \Big|_0^{2\pi} =$$

$$12\pi^2.$$

Realizando a integração do volume no **Mathematica**:

In[13]:= **Integrate**[$\pi (2-2\cos[\theta])^2$, { θ , 0, 2π }]

Out[13]:= $12\pi^2$

Assim, cada maçã pesa

In[22]:= **12 π^2 2**

Out[22]:= $24\pi^2$

E, para obter 1 kg, devemos comprar

In[24]:= **N@2000 / (24 π^2)**

Out[24]:= **8.44343**

Resposta : Devemos comprar 9 maçãs.