

Operações

- Rotacionar vetor no plano
- Rotacionar vetor no espaço
- Produto misto entre vetores

Obter matriz da transformação linear.

Álgebra linear distanciando da álgebra e adotando matrizes.

Exemplo 1

Dada uma transformação linear, "tirar a álgebra" da transformação. Obter a matriz da transformação linear.

Exemplo: rotação. Quadrantes. Levar o vetor $(2, 3)$ do primeiro ao quarto quadrante. Do primeiro ao quarto quadrante, x é preservado e y é multiplicado por -1 .

Matriz de entrada: $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, base canônica \mathbb{R}^2 : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Exercícios p. 127

1. Se $T : V \rightarrow W$, $v \in V$ e $w \in W$, encontre o domínio V e o contradomínio W da transformação definida pelas equações e determine se T é linear.

$$\begin{cases} w_1 = x + 2y \\ w_2 = -y \\ w_3 = x + y \end{cases}$$

2. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y, z) = (-5x + z, y + z, 3x + y)$. Utilize os vetores $u = (1, -1, 3)$ e $v = (0, 4, -3)$ para mostrar que $T(2u - v) = 2T(u) - 3T(v)$.
3. Verifique quais das seguintes funções são transformações lineares:
 1. $T_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T_1(x, y, z) = (2x - 1, 2z - x)$
 2. $T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T_2(x, y) = (5x, y^2)$
 3. $T_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T_3(x, y) = (x + y, x - y, 0)$

Verificar os dois axiomas: $T(\vec{u} + \vec{v}) = T(\vec{u}) + T(\vec{v})$ e $T(\alpha\vec{v}) = \alpha T(\vec{v})$. (α é escalar.)

4. Dada $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, represente geometricamente um vetor genérico $v = (x, y) \in V$ se $T(x, y) = (-3x, 2y)$.
5. Dados os seguintes operadores lineares, determine a matriz canônica $[T]$ de suas transformações lineares:
 1. $T_1(x, y) = (x - 2y, x + y)$
 2. $T_2(x, y, z) = (x - y - 2z, -x + 2y + z, x - 3z)$
6. Dada a matriz canônica $T = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ de uma transformação linear, use-a para obter $T(-1, 1, 3)$.
7. Determine a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sabendo que $T(-1, 1) = (3, 2, 1)$ e $T(0, 1) = (1, 1, 0)$.
8. Se $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(3, 2, 1) = (1, 1)$, $T(0, 1, 0) = (0, -2)$ e $T(0, 0, 1) = (0, 0)$, determine:
 1. $T(x, y)$
 2. $v \in V$ tal que $T(v) = (1, 1)$
 3. $v \in V$ tal que $T(v) = (0, 0)$
9. Seja P_2 o espaço vetorial dos polinômios de ordem 2 $ax^2 + bx + c$. Se representamos qualquer elemento u deste espaço como $u = (a, b, c)$, determine se $T : P_2 \rightarrow P_2$ tal que $T(1) = x$, $T(x) = 1 - x^2$ e $T(x^2) = x + 2x^2$ é transformação linear.

